

カクシオン

GG-6 の非空間的な コンパクト角の擬スカラーとしての冷たい暗黒物質

Katsushi Arisaka

*Department of Physics and Astronomy,
Department of Electrical and Computer Engineering,
University of California, Los Angeles
Los Angeles, CA 90095, USA*

Contact: arisaka@physics.ucla.edu

要旨

ほぼ一世紀前、天文学者は、銀河が我々に見えるよりはるかに多くの物質を抱えているかのように運動していることを見出した。回転する銀河の縁にある星々は速く回りすぎている; ビッグバンの残光は、通常の原子を五対一で上回る物質の刻印を帯びている。我々はそれを暗黒物質と呼ぶが、それが何であるかを同定した実験はまだ一つもない。

本論文は、その目的のために考案されたのではない答えを提示する。本シリーズの先行論文において、我々はいくつかの創設規則から一つの理論を構築し、調整可能な数を一切用いずにそれが既知の粒子と力を再現することを示した。その同じ構成は、もう一つの場合を含むことを強いられる: 我々がカクシオンと呼ぶ、極めて軽く電氣的に中性な幾何の遺物である。それは自動的に暗く、安定であり、冷たく、初期宇宙はそれを標準的な機構によって作る; それが観測されたとおりの量 — 宇宙のおよそ 27 パーセント — をちょうど作るよう要求することが、幾何がまだ供給していない唯一のスケールを固定する。またそれは、強い核力の真空角をゼロへ緩和させることにも寄与する — この構成がそのために作られたのではない仕事である。

その唯一のスケールが定まり、他に調整の自由が一切ない以上、理論は三つのことに拘束される: 質量 $8.1 \mu\text{eV}$ と、それとともに、狭い帯域の内側の 1.95 GHz 近傍という、耳を傾けるべきマイクロ波の周波数; 光へと転じるその輝きの微弱さ; そして本数 — その帯域の内側に単独で立つ一つの音であり、いかなる間隔にも相方の音を持たない。この帯域を狙う二つの計画 — 一つは稼働中、一つは設計中 — は、合わせてこの周波数と微弱さに到達し、そのときカクシオンを発見するか、さもなければ窓を閉じることになる。もしそうならば、最初に銀河を集めた物質は、宇宙の開闢の 1 マイクロ秒 以来ただ一つの微かな音を鳴らし続けてきたことになる — 一度の較正とわずかな整数によって定められた音高である。

要約

暗黒物質の問題は通常、メニューとして立てられる：失われた質量を測定し、次いでその場のために考案された候補粒子を順に試す、というものであり、候補はそれぞれ、後から合わせ込むために調整される自由パラメータを担っている。本シリーズはその順序を逆転させる。それは短い憲法 — 四つの公理と七つの公準 (Arisaka, 2026, A1-Constitution) — から出発し、二つの余剰次元が旅して行ける場所ではなくスケールと角度である六次元の舞台を導出する：方向ではなく純粋な数である (Arisaka, 2026, A2-GG6)。次いで無矛盾性だけが粒子内容と五つの整数の台帳を固定し、回すべき連続的なダイヤルは一つも残らない (Arisaka, 2026, A3-BI6); 既知の粒子と力、そして宇宙論の標準的な記述は、この舞台がその四次元境界に落とす影として従う (Arisaka, 2026, A9-SM; Arisaka, 2026, A10-Cosmos)。その帰結は異例である：暗黒物質が何であるかを問う時点で、理論はすでに強制された候補を含んでおり、すでにそれがどれだけ存在すべきかを固定している。本論文は、前者が後者を説明するかを問う。答えは肯定である — そして候補であるカクシオンは、耳を傾けるべき単一の周波数と、それを確認するための二つの指紋を伴って現れる。

カクシオンとは何か。 余剰の「角度」次元は、場所ではなく位相である円 — 好ましい設定を持たないダイヤル — である。場の理論の初等的な事実により、そのようなダイヤルの上に住む場は、それ自身の質量を実質的に持たない極めて軽い粒子である。量子論的な無矛盾性はまさにそのような場を理論に強制し、理論の基底状態を選ぶ過程がそれをエネルギー・ランドスケープの最も深く最も安定な谷へと落ち着かせる。その落ち着いた場がカクシオンである。決定的な点は、それが暗黒物質を説明するために付け加えられたのではないことである：それは暗黒物質の問いが立てられるより前に、すでに存在し、かつ義務的である。憲法の指導規則 — 最大の対称性、最小の自由度 — は、理論がすでに所有しているもので用が足りるときに新しいセクターを考案することを禁じる。

なぜ暗く、なぜ冷たいのか。 カクシオンは電荷もカラーも担わず、その相互作用はどれも単一の巨大なエネルギー・スケールで割られているため、ほとんど不活性であり、事実上不滅である。それが熱いサーマル・バスの中で作られることはない。そうではなく、若い宇宙において場は宇宙膨張の摩擦にピン止めされ、そのポテンシャルの底から離れた位置に保たれる；膨張が十分に緩やかになると解放されて振動を始め、その瞬間からその密度は通常物質とまったく同じように薄まっていく。自分自身と歩調を合わせて振動する場は、熱いガスではなく静穏で冷たい凝縮体である：その内部運動は無視できる。したがってカクシオンは、銀河を正しく作ることが知られているまさにその種類の冷たい暗黒物質であり — 銀河の微細構造を塗りつぶしてしまう超軽量の「ファジー」な場ではない。

なぜ量が正しく出るのか。 本シリーズの宇宙論の論文 (Arisaka, 2026, A10-Cosmos) において、宇宙の現在の内容はフィットされるのではなく数 π に固定されている：全物質割合は $1/\pi$ 、通常の原子の割合は $1/(2\pi^2)$ であり、そしてその差

$$\Omega_{\text{DM}} = \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2\pi^2} \simeq 0.268,$$

が暗黒物質の取り分である — これはビッグバンの残光において測定される値と一致する。それがカクシオンの当てねばならない標的である。観測された残存量は、幾何がまだ供給していない唯一のスケールを、場の初期傾きのまったくありふれた値において較正し、その傾きは選ばれるのではなく読

み戻される。したがって暗黒物質密度は本論文の予言ではなくその唯一の較正であり、そのようなものとして宣言される; 幾何が固定するのは、そのスケールの周りの音高の梯子と本数である。

唯一の周波数と、その輝きの微弱さ。 憲法はまたカクシオンに第二の仕事を与える — 強い核力の真空角をゼロへ緩和させること、すなわち、なぜその力もまた鏡映対称性をこれほど厳密に尊重するのかを本シリーズが説明する機構の、緩和の側である。この仕事をするがゆえに、カクシオンは強い相互作用との精密な結び付きを受け継ぎ、そして一つのよく測定された核的な量がその質量を固定する: $8.1 \mu\text{eV}$ 、 1.95 GHz のマイクロ波の音である。同じ帳簿付けが、それがどれほど微弱に光へ転換するかも固定し、それをちょうど *DFSZ* 線の上に置く — アクシオン探索の共同体が設定してきたもののうち最も微弱で最も難しい標的の一つである。較正されたスケールにおいて、これらの数のあらゆる不確かさは実験室での核測定に遡る; スケールそのものの配置が較正である。

調整して消し去ることのできない二つの指紋。 その正確な質量が何であれ、幾何はカクシオンに、較正された唯一のスケールを超えては調整可能な数を一切伴わない二つの特徴を刻印する。第一に、その音は周波数の一つの狭い帯域の内側に落ちねばならない — 較正された音高の周りの整数段からなる短い梯子であり、その梯子は幾何の整数から読まれ、それに値するグレードで述べられる。第二に、その音は単独で立つ: 幾何はこの種の軽い場をちょうど一つだけ供給するので、帯域の内側の第二の音は本論文が述べるとおりの本数を反証し — かつ親論文の登録されたモードのどれが軽いのかを我々に告げる — 一方で空の帯域は配置を反証することになる (第 VI 部が、本数の担う条件付きとともにこれを正確に述べる)。いずれの答えも、実験室において直接読まれた幾何である。

なぜ対抗馬が生き残らないのか — この理論の内側では。 カクシオンを生み出すのと同じ憲法が、あらゆる代替案を、それぞれ独立の理由で採用された規則によって閉め出す: 超対称性はない、ゆえに WIMP もない; 強い CP はすでに解決されている、ゆえに第二の別個のアクシオンの余地はない; 粒子内容と宇宙史は固定されている、ゆえに余分なステライル・ニュートリノも暗黒光子も原始ブラックホールもない。実験室も独自に同じ評決に達しつつある — 直接探索は WIMP を見出さず太陽ニュートリノの眩光へ入りつつあり、加速器は超対称パートナーを見出さず、天文データはステライル・ニュートリノとファジーな場を追い詰めてきた。データが静かに引退させつつある候補は、まさにこの理論が禁じるものである。カクシオンが残るものである: 無矛盾性によって要求され、かつ収支に十分である。

空において何を説明するのか。 最近の二つの天文学的な驚きが同じ方向を指している。James Webb 宇宙望遠鏡は、銀河が予想より早く、より重く組み上がっているのを見出している — これはより多くの初期構造への要求であり、それを抑制するようなあらゆる候補に不利に働く一方、冷たいカクシオンはそれらの制限を余裕をもってぐり抜け、その宇宙論のコンパニオン論文が作業値として担う穏やかな崩壊閾値の先行分を、せいぜい受け継ぐにとどまる。そして矮小銀河の中心部という長年の難問には正直に向き合う: カクシオンの唯一の微かなレバーはそれらを作り変えるにはあまりに弱く、したがってそれは通常の銀河コアを予言する — 閉じた予言であって、自由なつまみではない。天文学はカクシオンの舞台を整える; それを同定できるのは実験室だけである。

どのように、そしていつ検証できるのか。 これは遠い将来の世代の装置に向けた予言ではない。 1.95 GHz 近傍のカクシオンの音は、十分に進んだ二つの計画 — 韓国の IBS-CAPP と、フェル

ミ研究所における ADMX の拡張帯域探索 — が、まさにカクシオンの要求する微弱さで、今後数年から十年のうちに掃引すべく建設されつつある帯域の内側に落ちる。帯域を完全に覆い、見つけた音が単独で立っているかを進みながら確かめる受信機は、単なる検出を同定へと変えるだろう — 囲い、標準的なモデル線上のアドレス、そして本数を合わせて。この検証は両刃である：カクシオンは、述べられた指紋を伴う述べられた周波数において発見されるか、あるいは述べられた測定によってキルされる — そのあらゆる基準は事前書き下されている。

何が証明され、何がおぼ仮定されているのか。 我々は全体を通じて、証明されたものと仮定されたものの明示的な台帳を保つ。その正直さは構造的だからである：それは読者に、どの測定が定理を試し、どの測定が作業仮定を試すのかを告げる。本シリーズの先行論文で確立され、ここに受け継がれるもの：場の存在とそのテンソル・セクターにおける起源、強い力への結合、そして凝縮体の冷たさである。名指しされ明確に旗を立てられた仮定の上に載るもの： π に固定された目録を通じてバルク規格化を固定する較正、実験室の周波数をその離散的な窓の内側に留める梯子、単一のミスアライメント角を意味あるものにする角度のインフレーション期のピン止め、そして本数 — この種の軽い場はちょうど一つであり、ゆえに音は単独で立つ — であり、これは親論文が開いた質量とともに登録する五群のモードに条件付けられている。それぞれは用いられるあらゆる箇所ですべてそれが何であるかとして述べられ、それぞれが検証可能である。

なぜこの答えが重要なのかについて、締めくくりの一言を。暗黒物質は宇宙の収支の周縁にある物珍しさではない；それは存在するすべての物質の六分の五であり、ガスを銀河へと最初に集め、星が点火し、我々を作っている炭素と酸素を鍛え、このような問いが問われるようになった世界を蒔くのに間に合わせたのは、その忍耐強く目に見えない重力であった。それを同定することは、我々自身の存在の起源について何かを学ぶことである。カクシオンが実在するなら、我々を築いた物質は宇宙の最初の 1 マイクロ秒以来、ただ一つの微かな音を鳴らし続けてきたことになる — その梯子と孤独が五つの整数と、場所ではなく角度である次元の幾何とによって固定され、その音高が存在する暗黒物質の量によって一度だけ定められる音である。我々はいまや耳を傾けるべき音高を知っており、宇宙がそれを奏でているかどうかをまもなく知ることになる。いずれにせよ、この問いはついに、物理学が問いに答えるやり方で答えられるだろう：好みによってではなく、測定によって。

キーワード： GG-Theory; GG-6; BI-6; OGN-5 整数台帳 (1, 3, 5; 7, 35); GRIP; 非空間的コンパクト角; グリーン-シュワルツ機構; カクシオン; 暗黒物質; 強い CP; $\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/(2\pi^2)$; ミスアライメント; ハロスコープ; 単一線; 囲われた窓 [1.59, 2.13] GHz; ADMX; HAYSTAC.

公表されたすべての探索に対する、予言された一本の線 —
DFSZ 線上、 $8.1 \mu\text{eV}$ のカクシオン

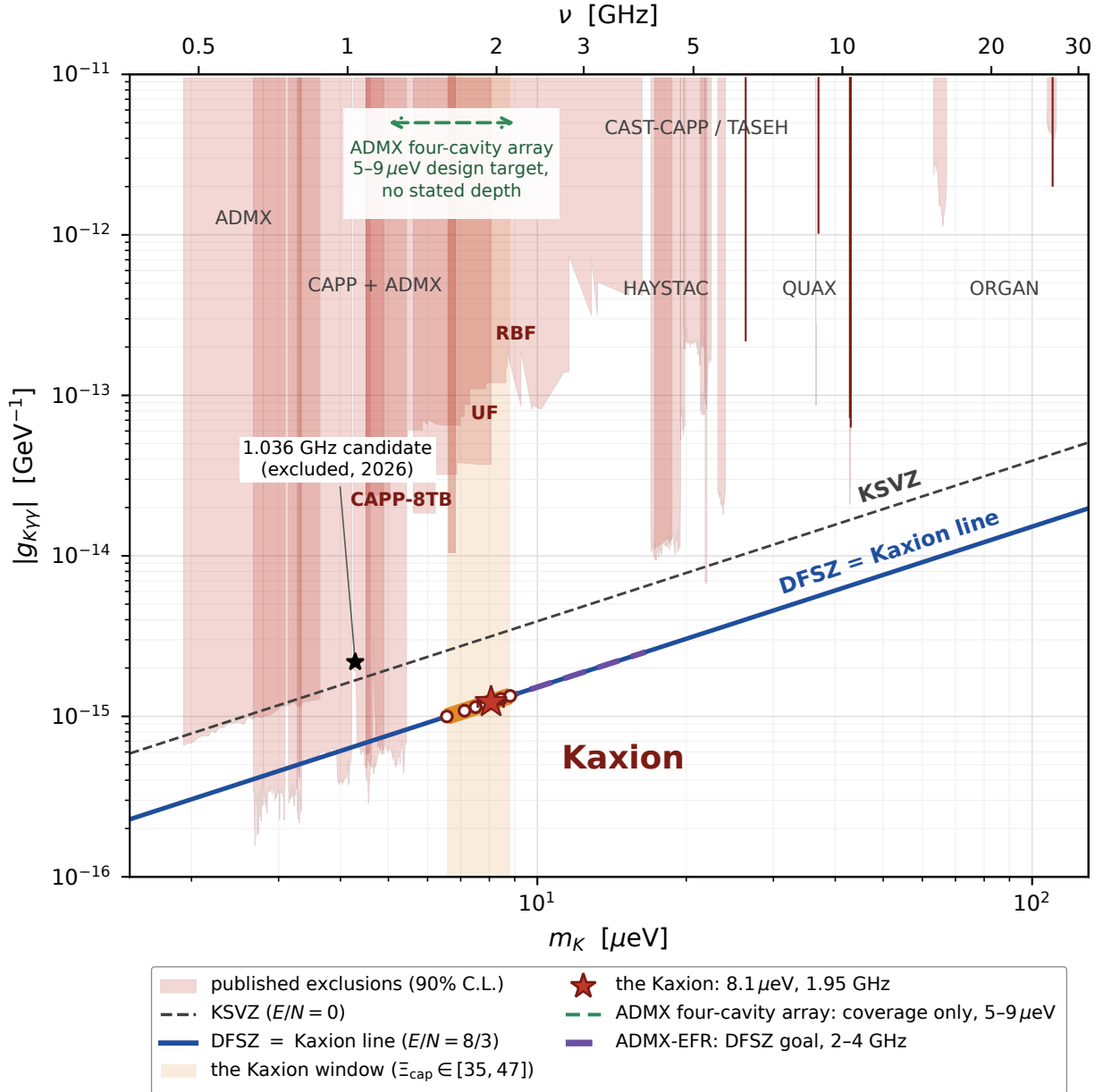


図 1: ハロスコープ・ランドスケープに対するカクシオン: ADMX、CAPP、RBF/UF、HAYSTAC、TASEH/CAST-CAPP、QUAX、ORGAN の各キャンペーンの公表された排除包絡線（赤）で、共同体の AxionLimits 集成 (O'Hare, 2020) からデジタイズしたもの; KSVZ と DFSZ のモデル線; そして唯一の予言 — DFSZ 線上 ($E/N = 8/3$) の $8.1 \mu\text{eV}$ におけるカクシオン（赤い星）であり、七つの装荷 $\Xi_{\text{cap}} \in \{35, 38, 40, 42, 43, 45, 47\}$ が定める閉じた窓（橙）の内側にあって、他のあらゆる周波数は課された沈黙である。黒い星は 2026 年初頭に排除された 1.036 GHz の候補を示す — F-Kaxion-1d は正面から受け止められ、予言は生き残った。公表された三つの探索が窓の内側に届いており、ラベルを付してある; そのうち一つとして DFSZ 線の 10 倍以内には入っていない。発表された二つの計画は破線で、かつそれぞれが述べている範囲までのみ描いてある: ADMX-EFR は 2-4 GHz にわたって狙う DFSZ 線上に、そして ADMX の四空洞アレイ — 述べられた質量範囲はあるが感度の言明はない — は平面の上方の被覆範囲として。完全版と出典: 第 VII 部の図 8。

五つの整数から四つの反証可能な数へ — カクシオンの導出フロー

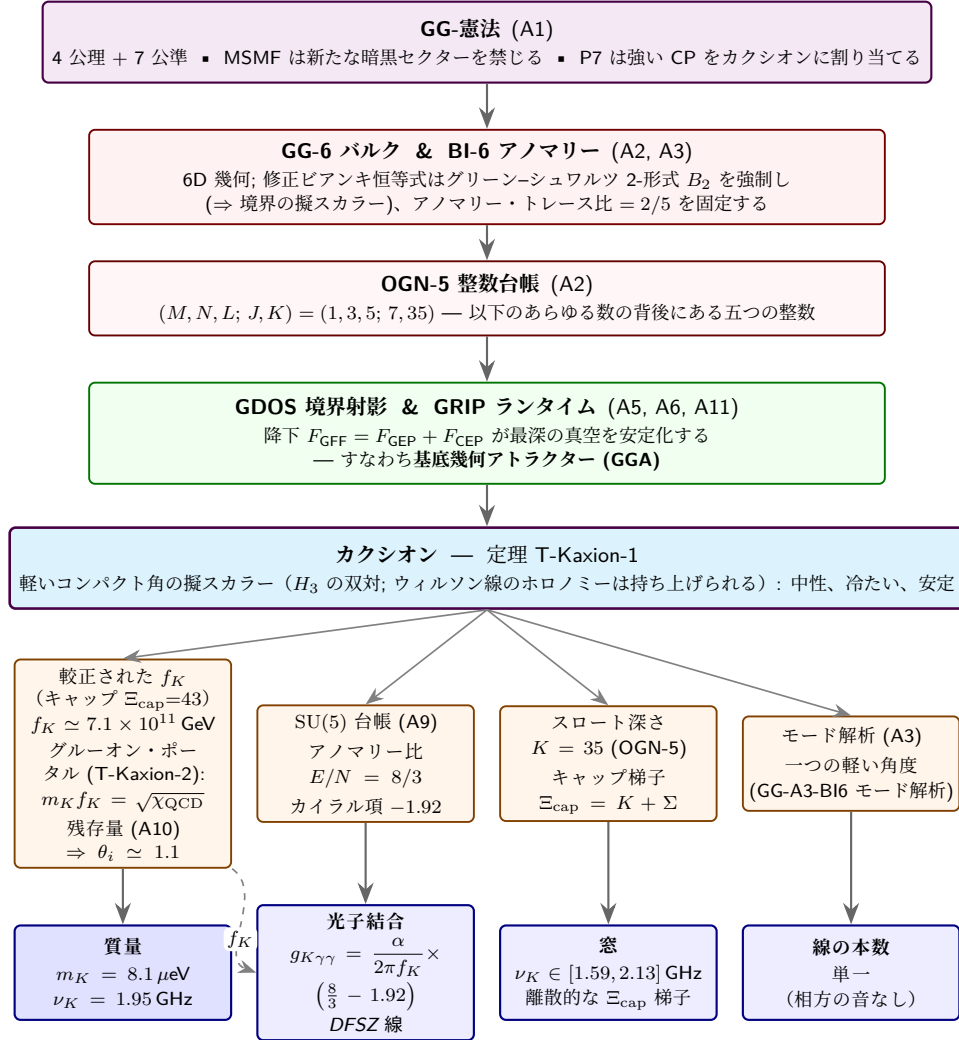


図 2: カクシオンの導出フロー: 憲法から四つの反証可能な数へ。下向きの各段は、較正された唯一のスケールを超えては自由パラメータを一切加えない: 憲法は 6D バルクと BI-6 アノマリーを強制し、それらは五整数の OGN-5 台帳 (1, 3, 5; 7, 35) を担う; GDOS 境界法則と GRIP ランタイムが最深の真空 — 基底幾何アトラクター — を選び安定化し、それとともにカクシオンを選び安定化する。次いで四つの鍵となる量が、名指された上流の材料から従う: 質量は π に固定された残存量とグルーオン・ポータル $m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ から; 光子結合は DFSZ 線上の $E/N = 8/3$ から; 窓は較正されたベンチマークの周りの梯子アンザッツから、離散的なキャップ梯子を通じてスロット深さ $K = 35$ に錨を下ろして; そして線の本数 — 単一 — はアノマリーのコンパニオン論文のモード解析から。破線の連結は、同じ崩壊定数 f_K が質量と光子結合の双方を固定することを記録している。完全版: 第 V 部の図 7。

九つの数と、
そのそれぞれをキルしうる測定

物語を剥ぎ取った本論文。その内容は九つの数と、それらの背後に立つ機構である — そのそれぞれに、値、位置づけ、それが証明される部、そしてそれを終わらせうる測定が付いている。位置づけの列は正直な列である：一つのスケールが観測された残存量によって定められ、そのようなものとして宣言される場合が較正；定理が標準模型の入力と組み合わせられる場合が導出；導出が名指しされた未解決の計算に載っている場合が導出条件付き；幾何の整数からアンザッツによって読まれた離散的な窓が梯子；残存量から読み戻された角度がフィットである。最後の列にあるものは何一つ将来の理論を待ってはいない；そのすべてはデータを待っており、二つの計画 — 稼働中の韓国の IBS-CAPP と、設計済みで資金決定を待つフェルミ研究所の ADMX-EFR — が今から 2030 年代初頭までの間にそれを引き受けるだろう。完全な形は：表 35、193 頁。

量	値	位置づけ	証明箇所	キル条件
1 質量 m_K	$8.1\,\mu\text{eV}\,(\pm 1.3\%)$	較正 (f_K 経由)	第 V 部	F-Kaxion-1c/1d
2 周波数 ν_K	$1.95\,\text{GHz}\,(\pm 25\,\text{MHz})$	較正 (f_K 経由)	第 V 部	F-Kaxion-1c/1d
3 窓	$[1.59, 2.13]\,\text{GHz}$	離散的な梯子	第 V 部	F-Kaxion-1c
4 線の本数	単一 (相方の音なし)	導出条件付き (T-Kaxion-5)	第 VI 部	(本数試験、第 VI 部)
5 結合 $g_{K\gamma\gamma}$	$(1.2 \pm 0.07) \times 10^{-15}\,\text{GeV}^{-1}$	導出 (DFSZ; f_K 経由)	第 V 部	F-Kaxion-1c
6 崩壊定数 f_K	$7.1 \times 10^{11}\,\text{GeV}$	較正; ベンチマーク $\Xi_{\text{cap}}=43$	第 V 部	(1–3 経由)
7 ミスアライメント角 θ_i	$1.18 \pm 0.04\,\text{rad}$	規約の出力	第 V 部	(8 経由)
8 残存量 Ω_{DM}	$1/\pi - 1/(2\pi^2) = 0.2676$	導出 (GG-A10-Cosmos、条件付き)	第 III 部	CMB
9 寿命 τ_K	$\simeq 4 \times 10^{32}\,t_U$	導出	第 V 部	(安定性)

目次概観

第 I 部. 序論	20
第 II 部. カクシオンとは何か	30
第 III 部. カクシオンの宇宙論	62
第 IV 部. 文脈	79
第 V 部. 基本量の導出	97
第 VI 部. 固有の指紋	119
第 VII 部. 検出	123
第 VIII 部. 将来の検出	143
第 IX 部. 発見のシミュレーション	147
第 X 部. KAXIO 提案	160
第 XI 部. 議論	177
第 XII 部. 結論	192
第 XIII 部. 技術付録	196
第 XIV 部. 主要な反論と応答	255
第 XV 部. 参考文献	277

図目次

1	ハロスコープ・ランドスケープに対するカクシオン (ショーケース; 完全版は第 VII 部)。	5
2	カクシオンの導出フロー (ショーケース; 完全版は第 V 部)。	6
3	GG-Theory コホート全体で共有される開放系の漏斗。	23
4	二十二本論文のコホート地図。	26
5	GG-C1-Kaxion の十五の部のロードマップ。	28
6	二つのファイバー上のカクシオン: 円における同一性、区間における占有。	58
7	導出の流れ: 憲法から四つの反証可能な数へ。	98
8	公表されたハロスコープ・ランドスケープに対するカクシオン、窓と DFSZ 前線とともに。	131
9	装置クラス別の、キャンプした探索における S/N 比対積分時間。	138
10	キル・テストの時系列: 生き延びた 2026 年のテスト、走査前線、そしてキル日付。	146
11	発見シミュレーションの流れ図: 入力、モジュール、出力、収支。	148
12	期待される信号と系統誤差の包絡を付した合成の張り付きスペクトル。	153
13	線の年周および日周の変調、統計誤差と系統誤差を付して。	154
14	単一モード受容度と本数検定、および Q_L の系統誤差帯。	155
15	KAXIO の概念設計: 独立に同調される二つのサブアレイ。	162
16	KAXIO の RF および読み出しチェーン。両データストリームに共通。	164
17	KAXIO による日周変調: 1 か月と 1 年、統計誤差付き。	167
18	KAXIO の 1 年: 精密測定としての年周変調。	168
19	判定時計: 1 週間、1 か月、3 か月、1 年の時点で KAXIO が知っていること。	168
20	ヌルテープ上での窓全体にわたる KAXIO の排除到達。	170
21	プログラムが定義する名称の階層、枠組みからカクシオンまで。	200

22	保管された二重ロックのシミュレーション: 四つのピークとブースター経路。	254
----	--	-----

表目次

1	憲法: 四つの公理と七つの要請、およびそれぞれのここでの役割。	31
2	同じ五つの整数がすでに買ったもの。	34
3	五つの環からなる存在連鎖。	45
4	三つの非空間的モード族とその分業。	52
5	三連画: 三つの基底幾何アトラクター、一つの解剖。	60
6	カクシオンの宇宙的年表 (開始の数値は第 13 節から)。	64
7	π ロックされた在庫と Planck 2018 との比較。	71
8	歴史を通じたダイアルの振幅 (最終行は局所ハローの値)。	76
9	構造的スコアカード。	83
10	憲法上の評決: 各競合が必要とするもの、そしてそれを禁じるもの。	86
11	離散的なキャップ窓: 許容される各荷重が一つの崩壊定数を固定する。	106
12	四つの主要な予言に対する誤差収支。	115
13	第 II–V 部のすべての荷重を担う主張に対する定理対予想の台帳。	117
14	なぜいかなる調整可能な競合者もこの兆候を再現し得ないか。	129
15	カクシオン窓に対する実験のランドスケープ。	130
16	カクシオンの窓への経路と、現実的な参入時期。	135
17	ベンチマークにキャンプする: クラス別の電力、光子率、 5σ までの時間。	137
18	探索計画。	144
19	シミュレーション入力 I: 凍結された理論シート。	148
20	シミュレーション入力 II: 割り当てた系統誤差を付した標準ハロー模型ブロック。	149
21	シミュレーション入力 III: 工学的根拠を付した装置模型。	149
22	実際に計算した信号電力の予算、因子ごとに不確かさを付して。	150
23	装置クラスごとの 5 シグマ検出までの時間、系統誤差の範囲を付して。	151
24	変調の観測量: 周期、振幅、統計的な到達力、系統誤差。	154
25	窓内の第二の線の単一モード抑制と負荷 Q 値の関係。	155
26	発見シミュレーションの系統誤差の総括収支。	156
27	KAXIO の設計要件。各々をその起源と反証子へ辿る。	161
28	サブシステム別の KAXIO 設計仕様。	164
29	ベンチマークにおける KAXIO の感度と雑音収支。	165
30	第 IX 部の収支を拡張する KAXIO 固有の系統誤差。	166
31	離散的な窓にわたる段ごとの段階的キャンペーン。	170
32	両テープ上の成果物を伴う KAXIO の四段階運転計画。	171
33	発生可能性、影響、緩和策を備えた KAXIO のリスク登録簿。	173
34	KAXIO のコスト区分: 再利用、改造、新規の要素。	174
35	九つの数で見る本論文: 各々の値、状態、証明の所在、および反証子。	193
36	略号一覧。	197
37	頻出記号の用語集。	200

38	主要量のすべて: 記号、値、地位、およびそれを証明する講義。	203
39	端から端までの監査。	232
40	各カクシオン数値が何を、どこから継承するか。	234
41	本論文の主張、グレード付き。	235
42	未解決項目、各々を昇格させる単一の計算、そして見返り。	236
43	バリオンのポート: 二つのラーモア参照行と三つの非ラーモア構想。	241
44	高調波ブースターの結合と雑音の予算、および段階的な読み出し経路。	243
45	本論文の記法を一覧に、記号と意味の二列で示す。	253

目次

要約	2
図目次	8
表目次	9
まえがき	18
第 I 部. 序論	20
1 暗黒物質問題	20
1.1 暗黒物質問題の小史	20
1.2 天文学的証拠	21
1.3 検出の課題	21
2 中心的主張: 開放系の観測量としてのカクシオン暗黒物質質量	22
3 三つの読み方	22
4 コホートからの継承と十五の部のロードマップ	23
4.1 コホートからの継承	23
4.2 十五の部のロードマップ	27
5 第 I 部を平明な言葉で: 暗黒物質問題とは何か、そして何をもって解決とみなすか	29
第 II 部. カクシオンとは何か	30
6 GG-Theory の枠組み、新規参入者のための概観	30
6.1 憲法的方法	30
6.2 GG-6: 六次元の舞台	32
6.2.1 多様体と計量	32
6.2.2 ゲージ群、およびバリオン数がゲージ化される理由	33
6.2.3 OGN-5 整数カスケード	33
6.2.4 実績	34
6.2.5 エネルギー梯子、数値的に	35
6.3 BI-6 と強制されるテンソル・セクター	36
6.3.1 二段落のアノマリー入門	36
6.3.2 階数一の判定条件とロックされた係数	36
6.3.3 流入はいかにしてアノマリーを相殺するか: 三行の降下	37
6.4 GDOS: バルクから境界観測者へ	38
6.4.1 なぜ射影が憲法的なのか	38
6.4.2 一段落の開放系入門	38
6.4.3 GDOS が証明すること、そしてカクシオンがそこから受け取るもの	38
6.4.4 三つのドレス・コードで表示された境界法則	39
6.5 GRIP: 真空を選択するランタイム	39
6.5.1 なぜラグランジアンでは足りないのか	39
6.5.2 図一枚分の言葉によるモース理論入門	40
6.5.3 ランドスケープ: エネルギーではなく自由エネルギー	40
6.5.4 カスケードと一意性定理	41
6.5.5 GA から GGA へ: 基底状態への精密化	41
6.5.6 二つのレジーム: GRIP-In と GRIP-Out	42
6.6 一段落での概観	42
7 五つの環からなる存在連鎖	43
7.1 環 1: 舞台が円を供給する	43
7.2 環 2: 台帳がギアを供給する	43
7.3 環 3: アノマリー自由性がテンソルを供給する	43
7.4 環 4: 境界がその擬スカラーを供給する — そしてちょうど一つが軽いままである	44

7.5	環 5: ランタイムが占有を供給する	44
8	カクシオン存在定理	45
9	時計と持ち上げられた文字盤: 軽いモードを構成する	47
9.1	テンソル残余: B_2 の双対化	47
9.2	ホロノミーの反響: 場としてのウィルソン線	48
9.3	運動項行列と軽い固有状態	49
9.4	親論文の登録された露出	50
9.5	なぜカクシオンは軽いのか: 保護を定量する	51
9.6	三つの塔の中のゼロモード	52
9.7	名前の中の KK	52
10	生まれ、選ばれ、安定化される: コンパクト角の層における GRIP カスケード	53
10.1	層とそのランドスケープ	53
10.2	カスケードを明示的に走らせる	53
10.3	ランドスケープの定量化	54
10.4	基底幾何アトラクターとしてのカクシオン	54
10.5	二つのファイバー上のカクシオン: 円の物質、区間の占有	55
10.6	誕生、選択、安定化	57
10.7	なぜビッグバンはカクシオンを作らずにはいられないのか	58
10.8	第 II 部が確立したこと	59
11	第 II 部を平易な言葉で: なぜ幾何は軽い擬スカラーを生み出すほかに選択肢がないのか	60
第 III 部. カクシオンの宇宙論		62
12	宇宙的な事象連鎖	62
12.1	一つの台帳、三つの時代	62
12.2	運動方程式とその二つのレジーム	62
12.3	一目で見る年表	64
13	ミスアライメント生成と初期角	65
13.1	振り子はいつ手を放すのか? 開始温度、二通りに	65
13.2	厳密解: ベッセル関数と包絡則	66
13.3	ミスアライメント角	66
13.4	角度はどれほど激しく試されるのか	67
13.5	等曲率の問題、定量化	67
14	崩壊定数とミスアライメント角	69
15	存在量と π ロックされた在庫	70
15.1	目標は継承されたものであり、導出条件付きである	70
15.2	ミスアライメント存在量、導出	71
15.3	クロージャ: π チャートからミスアライメント角へ	73
15.4	凝縮体が残りの宇宙論に対して行うこと	73
16	カクシオンが冷たい理由	74
16.1	圧力: 振動する凝縮体はダストである	74
16.2	速度: 宇宙で最も冷たい物質	74
16.3	波長: ファジーな波ではなく、冷たい波	75
16.4	凝縮体の日誌: 宇宙史を通じた振幅	75
16.5	波の圧力を定量化する: ジーンズ・スケール	76
16.6	判定	77
17	物質との相互作用	77
17.1	ポータル一覧、先取り	77
17.2	なぜあらゆる反跳実験は盲目なのか	77
17.3	それでもなぜ共鳴変換は働くのか	77
17.4	第 III 部が確立したこと	78
18	第 III 部を平たく言えば: 暗黒物質はどこから来たのか、一連の出来事の鎖として	78

第 IV 部. 文脈	79
19 候補のランドスケープ: 経験的な状況と構造的な比較	79
19.1 2026 年時点での経験的な状況	79
19.2 構造的な比較	81
20 GG-Theory の評決: 枠組みの内部では、カクシオンは必要かつ十分である	84
20.1 必要: カクシオンは存在しなければならず、かつ十分でなければならない	84
20.2 排除: 各競合が必要とし、憲法が禁じるもの	84
20.3 主張の形、正直に述べる	87
20.4 コミュニティへのメッセージ	87
21 天体物理学的意義 I: JWST 時代における初期の大質量構造	87
21.1 謎、手短に	88
21.2 JWST の驚き、定量化	88
21.3 2026 年の状況: 減衰したが、解消してはいない	88
21.4 向きが問題である: この驚きは抑制する候補を排除する	89
21.5 カクシオンは必要条件を十六桁の余裕で満たす	89
21.6 差し出される先行スタート: 宇宙論のコンパニオン論文がなお担うもの	89
21.7 初期構造の主張に対する正直な囲い	90
21.8 初期構造についてカクシオンが立つ位置	90
21.9 ファジーではないという囲い、および唯一の初期構造の偶発事態	90
21.10 てこ その一: ミニクラスターの種 (インフレーション後の偶発事態)	91
21.11 結び: 初期構造についてカクシオンが立つ位置	91
22 天体物理学的意義 II: カस्प-コア問題と回転曲線の多様性	91
22.1 問題の定量化	92
22.2 標準的な解決策とその限界	92
22.3 カクシオンは冷たく、ファジーではない	93
22.4 カクシオンは自己相互作用暗黒物質ではない	93
22.5 唯一の候補となる梃子と、終端がそれを閉じる理由	93
22.6 大きさ、いまや計算済み: ポータルはコアを作らない	94
22.7 カクシオンが銀河中心について予言すること	94
22.8 カस्प-コアにおけるカクシオンの立ち位置	94
22.9 第 IV 部が確立したこと	95
23 第 IV 部を平易な言葉で: この候補はどう比較されるか、そして区別するには何が要 るか	96
第 V 部. 基本量の導出	97
24 強い CP の整列と、QCD 感受率の正当性	97
24.1 憲法上の割り当て	97
24.2 グルーオンのポータルの定理	97
24.3 緩和、残差、そして品質問題	99
24.4 帰結: 感受率が質量を所有する	100
24.5 感受率の数値はどこから来るのか	100
25 π -ロックを通じたバルク正規化の較正	101
25.1 この導出の基本規則	101
25.2 パイプライン、端から端まで組み上げる	101
25.3 閉じた形でのパイプライン	102
25.4 精密計算文献に対する交差検証	102
25.5 正規化、系列に対して交差検査する	103
25.6 閉包	104
26 質量と実験室の線	104
26.1 単一の崩壊定数からの質量	104
26.2 崩壊定数とその残余の窓	105
26.3 コンパクト角の質量一意性予想、その陳述と導出	106

26.4	キャップ指数: ベンチマークから定理へ	110
27	光子結合、因子ごとに	111
27.1	厳密なマッチング公式	111
27.2	$E/N = 8/3$: 台帳が比を固定する	111
27.3	数値と誤差	112
27.4	カクシオンは DFSZ 線の上にある	112
27.5	バリオンの項と、それが実験室のチャンネルを開かない理由	113
28	残存量の再確認と寿命	113
28.1	ループを閉じる	113
28.2	寿命: 安定性は仮定ではなく導出される	113
29	誤差収支と定理対予想の台帳	114
29.1	項目別の収支	114
29.2	なぜ数パーセントではないのか? (そして、いつそうなるのか。)	116
29.3	マスター台帳	117
29.4	第 V 部が確立したこと	118
30	第 V 部を平たい言葉で: 四つの数値と、それぞれの出どころ	118
第 VI 部. 固有の指紋		119
31	単一の線と本数	119
31.1	主張	119
31.2	本数テスト	119
32	バリオンのエントリー、一度だけ述べる	119
33	有限 Q のモルフォロジーと反証子	120
33.1	実際の受信機で線がどのように見えるか	120
33.2	ラインシェイプと探索テンプレート	120
33.3	事前宣言された反証子	120
33.4	発見のシーケンスがどのようなものか	121
34	第 VI 部を平たい言葉で: 一本の線と、それが単独であることの安価なテスト	121
第 VII 部. 検出		123
35	ハロスコープの原理と QGI 読み出し	123
35.1	共鳴変換	123
35.2	系列自身の理論における測定イベントとしてのハロスコープ	123
35.3	QGI 読み出し	124
35.4	応答、端から端まで導出する	124
36	現在および近未来の実験	125
36.1	決定的な単純化: カクシオンは DFSZ 線上にある	125
36.2	唯一の窓: 二つの離散的な問いを閉じる	126
36.2.1	棄却される第一の代替案: ランダム化された角度の歴史	126
36.2.2	なぜ線がギガヘルツ窓にあるのか	128
36.2.3	一意性、そして採点表	128
36.3	実験のランドスケープ	129
36.4	IBS-CAPP: 最も好位置にある装置	130
36.5	ADMX-EFR: 上端における控え	133
36.6	HAYSTAC: 高質量のフロンティア、そして技術上のパートナー	133
36.7	近期の照準計画	134
36.8	要点	135
36.9	発見のカレンダー: 日付としての F-Kaxion-1c	135
37	事前登録された単一周波数のキャンペーン: 周波数にキャンプする	136
37.1	試行因子は窓へと収縮する	136
37.2	ベンチマークにおける S/N 比、装置ごとに	137

37.3	キャンペーンのプロトコル	138
37.4	最初のキル・テストにはすでに直面した	140
38	第 VII 部を平易な言葉で: 実際にどう探ことになるか、そしてこの分野はすでにどこまで近いのか	141
第 VIII 部. 将来の検出		143
39	多モード本数テスト受信機	143
40	スピン結合、および、なぜスピン・ポートが計画されないか	143
41	探索戦略とロードマップ	144
41.1	キル・テストの時系列	145
42	第 VIII 部を平易な言葉で: この予言のために作られた装置はどのようなものになるか	145
第 IX 部. 発見のシミュレーション		147
43	そもそもなぜ発見をシミュレートできるのか — そしてここで何がシミュレートされるのか	147
44	シミュレーションのパイプラインとその入力	147
45	信号の模型: 方程式と計算された数値	150
46	雑音モデルと検出までの時間	151
47	結果 I: 張り付きのスペクトル	152
48	結果 II: 変調の指紋	152
49	結果 III: 単一モード受容度と、なぜ本数検定が意図的な行為であるか	153
50	系統誤差の収支	155
51	発見の一週間 — そして失敗はどう見えるか	156
52	再現性とコードの公開	157
53	要点: なぜこの発見は取り違えられ得ないか	157
54	第 IX 部を平易な言葉で: 発見の一週間はどのようなものになるか、それが起こる前に書き留めておく	158
第 X 部. KAXIO 提案		160
55	提案の要旨	160
56	設計要件	160
57	検出器の設計	161
58	RF および読み出しチェーン	163
59	感度と雑音	164
60	系統誤差	165
61	シミュレーションによる性能	166
62	離散的な窓の段階的なカバー	169
63	四段階の運転計画	171
64	ブラインディング、データ管理、そして公開性	172
65	リスク登録簿	172
66	コスト区分、スケジュール、組織	173
67	KAXIO の論拠	175
68	第 X 部を平易な言葉で: 特定の場所で、特定の時計に従って動く、特定の機械	176
第 XI 部. 議論		177
69	要約: 理論におけるカクシオンと実験室におけるカクシオン	177
69.1	理論: 枠組みが省略し得なかった場	177
69.2	数値: あらゆる観測量が一つの台帳のギア比	177
69.3	一本の物理的な線と、それを固定する規律	178

69.4	五つの資格、仮定ではなく導出されたもの	178
69.5	実験: 一本の線、二つの指紋、三つの装置	178
69.6	正直さの台帳	179
70	意義と独自性	179
71	KAXIO: 暗黒セクターの旗艦	182
72	独自性、高潔さ、そして革新	182
72.1	古典的な暗黒物質のパズル、解決あるいは解消	183
72.2	構造的革新	185
72.3	高潔条項	186
73	今後の方向、未解決項目、および提言	187
73.1	判定に至る実験の道	187
73.2	論文間インターフェースと分業	187
73.3	名指しされた三つの未解決項目	188
73.4	未解決項目 (iii) を閉じる: 暗黒バリオンによるコア化の大きさ	188
73.5	数パーセントへの道	190
73.6	姉妹予言との関係	190
74	第 XI 部を平明な言葉で: 本論文が決着させたこと、そして決着させていないこと	190
第 XII 部. 結論		192
75	結論	192
75.1	一世紀来の謎	192
75.2	最初の厳密な答え	192
75.3	本論文が確立したこと	193
75.4	我々が検証できる答え — しかも間もなく	193
75.5	KAXIO: 暗黒宇宙への新しい窓	194
75.6	客観的な限界	194
75.7	我々が突き止めることがなぜ重要なのか	195
75.8	個人的な覚え書き	195
第 XIII 部. 技術付録		196
A	参照辞書	197
A.1	略号一覧	197
A.2	主要記号の用語集	200
A.3	コホート横断的な引用のための大域的命名規約	202
A.4	総括表	202
B	概念的な導入路: 入門と基礎的な問い	204
B.1	入門: カクシオンはなぜ単なるもう一つのアクシオンではないのか	204
B.2	入門: なぜちょうど $8.1 \mu\text{eV}$ なのか	204
B.3	入門: 線が現れた日に何が起こるのか	205
B.4	入門: 窓が排除されたなら、なぜ振動数を単純に調整することができないのか	205
B.5	カクシオンについての六つの基礎的な問い	205
B.5.1	DFSZ 線とは何か、そしてなぜカクシオンはちょうどその上に乗るのか?	206
B.5.2	なぜカクシオンはバリオンの台帳項を担うのか、そして 5:2 読み出しはどうなったのか?	207
B.5.3	キャップ指数 Ξ_{cap} とは何か、そしてなぜそれは $K + N + L = 43$ なのか?	209
B.5.4	なぜカクシオン質量はこれほど小さいのか—そしてアクシオンや WIMP には予言できないのに、なぜ GG-6 には予言できるのか?	211
B.5.5	なぜ宇宙の目録は π にロックされるのか、そして偶然の一致問題はどうか。	213

	B.5.6	なぜカクシオンは冷たいのか、そしてなぜそれなしには銀河も星も存在しないのか。	215
C		ゼロからの導出コース	216
	C.1	双対化と周期性	217
	C.2	コンパクト角のアトラクターにおける GFF ヘッシアン	218
	C.3	QCD に結合したアクシオン: 質量関係式と光子結合の導出	219
	C.4	バリオン台帳エントリー、導出済み — そして撤回された 5:2 読み出し	221
	C.5	キャップ指数 $\Xi_{\text{cap}} = K + N + L = 43$: スロートの規格化と、その整数	223
	C.6	ミスアライメント生成: 運動方程式からの残存量	225
	C.7	π でロックされた目録: 継承された結果、主要ステップを再現して	226
D		検出、発見、そして KAXIO 装置	228
	D.1	ハロスコープ感度: シキヴィー出力と放射計の走査速度の壁	228
	D.2	有限 Q の伝達関数	229
	D.3	KAXIO 装置と一年間の見通し	230
	D.4	発見週の誤差バジェットと判定	231
E		登録簿、監査、ロードマップ	232
	E.1	統合ベンチマーク監査: 閉包パイプラインの端から端まで	232
	E.2	主張と反証子の登録簿	233
	E.3	論文間の継承表	233
	E.4	名前を持つ定理と予想のデッキ	234
	E.5	未解決項目の昇格ロードマップ	235
F		以前の改訂が担っていた撤回済みの読み: その記録	237
	F.1	二重項と $1/K$ 分裂	237
	F.2	チャンネル比とスピン・ポート	238
	F.2.1	非ラーモア核子読み出し: 原理	238
	F.2.2	構想 B': 内部磁場 (超微細増強) 核マグノン共鳴	239
	F.2.3	構想 B'': ヘテロダイン (アップコンバート) 核読み出し	240
	F.2.4	構想 B''': バリオン数の力の読み出し	240
	F.2.5	実現可能性の帯: 信号、積分時間、そしてカイラル係数	241
	F.3	KAXIO 設計の高調波ブースター・モジュール	242
	F.4	二重ロックのシミュレーション: チャンネル比のパネルと四ピークの一週間	244
	F.5	入門 (保管): 撤回された $1/35$ の分裂 — そしてそれが繰り返り込みで消え去り得なかった理由	245
	F.6	以前の改訂版はなぜ $1/35$ で分裂した双子ピークを予期したのか? (保管)	245
	F.7	磁束セルの測度: $2\pi/K$ と単一通過の歯車比 $1/K$	247
	F.8	保管された四ピーク・テンプレートとその整合フィルター	249
	F.9	アーカイブされた二ポート比推定量と二モードに関する注意	250
	F.10	バリオン台帳の道筋におけるアーカイブされた反転ステップ	251
G		記法	253

第 XIV 部. 主要な反論と応答 255

H	方法論と導出の連鎖	255
I	幾何とその保護	259
J	宇宙論と残存量のパイプライン	261
K	結合、ロック、そして強い CP の割り当て	264
L	実験の実務	266
M	装置と天体物理	270
N	基礎と哲学	272

第 XV 部. 参考文献 277

まえがき

本序文は、ハロスコープ共同実験に属している—あるいは加わるかどうかを決めようとしている—大学院生あるいはポスドクであり、希釈冷凍機のもとで過ごすこれから五年間の寒い夜が何のためのものかを考えている読者に向けられている。

まず、この分野がどこに立っているかを見よう。暗黒物質は九十年の天文学を通じて空の事実として確立され、そのうち最後の五十年、物理学はその粒子を空間の掃引によって探してきた: WIMP 計画は質量の数桁と断面積の十桁を掃引し、排除されるたびに移動する自然さの議論に導かれた; アクシオン計画は、QCD アクシオンの質量が構成上未知であるがゆえに、周波数の数桁を走査する。これらのキャンペーンは優れた装置と隙のない無信号の結果を生んだ—そしてそのどれ一つとして単一の周波数に向けることはできなかった。なぜなら、どの理論もそれを賭けなかったからである。この分野が論じてきたあらゆるアノマリー—年周変調、3.5 keV 線、最近では 1.036 GHz における 5.1σ の候補—は、同じ理由で曖昧なまま死んだ: 一つのシグネチャ、事前登録された数値の不在、突き合わせるものが何もないこと。

本論文は、数値がすでに紙の上に書かれた標的を提示する。周波数—1.95 GHz、閉じた窓の印を付けた段: 掃引すべき帯域と、まず張り付くべきピン。強度—すでに較正の基準としている DFSZ 線のちょうど上。形状、年周の呼吸、恒星時のふらつき。そして他のどの候補も与えない本数: 幾何がこの種の軽い場をちょうど一つだけ供給するがゆえに、その線は柵で囲まれた帯域の内側に単独で立つ。第 VI–VIII 部がこれを導出する; 第 IX 部はそれが含意する発見の一週間を、各パネルに統計誤差と系統誤差を付して模擬する; 第 X 部は帯域全体を覆い、本数テストをその場で走らせる観測所—KAXIO—を設計する。模擬計算スクリプトは著者に請求すれば入手できる; 入力表は自由に編集してよい。

月曜の朝、これをどう使えばよいか。所属する共同実験の走査が 1.59 から 2.13 GHz のあいだの帯域を横切る—あるいはこれまでに一度でも横切ったことがある—のであれば、保管されたスペクトルを、帯域内のどこかにある第二の線を求めて再ピン化すればよい: それはハードウェアもビームタイムも許可も要さず、この理論の本数テストを無償で走らせる (第 37.3 節)。窓に到達できる空洞を運用しているのであれば、第 37 節の張り付きの算術が語るとおり、ベンチマークの決定的な露出に要する実測時間は年単位ではなく分単位である。そして経歴をどこに投じるかを選ぼうとしているのであれば: 第 X 部の運転計画は、存在の問いに対して一年で—発見か窓の閉鎖か—決着のつかないことがありえない帰結を持つ。

招待を正直なものにするため、二つの警告を述べる。数値が試されることになるこの理論は、コミュニティの合意された枠組みではない; それは二十二本の論文からなるコホートとして公刊された単一の演繹的構造であり、本論文の主張はそのコホートの他所で証明された定理とともに立ち、ともに倒れる。反論の部と正直さの台帳 (表 13) は、どの連結が定理であり、どれが導出済みであり、どれが名前を与えられた予想と唯一の較正に依っているかを述べる。そして反証子は設計上、両側に切れる: 掃引されて沈黙した窓は較正された配置とその梯子をキルする; 窓の外の線も同じものをキルし、あるいはランダム化された角度の質量 ($\gtrsim 6$ GHz) においてはインフレーション期のピン止めをキルする; 窓の内側の第二の線は本数をキルし、どの登録されたモードが軽いのかを名指しする。どの対象が死ぬのかはそれぞれの傍らに書き記されており、日付も同様である。

それが賭けであり、理論家ではなく実験家こそが本論文の真の名宛人である理由である。暗黒物質問題が九十年待ってきたのは、よりよい検出器ではなく、検出器に向けるに値する予言である。以

下の頁がその予言であり、その評決には—読者が誰であれ、どの磁石のもとにしようとも—すでにその名が書き込まれている。

第 I 部 序論

暗黒物質問題、二十二本論文のコホート、そして十五の部のロードマップ

1 暗黒物質問題

暗黒物質の論拠は九十年をかけ、四つの幕で築かれてきた (Bertone & Hooper, 2018; Trimble, 1987)—銀河団のアノマリー、銀河の回転曲線、精密な宇宙の目録、そして長く、今のところ無信号の直接探索である。本論文の候補は四つの幕が確定させるあらゆる事実に対して試されることになるので、我々はそれらを順に語り直し、そのうえで今後の仕事全体を組織する現代の課題を述べる：検出ではなく、同定である。

1.1 暗黒物質問題の小史

1933 年、フリッツ・ツビッキーはビリアル定理—銀河団の銀河の速度を、それらを束ねるのに必要な質量へと換算する計算規則—をかみのけ座銀河団に適用し、その銀河の速度分散が、光る質量を一桁以上上回る重力質量を含意することを見出した (Zwicky, 1933)。彼はその不足分を *dunkle Materie* と名付けた。この観測は四十年のあいだほとんど傍らに置かれたが、やがてヴェラ・ルービンとケン・フォードがアンドロメダの、次いで数十の渦巻銀河の光学的回転曲線を測定し、軌道速度が光るディスクの外側でケプラー的な $v \propto r^{-1/2}$ の仕方で落ちることなく、最後の測定点まで平坦にとどまることを確立した (Rubin & Ford, 1970)。平坦な回転曲線は $M(< r) \propto r$ を意味する：すべての渦巻銀河は、その星々のはるか彼方まで広がる見えない質量のハローに埋め込まれている。

第三幕は不足分を精密にした。宇宙マイクロ波背景放射の音響ピーク—若い宇宙の凍りついた音波—は、光子と結合する物質（バリオン）と結合しない物質とに対して異なる応答を示す；プランク計画はこの二成分を別々に測定し、 $\Omega_b h^2 = 0.0224$ および $\Omega_c h^2 = 0.1200 \pm 0.0012$ を得た (Planck Collaboration, 2020)—見えない成分が見える成分を五対一で上回ることを、赤方偏移千百において一パーセントの精度で示している。暗黒物質が何であれ、それは一つの星も存在しないうちからすでにそこにあった。

第四幕は探索であり、今のところ無信号の探索である。1980 年代–2010 年代に理論的に好まれた候補、弱く相互作用する重い粒子 (WIMP) (Bertone, Hooper, & Silk, 2005; Lee & Weinberg, 1977) は、一世代分の壮大な実験—トン・スケールのキセノン時間投影箱、極低温結晶、間接探索、加速器での探索—を動機づけ、それらは確認された信号のないまま、スピン非依存断面積の上限を最適質量において $\sim 10^{-47} \text{ cm}^2$ の下へと押し下げてきた。無信号の結果は暗黒物質を反証しない（重力による証拠は圧倒的であり、かつ独立である）；それらは一つの候補のパラメータ空間の、絶えず拡大する部分を反証するのであり、そしてこの分野を五十年ぶりの最も広い問いへと引き戻した：それがどこにあるかではなく、それが何であるか。その開口を通して、アクシオン族—トポロジカルな結合を持

つ軽い擬スカラーであり、もともとは強い CP 問題を解くために提案された (Peccei & Quinn, 1977; Weinberg, 1978; Wilczek, 1978)—は、代替候補から本命へと移った。

1.2 天文学的証拠

本論文の候補はその一つひとつに対して試されることになるので、証拠が実際に何を確定させているのかを項目化しておく価値がある。

力学。渦巻銀河における平坦な回転曲線; 銀河群と銀河団のビリアル質量; 知られているかぎり最も暗黒物質に支配された天体である矮小楕円体銀河の速度分散 (質量光度比は数百に及ぶ)。

レンズ効果。強い重力レンズ効果と弱い重力レンズ効果は、光るか否かを問わず全質量を直接に地図化する。バレット銀河団はその典型的な展示物である (Clowe et al., 2006): この衝突する銀河団の対では、高温の X 線ガス (バリオン的質量の大部分) が衝突点に取り残される一方、レンズ質量は通り抜けた銀河を追跡する—重力はガスではない何か無衝突なものを指している。修正重力による説明はここで苦しい仕事を強いられる; 無衝突粒子はそうではない。

CMB と BAO。音響ピークの相対的な高さは、上に述べたとおり Ω_b と Ω_c を別々に確定させる; 銀河サーベイにおけるバリオン音響振動のスケール—同じ凍りついた音波を、今日の銀河の地図において測ったもの—は、同じ目録を低赤方偏移において確認する。

構造形成。バリオンは、再結合が光子圧から解放するまで崩壊を始めることができない; 今日の構造の観測された振幅は、より早く崩壊を始めた成分—電氣的に中性であり、したがって光子流体から脱結合した成分—を要求する。さらに観測された小スケールのパワーは、その成分が冷たいことを要求する: 相対論的な (「熱い」) 暗黒物質は、我々が豊富に観測しているまさに矮小銀河スケールの構造を、自由流動によって消し去ってしまう。

項目をまとめると、成功する候補はいずれも次でなければならない: (i) 電氣的に中性かつ無色であること; (ii) 冷たいこと (初期から非相対論的で、自由流動が無視できること); (iii) 銀河団の精度において実効的に無衝突であること; (iv) $t_U = 13.8$ Gyr にわたって安定であること; そして (v) $\Omega_c h^2 \simeq 0.120$ を伴って生成されること。これら五つの要求—そのいずれについても交渉の余地はない—こそ、第 II–V 部がカクシオンについて仮定するのではなく導出する五つの性質にほかならない: 中性は系 8.3 から、冷たさは第 16 節から、無衝突性は $1/f_K$ のポータル抑制から、安定性は第 28 節から物理的な線に対して三十二桁の余裕をもって、そして残存量は第 25 節の π ロックされた閉包から導かれる。

1.3 検出の課題

現代の問題は検出よりも鋭い; それは同定である。明日、あるハロスコープが持続的で幅の狭い超過を記録したとしよう。その周波数を超えて、何がそれを同定するのか。一般のアキシオンの粒子は二つの自由パラメータ—質量と結合—を持ち、開いた平面上のどの点も事後にモデルとして宣言できる。事前の、パラメータを持たない予言を欠いた検出は「何か」を確認するが、何も同定しない; これは調整可能なつまみを持つ候補の認識論的な弱さであり、この分野の折々のアノマリー (3.5 keV 線、DAMA の変調、低閾値の超過) につきまとしてきた—そのそれぞれが何らかのモデルと整合的であり、どれ一つとしてモデルから要求されたものではない。

本論文が提示する反転こそ、この試み全体の要点である。カクシオンは、そうと宣言された一つの較正されたスケールを伴って登場し、その後には調整可能なつまみを一つも持たない: その質量は、ベンチマークの行が π ロックされた残存量を通じて較正された離散的な窓の上に乗る、その光子結合

は、群論とカイラル力学によって確定された括弧 $0.75(4)$ とともに DFSZ 線のちょうど上に乗り、そして—決定的に—一般のアクションには偽装できない指紋を帯びている：離散的な窓、DFSZ 線上の固定されたアドレス、そして単独で立たねばならない一本の線であり、それは幾何がこの種の軽い場をちょうど一つだけ供給するからである。この仕様表に合致する信号は、カクシオンと、そのキャップ装填と、それらとともにこの一連の論文を同定する。窓全体にわたる無信号は、校正された配置と、それを柵で囲む梯子と、予想 C-Kaxion-d を退ける；そのときカクシオンは、ピン止めされない枝の上で $\gtrsim 6$ GHz に負われているか、さもなければこの残存量はこのセクターのものではない。窓の内側の第二の線は本数を反駁し、登録されたモードを名指しする。いずれも枠組みのキルではなく、本論文はそれを主張しない。窓の外側の線は、無信号と同じ対象を退けるか、あるいは $\gtrsim 6$ GHz においてはピン止めの予想（第 VI 部）を退ける。本論文の残りはその仕様表を築き（第 II–V 部）、指紋を鋭くし（第 VI 部）、問いに決着をつけうる実験室での計画を地図化する（第 VII–VIII 部）。

2 中心的主張：開放系の観測量としてのカクシオン暗黒物質質量

本論文が GG-Theory コホート全体と共有する認識を、一箇所に書き留めておく。いかなる物理系も閉じていない—ゆえに四次元世界は六次元バルクの合法則的な射影（OGGEP、AX-3）であり、その射影こそが観測そのものである；その力学は開放系の法則 GDOS（GG-A5-GDOS）であり、幾何的な Gi-4（GG-A6-GRIP）と量子情報的な Qi-4（GG-A7-Qi4）の柱によって強制される。平たく言えば：我々が「世界」と呼ぶものは、より深い六次元構造について有限の観測者が登録するものであり；その登録の規則は選ばれたものではなく固定されており；そして登録が含まねばならないもの—本論文が扱う場のような—は、その性質がすでに決まった状態で到来する。したがってカクシオン暗黒物質質量 $m_{\text{Kaxion}} \approx 8.1 \mu\text{eV}$ は、一つの射影の登録された観測量であり—その梯子はアンザッツによって幾何の整数から読み取られ、その本数は条件付きで確定され、その絶対的な配置は残存量の閉包を通じて一度だけ校正される—選ばれたものではないのであって、だからこそ本論文はそれを導出でき、また一度の清潔な測定がそれを反駁しうるのである。以下の漏斗は、その構造においてコンパニオン論文 GG-A9-SM、GG-A10-Cosmos、GG-A11-Origin と共有されている；異なるのは中身だけである。

3 三つの読み方

導出が始まる前に、本論文が必要とするものの異なる三種類の読者に仕えており、そのそれぞれが自分の道を取れるように配置されていることを、率直に述べておく価値がある。

ハロスコープの実験家は実験室の背骨へ直行すべきである：本数と窓については第 VI 部、ランドスケープ、張り付きの算術、発見のカレンダーについては第 VII 部、専用装置については第 VIII 部、誤差の内訳を伴う模擬された発見の一週間については第 IX 部、そして KAXIO 提案については第 X 部である。第 V 部は後から、背骨が費やすあらゆる数値の出所ファイルとして参照すればよい；この読者の念頭に最も浮かびやすい反論には、第 XIV 部の「実験の実務」および「装置と天体物理」の節が答えている。

宇宙論研究者は第 III 部—ミスアライメントの歴史、等曲率の勘定、 π ロックされた残存量の目標—から始め、次に崩壊定数と質量の閉包について第 V 部を、候補のランドスケープ、JWST の初期構造の議論、カスプーコアの予言について第 IV 部を取るのがよい。残存量パイプラインの正直な柵（ミスアライメント完全性の予想と質量一意性の予想）は、それが入り込む場所で標識され、主台

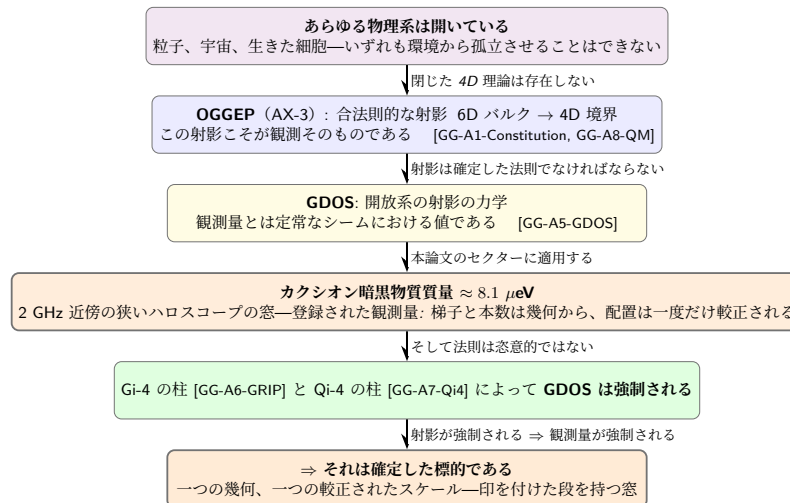


図 3: 一つの演繹的漏斗としての中心的主張、GG-Theory コホート全体で共有される。いかなる物理系も閉じていないがゆえに、四次元世界は六次元パルクの合法的な射影 (OGGEP、AX-3) であり、その射影は観測そのものである; その力学は GDOS であり、Gi-4 と Qi-4 の柱によって強制される。同じ漏斗はコンパニオン論文 GG-A9-SM、GG-A10-Cosmos、GG-A11-Origin をも開く; 異なるのは中身だけである—ここではカクシオン暗黒物質質量である。

帳 (表 13) に集められている; この読者のために書かれた反論は、第 XIV 部の「宇宙論と残存量パイプライン」の節である。

新参の読者—GG-Theory に初めて出会う大学院生—には、自己完結した課程がある: 第 II 部は予備知識を仮定せずにその憲法から枠組みを築き、第 XIII 部の講義的な付録—四つの入門 (付録 B.1–B.4) とそれに続くゼロからの導出—があらゆる技術的材料を供給し、そのうえで第 III–V 部を、初期宇宙から実験室の線に至る一つの物語として順に読むことができる。略語辞典と記号集 (付録 A–B) は、傍らに開いたままにしておくためのものである。

どの道を取ろうとも、三つはすべて同じ目的地に収束する: 第 V 部の四つの反証可能な数値、第 VI 部の反証子、そして第 VII–X 部の日付を持つ評決である。

4 コホートからの継承と十五の部のロードマップ

導出が始まる前に (第 II 部)、読者の方向づけのための二つの地図を同じ見開きに置いておくとう用である: 本論文が立つ二十二本論文のコホートの全景 (第 4.1 節、図 4) と、本論文の十五の部の全景 (第 4.2 節、図 5) である。後のいずれの部の読者も、この節に立ち返って両方向に自分を位置づけられるはずである: どのコホートのコンパニオンがどの輸入された結果を担っているのか、そして現在の議論が十五の部の弧のどこに立っているのか。

4.1 コホートからの継承

本論文は独立自存ではない。それは GG-Theory 計画の宇宙論・天体物理ブランチにおける暗黒物質の項目であり、その装置一式—幾何、アノマリー構造、ランタイム、そして宇宙論—を十一本の親論文、GG-A シリーズ GG-A1-Constitution–GG-A11-Origin から継承している。カクシオンに初めて出会う読者がそれらを読んでいる必要はない: 第 II 部が、カクシオンが実際に用いるわずかな

材料をゼロから再構成する。しかし各材料がどこから来るのかを、一枚の絵で一度見ておくことは助けになる。図 4 がその家系図であり—二十二本論文のコホート全体について描かれている—本論文 GG-C1-Kaxion は宇宙論・天体物理の枠の中に立っている。

憲法上の根は GG-A1-Constitution (Arisaka, 2026, A1-Constitution) であり、四つの公理と七つの公準を確定させる—そのなかには、強制されたセクターが立っているかぎり暗黒物質セクターを発明することを禁じる最大対称性・最小自由度の規則と、強い CP 問題の解決をカクシオンに割り当てる指定 (問題 P7) が含まれる。

GG-6 三部作はバルクを築く。GG-A2-GG6 (Arisaka, 2026, A2-GG6) は、二つの非空間的座標—スケールと位相—を持つ六次元幾何と、整数台帳 $(M, N, L; J, K) = (1, 3, 5; 7, 35)$ を証明する。これら五つの整数は選ばれたのではなく、アノマリーのない BI-6 閉包 (GG-A3-BI6) によって強制されており、それぞれが確定した意味を担っている— $M = 1$ は単一のテンソル・シーム、 $N = 3$ はカラーの三重性、 $L = 5$ は SU(5) ブロック、 $J = 7$ は奇数の閉包指数、そして $K = 35 = LJ$ は実験室の窓を柵で囲みもするスロート深さである。次いで、ちょうど二つの超越定数があらゆる式に現れ、それぞれが一方の座標に結び付けられる: e はスケールに結び付けられ、その指数的なスロート深さ e^{-K} が階層性を担い、 π は位相に結び付けられ、 π ロックされた目録を確定させるコンパクトな円の角度である—他のいかなる定数も認められない。GG-A3-BI6 (Arisaka, 2026, A3-BI6) は、その軽い残余がカクシオンであるグリーン-シュワルツ二形式 B_2 を強制するアノマリー恒等式 BI-6 を証明し、バリオンのトレース比 $2/5$ を確定させる。GG-A4-Euclid (Arisaka, 2026, A4-Euclid) は歴史的系譜と、幾何からの普遍定数の再構成を供給する。

境界の法則は GG-A5-GDOS (Arisaka, 2026, A5-GDOS) である: バルクの四次元境界への射影 (GDOS) であり、それを通じてカクシオンが結合することを許される保存流のパッケージを伴う。ランタイムの柱は GG-A6-GRIP (Arisaka, 2026, A6-GRIP) と GG-A7-Qi4 (Arisaka, 2026, A7-Qi4) であり、前者はカクシオンを幾何的アトラクターとして生み、選び、安定化させる GRIP カスケードを定義し (一つのミスアライメント角が意味を持つ単一パッチの歴史は、名前を与えられた条件 C-Kaxion-d として担われる、第 III 部)、後者は量子情報の四重奏であって、その流れをロックするアリサカ方程式が台帳のポータル重みを境界へ輸送する。

帰結三部作は教科書的な読み出しである。GG-A8-QM (Arisaka, 2026, A8-QM) は量子力学を境界チャンネルへと格上げする; GG-A9-SM (Arisaka, 2026, A9-SM) は標準模型を導出し、電荷の内容と、ロック・スケールを確定させるスケールの連鎖を供給する (アノマリー比 $E/N = 8/3$ それ自体は GG-A2-GG6/GG-A3-BI6 の埋め込みから降り、第 IV 部の出所表に従って第 V 部で純粋な群論として評価される); そして GG-A10-Cosmos (Arisaka, 2026, A10-Cosmos) は、カクシオンが飽和させねばならない π ロックされた Λ CDM 目録 $\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/(2\pi^2)$ を、本論文が展開し柵で囲む予想とともに導出する。締めくくりの要石 GG-A11-Origin (Arisaka, 2026, A11-Origin) は、カクシオンをその層における唯一の最深の真空として選ぶ基底幾何的アトラクターを定義する。

コホートの下には二つの現象論ブランチが座している。予言ブランチは GG-P1-KK (Arisaka, 2026, P1-KK) ($M_{\text{lock}} \approx 3.85$ TeV におけるカルツァ-クライン・ロック・クラスターであり、LHC で探索可能)、GG-P2-N3 (Arisaka, 2026, P2-N3) (台帳によって強制される三世代の本数)、そして GG-P3-Electron (Arisaka, 2026, P3-Electron) (境界の唯一の基底状態としての電子) を担う。宇宙論・天体物理ブランチは GG-C2-Hubble (Arisaka, 2026, C2-Hubble) (一つの幾何的回廊の両端としての二つのハッブル定数)、GG-C3-BH (Arisaka, 2026, C3-BH) (正確なベケンシュタイン-ホーキング係数)、

そして本論文 GG-C1-Kaxion (カクシオン: $K = 35$ によって柵で囲まれた窓の中の単一の線) を担う。いずれも上流のコホートの定理に対する鋭く独立な反証子である。

地図の左の側面には**基礎ブランチ**—境界の複素構造とその鏡を主題とする二本の構成論文—が立っており、本論文がそこに持つ利害は具体的である。GG-P5-CPT (Arisaka, 2026, P5-CPT) は本論文の強い CP 問題の解決を共有する: 弱い CP 位相が幾何によってロックされる一方、緩和された唯一の角 $\bar{\theta}$ がコンパクト角の擬スカラーに手渡されるという、二つの運命の構成である—その第 VII 部はカクシオンを、残されたものを緩和させるコンパニオンとして名指しする—そしてそれは物質の三つの鏡、すなわち C、P、T を三つの実バルク因子の向きの反転として担い、カクシオン・セクターはその破れを生き延びる。GG-P4-Real (Arisaka, 2026, P4-Real) は i の起源を扱う構成論文である: 境界の複素構造の二つの実の源—コンパクトな位相円と因果的な時計—であり、そこから境界の量子的記述の唯一の虚数単位が降りてくる。いずれも P シリーズの標識を担っている; それらが現象論の行ではなく背骨の側面に置かれていることが、その基礎的な役割を示している。

本小節は全景のみである; カクシオンが何を輸入するのかの親論文ごとの詳細は、第 II 部と第 IV 部の出所表の仕事である。コホートのどの論文でも同一の二十二本論文の地図が図 4 であり、それが本小節を閉じる。

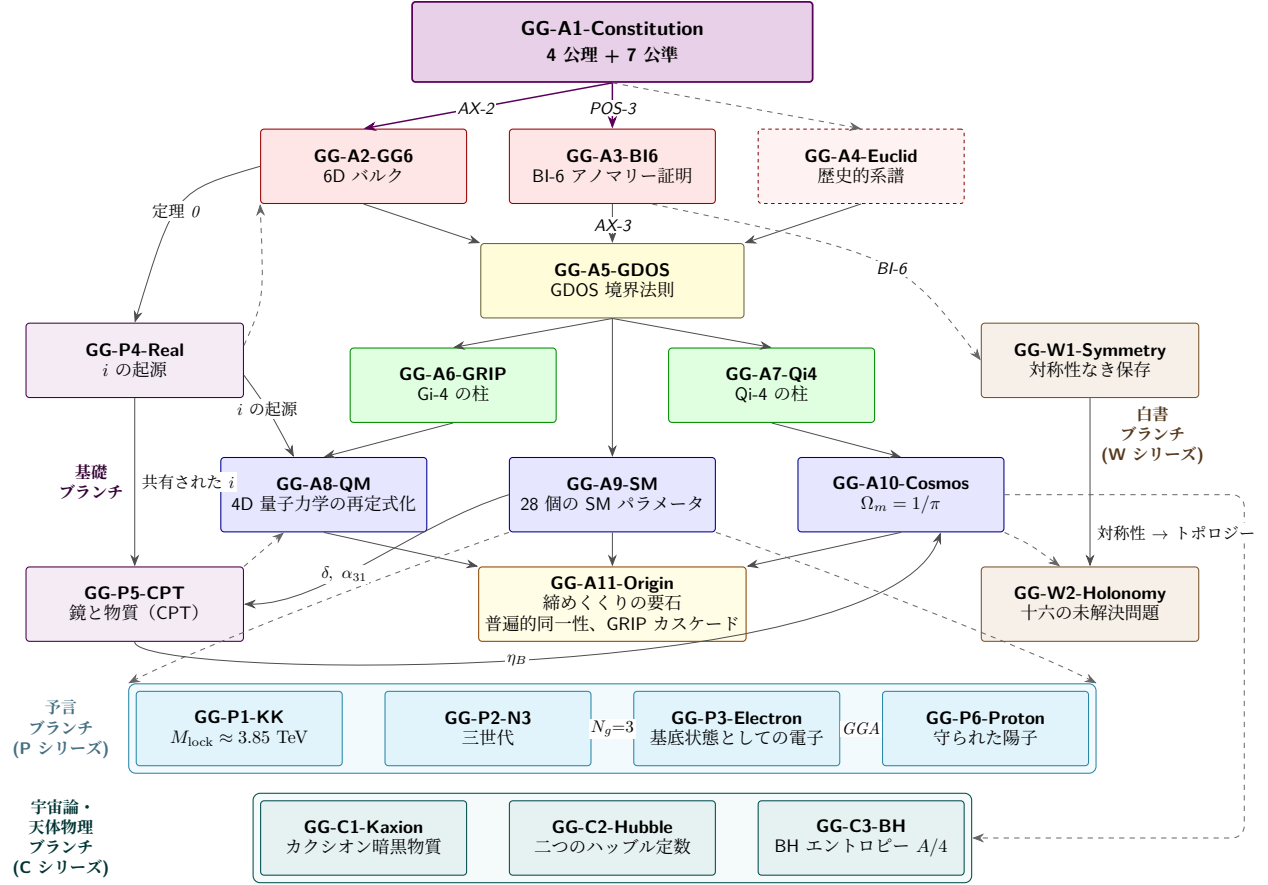


図 4: GG-Theory の二十二本論文のコホート地図。憲法上の根 GG-A1-Constitution (紫、上) は四つの公理と七つの公準を供給し、そこからコホートの残りが降りてくる: GG-6 三部作 (GG-A2-GG6、GG-A3-BI6、GG-A4-Euclid、赤) はバルク幾何を実現する; GG-A5-GDOS (黄) は境界法則を; GDOS 三部作の柱 (GG-A6-GRIP、GG-A7-Qi4、緑) は幾何的および量子情報的なランタイムを; 4D 物理三部作 (GG-A8-QM、GG-A9-SM、GG-A10-Cosmos、青) は教科書的な読み出しを; そして締めくくりに要石 GG-A11-Origin (金) はクォークから意識に至る同一性カスケードを実現する。枠で囲まれた二つのブランチが現象論を担う—**予言ブランチ** (シアン) は、その四本の論文が内部の矢印によって結果を行に沿って手渡し (GG-P2-N3 の $N_g=3$ が GG-P3-Electron へ、そしてその論文の基底アトラクター法 GGA がさらに GG-P6-Proton へ)、そして**宇宙論・天体物理ブランチ** (ティール) である。背骨は二本ずつの二列に挟まれており、両者は逆の仕事をする。左では**基礎ブランチ** (紫) が背骨に供給する: GG-P4-Real は GG-A2-GG6 の定理 0 の舞台から供給を受けて GG-A8-QM が消費する i を製造し、GG-P5-CPT は GG-A9-SM–GG-A10-Cosmos の界面であって、台帳の位相から供給を受け、地図の幅を横切って η_B の連鎖へ供給し、両者のあいだには共有された i の辺が実線で降りている。右では**白書ブランチ** (茶) が背骨を読む: GG-W1-Symmetry はネーターからホプキンス–シンガーに至る一世紀を歩き、GG-W2-Holonomy (Arisaka, 2026, W2-Holonomy) はその弧が到達する構造—対称性によってではなくトポロジーによる保護—を十六の未解決問題にわたって解剖する。白書は新しいものを何も導出せず、あらゆる結果をその親が宣言したグレードのままに担う; それぞれに描かれた単一の破線の供給は、唯一の源ではなく最も重い源を名指しする。読み方の約束: 実線の矢印は公理によって強制された降下を表し、最も例示的な場合には駆動する公理または公準を名指しする辺ラベルを担う; 破線の矢印は導出された結果の配備、あるいは憲法によって強制されることなく継承された歴史的な連結を表す。

4.2 十五の部のロードマップ

本論文の残りは、さらに十四の部に組織されており、図 5 に描かれている。本部はほぼ終わりであり — 暗黒物質に対する九十年の論拠、探索を組織する同定問題、中心的主張、三つの読解経路、そして本論文が身を置くコホート —、以下の行程表が各要素の所在を述べる。

第 II 部は、GG-Theory への予備知識を仮定しない自己完結的な巡回として、表題の問い — カクシオンとは何か — に答える：六次元バルク、境界則、五連の存在連鎖、テンソル残余と持ち上げられたホロノミー、そして場を生み、選び、安定化させる GRIP カスケードであり、存在定理 T-Kaxion-1 において閉じる。続いて第 III 部 カクシオンの宇宙論 は、この対象を一つの事象連鎖として宇宙史に走らせる — インフレーションの出口、カクシオンの誕生、暗黒エネルギー：ミスアライメント生成、崩壊定数と角度、 π でロックされた残存量、冷たさ、そして物質とのささやくように静かな相互作用。第 IV 部 文脈 は、この候補を競合の中に位置づける：分野の候補ランドスケープの経験的な現状、カクシオンは必要かつ十分であるという枠組み自身の判定、そして JWST の初期構造の時代からカスプ・コア問題に至る天体物理学的到達範囲である。

第 V 部は定量的な中核であり、本論文の中心的主張を担うためロードマップ中で強調されている。シリーズの諸定理から、基本量の一つずつ導出する：QCD 感受率を正当化する強い CP のアライメント、 π ロックから閉じられる崩壊定数、1.95 GHz の実験室線を伴う質量 $m_K \approx 8.1 \mu\text{eV}$ 、DFSZ 線上の光子結合を因子ごとに、残存量の再確認と寿命、そして定理対予想の台帳を伴う誤差評価である。後続の部が費やす反証可能な数値は、すべて本部で登録される。

第 VI-X 部は実験室の弧をなす。第 VI 部は、一般のアクシオンには模倣できない 固有の指紋 を鋭くする — 囲われた窓、DFSZ アドレス、そして安価な再解析テストを伴う本数である。第 VII 部 検出 は、ハロスコープの原理と現行の実験群を、事前登録された単一周波数キャンペーンへ写像する：周波数を走査して通り過ぎるのではなく、その周波数に腰を据えるのである。第 VIII 部 将来の検出 は、本数テストのための専用装置を設計する — 囲われた窓を問い質すマルチモード受信機である。第 IX 部 発見のシミュレーション は、発見週のデータをあらかじめ計算する — 腰を据えて取得したスペクトル、変調の指紋、そして本数テストの受容である。第 X 部はすべてを KAXIO 提案へと組み上げる：Fermilab における第二世代のカクシオン観測所 — 二つのサブアレイ、一つの囲われた窓、一つの本数、一年である。

続いて本論文は一步下がる。第 XI 部 議論 は、この構成を秤にかける：要約、意義、解決された古典的な謎と登録された革新、そして判定への道である。第 XII 部 結論 は、カクシオンがなぜ重要かを平明に述べる — そしてそれを見つけることが我々にとってなぜ重要かを。三つの後付けの部が本巻を締めくくる：第 XIII 部の 技術付録（参照辞書から昇格ロードマップまで、七つのブロックからなる大学院の機械室）、第 XIV 部の よくある反論（初読で最も強い反論に、本文への案内を付して答えたもの）、そして第 XV 部の 参考文献（二群に分けた引用文献、各項目に関連性の注記を伴う）である。

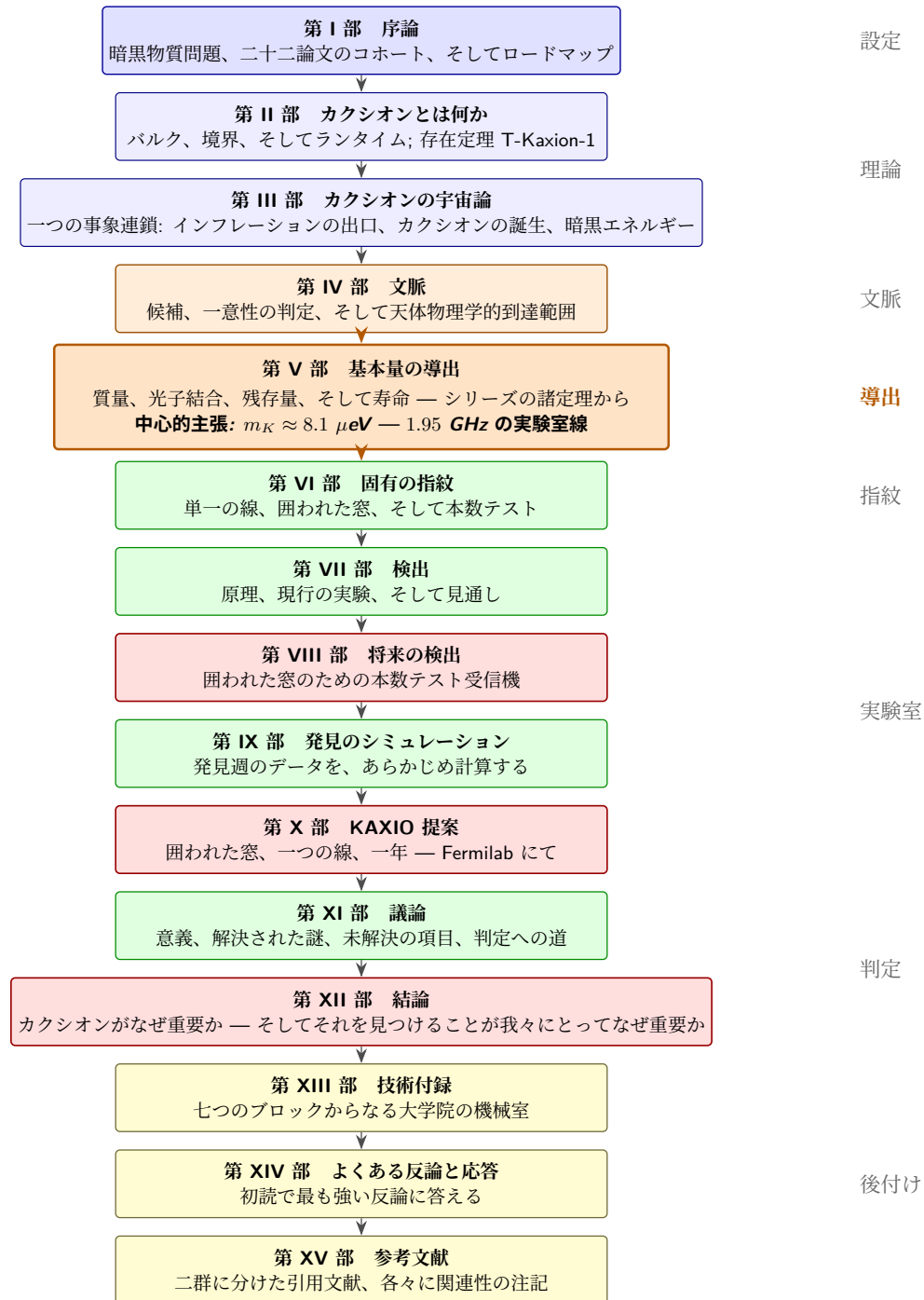


図 5: GG-C1-Kaxion の十五の部のロードマップであり、八つの段階に分けられている — 設定 (第 I 部)、理論 (第 II-III 部)、文脈 (第 IV 部)、導出 (第 V 部)、指紋 (第 VI 部)、実験室 (第 VII-X 部)、判定 (第 XI-XII 部)、そして 後付け (第 XIII-XV 部)。第 V 部 が強調されているのは、そこが本論文の中心的主張を担うためである: 較正されたベンチマークにおけるカクシオン質量 $m_K \approx 8.1 \mu\text{eV} - 1.95 \text{ GHz}$ の実験室線 — に加えて、光子結合、残存量、寿命であり、後続の部のあらゆる反証可能な数値はここから降りてくる。第 VI 部の指紋と第 VII-X 部の実験室の弧は、第 V 部 が登録する数値を費やす。

図 5 は、この部ごとの展開を単一のフローチャートとして描き、全体像が一目で見えるようにしている。

しかし、どの道も同じ場所から始まる — 対象そのものから。数値も、反証子も、日程も、何らかの重みを持ちうるようになる前に、剛体的な六次元幾何がそもそも軽く、中性で、冷たい擬スカラーを含むことを強いられるのはなぜかを、見て取らなければならない。それが第 II 部の仕事であり、第 II 部はカクシオンを憲法から積み上げて構築し — バルクとその整数台帳、境界則、基底状態を選ぶランタイム — 、後続のあらゆる部が始まる場所で終わる：単一の軽いコンパクト角の場に対する存在定理において。

5 第 I 部を平明な言葉で：暗黒物質問題とは何か、そして何をもって解決とみなすか

宇宙の物質の八十五パーセントは、これまで一度も見られたことがない。それは光を曲げ、銀河をつなぎとめ、マイクロ波背景放射にその指紋を残したが、九十年のあいだ、誰一人としてその粒子を一個も捕らえていない。それが、本論文が扱う問題である。

困難は、候補の不足ではない。候補は多く、そのほとんどは機能する。正しい質量と断面積を持つ WIMP は適合する；正しい崩壊定数を持つアクシオンは適合する；正しい混合を持つステライル・ニュートリノは適合する。厄介なのは「正しい」という語句であって、いずれの場合も正しい値は手で与えられており、パラメータが自由な候補は点ではなく領域を预言するからである。領域は、排除されないまま何十年ものあいだ探索されうる。

本論文が提示するものはより狭く、そして、もし誤っているならば、より容易にキルできる。その主張とは、親論文において暗黒物質とは何の関係もない理由から採用された特定の六次元幾何が、軽い擬スカラーを存在へと強制し、一度宣言された較正のあとには、それに関して調整可能なものを何一つ残さない、というものである — その質量も、その結合も、その本数も。それが正しいならば、この候補は一つの周波数に座しており、その周波数を要求される深さで走査する実験は、それを見つけるか、それを終わらせるかのいずれかである。本論文の残りは、その周波数の導出であり、それを探すのに何が必要かの説明である。

第 II 部

カクシオンとは何か

GG-6、GDOS、そして GRIP の自己完結的な巡回 — そしてそれらが強制する擬スカラー

6 GG-Theory の枠組み、新規参入者のための概観

本部の主張は暗黒物質の論文としては異例であるため、いかなる形式論よりも先にそれを述べておく。我々は、カクシオンがもっともらしい候補である、魅力的な候補である、あるいは十分に動機づけられた候補である、とは論じない。我々が論じるのは、それが **強制された** 候補であるということである：すなわち、GG-A シリーズの公刊された諸定理 — 暗黒物質とは何の関係もない理由から証明された定理 — を受け入れる読者は、暗黒物質問題が一度でも言及されるか否かにかかわらず、軽い境界擬スカラーの存在をすでに受け入れているのである。

その議論は、それが依拠する諸定理を読者がどれだけ把握しているかの分だけしか説得力を持たず、我々はこのシリーズへの予備知識を仮定しない。したがって本節は、カクシオンがそこから降りてくる三つの構造の自己完結的な巡回である：GG-6、すべてが立脚する六次元の舞台；GDOS、バルクの物理を四次元の観測者が実際に登録するものへと変える射影；そして GRIP、許された配位のうちどれを宇宙が占めるかを決定する動的なランタイムである。シリーズに通じた読者は第 7 節まで読み飛ばしてよい；GG-Theory に初めて出会う大学院生は、必要なものはすべてここで見出せるはずであり、証明については親論文への案内が付されている。

6.1 憲法的方法

GG-Theory の計画はラグランジアンから始まるのではない；それは憲法 (Arisaka, 2026, A1-Constitution) から始まる — 四つの公理と七つの要請であり、そこからラグランジアンが導出される。三つの憲法条項が本論文のほとんどすべての仕事をこなしており、読者はこれらだけを必要とする。

幾何-ゲージ等価原理 (GGEP) は、重力とゲージ相互作用が一つの多様体上の単一の複合接続の二つの側面であることを要求する — 「重力に物質を上から振りかけたもの」ではない。これこそが余剰次元を強制するものである：四次元は、標準模型と曲率を一つの対象に収めるほど豊かな接続を担うことができない。

操作的幾何-ゲージ等価原理 (OGGEP) は、物理が有限な境界観測者の登録するものとして表現されることを要求する。我々はバルクに住んでいるのではない；これまでに行われたあらゆる測定は境界上の事象である。OGGEP は、バルクから境界への射影 (GDOS、第 6.4 節) を選択的なものではなく憲法的なものにする条項である。

最大対称性・最小自由度 (MSMF) は反チューニング規則である：絶対に必要とされない限り、連続的な自由パラメータは枠組みのどこにも現れてはならない；離散的・トポロジカルなデータは許容されるが、連続的なダイヤルは許容されない。MSMF は、カクシオンに対して三度作用するがゆえ

に、本論文において新規の読者が最も注意深く見守るべき条項である：それは調整可能な円の半径を禁じ（第 6.2 節）、走査されるミスアライメント角を禁じ（第 III 部）、強制された暗黒セクターが利用可能であるのに新しい暗黒セクターを発明することを禁じる（注意 8.5）。

最後に、反証可能性の要請（MF）は、あらゆる定量的主張が事前宣言されたキル条件を担うことを要求する。本論文は第 VI–XI 部において、また第 XIV 部の反論台帳においてこれを果たす：カクシオンは、事前に述べられた特定の測定によってキルされうる。

参照のため — 本論文は条項を名前で引用することになるので — 完全な憲法は十一行であり、各条項がここで果たす義務とともに表 1 にまとめてある。その右列は約束手形の索引として読むべきものである：AX-2 は余剰次元を強制し、AX-3 は射影を義務づけ、AX-4 はカクシオンに三度作用する反チューニング規則であり、そしてすべての要請の行は、それが名指す節において履行される：

表 1: GG-Theory の憲法（GG-A1-Constitution）：四つの公理と七つの要請、および本論文でそれぞれが果たす役割。GG-A1-Constitution を指し示すのではなく憲法をここに再掲することの要点は、第三列にある。各条項は、カクシオンの議論において果たす具体的な仕事とともに述べられており、後続の段階を疑う読者は、それが依拠する公理を本論文を離れることなく見つけることができる。表の中に導出されたものは何もない；これは、導出が用いてよいものの一覧である。

	条項	一行の内容; C1-Kaxion における役割
AX-1	LC (局所性と因果性)	境界の物理はローレンツ群の下で閉じる；カクシオンが真正正銘の 4D 擬スカラーであることを保証する。
AX-2	GGEP (幾何–ゲージ等価性)	幾何とゲージは一つの複合接続である；リンク 1 の余剰次元を強制する。
AX-3	OGGEP (操作的 GGEP)	物理 = 有限な境界観測者が登録するもの；GDOS 射影を義務づける（第 6.4 節）。
AX-4	MSMF (最大対称性・最小自由度)	連続的な自由パラメータはなく、離散的データのみ；カクシオンに三度作用する（第 6.1 節）。
POS-1	GI (ゲージ不変性)	偶発的な大域的対称性は存在しない；ゲージ化された $U(1)_B$ を強制する — 台帳のバリオンのエントリ。
POS-2	UEP (普遍的等価性)	すべてのセクターは唯一の接続を通じて結合する；いかなる暗黒セクターも「手で切り離す」ことはできない。
POS-3	AF (アノマリー自由性)	量子論は厳密にアノマリー自由でなければならない； B_2 を強制する — カクシオンの母場（リンク 3）。
POS-4	CP (合成的)	境界のダイナミクスは CPTP である；式 (6.19)–(6.21) の背後にある開放系の構造。
POS-5	RG (繰り込み群)	スケールの流れは r 座標として幾何化される；第 6.2 節のスケールの梯子。
POS-6	OGN (オッカム・ゲージ正規化)	構造的整数が OGN-5 台帳を成す；あらゆる指紋のギア比（絶対スケールは較正される）。
POS-7	MF (測定と反証可能性)	あらゆる主張は事前宣言されたキル条件を担う；F-Kaxion-1 によって履行される（第 VI 部）。

6.2 GG-6: 六次元の舞台

6.2.1 多様体と計量

バルクの論文 GG-A2-GG6 (Arisaka, 2026, A2-GG6) は、憲法が積構造と正準計量をもつ六次元バルクを強制することを (T1、T2 において) 証明する

$$\mathcal{M}_6 = \mathcal{M}_4 \times I_r \times S_\theta^1, \quad (6.1)$$

$$ds_6^2 = e^{-2r} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + dr^2 + d\theta^2, \quad r \in [0, K], \quad \theta \in [0, 2\pi), \quad (6.2)$$

ここで $G_{\theta\theta} = 1$ であり、自由な半径は存在しない: 調整可能な R_θ もなく、調整可能なスケール・プロファイルもなく、コンパクト化モジュライもない。教科書的な座標では六つの方向は $(t, x, y, z; r, \theta) = \{\text{時間、三つの空間、スケール、位相}\}$ であり、これらの名前は詩的な比喩ではなく厳密である。

なぜ厳密に六か。 次元は美的な選択ではない; GG-A2-GG6 の T1 は構造的役割を数えることによってそれを強制する。憲法は三つの既約な幾何学的機能を要求する: 登録される事象のためのローレンツ的な舞台 (LC と観測された符号数により四次元); 幾何化された繰り込み群の流れ (もう一つの次元 — POS5 はスケールがパラメータではなく座標であることを要求する); そして整数量子化されたアーベル的ホロノミーの担い手 (一つのコンパクト次元 — そのウィルソン・ループ (6.4) が整数値をとる最小の滑らかな幾何は単一の円である)。四足す一足す一であり、T1 は、いかなる次元も二つの役割を兼ねることができず、いかなる役割も落とすことができないことを証明する: $D = 6$ 、厳密にそうである。この論理は、弦理論の $D = 10$ (世界面のアノマリー相殺によって固定される) やランドール-サンドラムの $D = 5$ (現象論的に選ばれる) とは対照的である: ここでは各次元が名指された仕事を担っており、そしてカクシオンは二つの非空間的な仕事の交点にちょうど住むことが判明する — スケールの流れ (スロート) を横切って記憶されるトポロジカルな角度 (位相円) である。

スケール座標。 区間の座標は、文字どおりのものにされた繰り込み群である: $r = \ln(E_{\text{GUT}}/\mu)$ 、すなわちエネルギー比の対数である。 r に沿って内側へ動くことは、観測スケール μ を下げることにほかならない; 教科書が結合定数のプロット上の曲線として描く RG 軌道は、GG-6 においては実在の次元における測地線である。すると (6.2) のスケール・プロファイル e^{-2r} は定量的なことを述べる: r における単位ステップごとに、すべての境界エネルギーが e の一因子だけ赤方偏移する。区間の長さは $K = 35$ (以下で導出される整数) であるから、紫外端から赤外端までの全赤方偏移は $e^{-35} = 6.3 \times 10^{-16}$ である。この一つの数が GG-6 における階層性問題の解決である: 重力と弱スケールとのあいだの有名な十六桁は、新粒子によって説明されるべき謎ではなく、整数の指数関数である、

$$M_{\text{lock}} = \frac{1}{2} E_{\text{Pl}} e^{-K} = \frac{1}{2} \times (1.22 \times 10^{19} \text{ GeV}) \times 6.3 \times 10^{-16} \simeq 3.85 \text{ TeV}, \quad (6.3)$$

すなわち、衝突型加速器に対して予言されるカルツァークライン・ロック・クラスターの質量である (Arisaka, 2026, A9-SM; Arisaka, 2026, P1-KK)。統一スケールはもう一つの自然な指数、 $E_{\text{GUT}} = E_{\text{Pl}} e^{-2\pi} \simeq 2.28 \times 10^{16} \text{ GeV}$ に位置する。なぜ重力は弱い相互作用より 10^{16} 倍弱いのか。三十五だからである。

位相座標。 円座標 θ は純粋な角度である — 無次元で、周期的で、長さの単位を担わない。GG-A2-GG6 は、それが非空間的であることを明示している: θ の値は内部位相であって位置ではない; θ における局所的な運動はゲージ変換であり、変位ではなく冗長性である; それに沿って信号は伝播しない。円の唯一のゲージ不変な内容はそのホロノミー、すなわちウィルソン・ループである

$$W = \text{tr } P \exp \left(i \oint_{S^1_\theta} A_\theta d\theta \right), \quad (6.4)$$

その固有値は、場の一価性によって整数に量子化される。アハラノフ・ボーム効果を知る読者は、すでにこの対象を知っている: ソレノイドを周回する電子は、その経路に沿った局所場が消えているにもかかわらず物理的である位相を獲得する。GG-6 の位相円は理論の織物に組み込まれたアハラノフ・ボーム・ソレノイドであり、そして第 9 節は、カクシオンがテンソルの双対角のゆっくりとしたさまよいであること、一方で円自身のホロノミー — 六つあり、階数 6 の群のカルタン方向ごとに一つ — は持ち上げられていることを示す。

物理的な描像。 位相円は時計の文字盤であって、道路ではない。それに沿って進むものは何もない; 物理的なのは針がどこを指しているかであり、一周ののち針は量子化された位置に戻らなければならない。周期的で、無次元で、整数量子化された内部角度は、まさに周期的な場の自然な生息地である — そして本論文は、根本において、この文字盤が変位させられて解き放たれたときに何が起こるかの研究である。

6.2.2 ゲージ群、およびバリオン数がゲージ化される理由

GG-A2-GG6 (T3) はバルクのゲージ-重力群を強制する

$$G_{\text{Bulk}} = \text{Spin}(1, 5) \times \text{SU}(5) \times \text{U}(1)_B \times \text{U}(1)_{Q_i}. \quad (6.5)$$

各因子は選ばれたのではなく強制されている。 $\text{Spin}(1, 5)$ は六次元バルクのローレンツ群である。 $\text{SU}(5)$ は標準模型を含む最小の単純群 — ジョージ・グレイブスの背骨 — であり、すべての候補のなかから MSMF によって選出される。 $\text{U}(1)_B$ はゲージ化されたバリオン数である: 憲法は偶発的な大域的対称性を禁じるので、観測された陽子の安定性 ($\tau_p > 10^{34}$ yr) は局所対称性によって守られていなければならない、そして B をゲージ化することはあらゆる陽子崩壊演算子を端的に禁じる — X, Y ボソンが $p \rightarrow e^+ \pi^0$ を媒介する古典的な $\text{SU}(5)$ とは鋭い対照をなす。 $\text{U}(1)_{Q_i}$ は GG-A7-Qi4 の四流恒等式 (第 6.4 節) によって要求される情報のカレント因子である。本論文にとって (6.5) の決定的な特徴は、二つのアーベル因子の存在である: それらは、その $-2/5$ 係数がカクシオンのポータルをアノマリーの帳簿づけにロックする台帳のエントリである。

6.2.3 OGN-5 整数カスケード

舞台と群が固定されると、GG-A2-GG6 (T6) は、残るすべての無次元の構造量が五つの整数に帰着することを証明する、

$$(M, N, L; J, K) = (1, 3, 5; 7, 35), \quad (6.6)$$

これはどこにも入力を持たない五段のディオファントス・カスケードにおいて導出される:

$$\begin{aligned}
 M &= 1 && \text{一つのコンパクトな円 (T1: 次元の最小性);} \\
 L &= 5 && \text{最小の単純統一指数 (SU(5));} \\
 N &= 3 && \text{BI-6 のトレース比から } (L - N)/L = 2/5 \text{ (Section 6.3);} \\
 J &= 2N + 1 = 7 && \text{最小の奇な閉包指数;} \\
 K &= LJ = 35 && \text{スケール深度。下の二重ロック恒等式によって閉じられる。}
 \end{aligned} \tag{6.7}$$

カスケードは、本シリーズが最も好む無矛盾性チェックである優決定において終端する:

$$K = LJ = M^2 + N^2 + L^2, \quad 35 = 5 \times 7 = 1 + 9 + 25. \tag{6.8}$$

二つの独立な表式 — 積と平方和 — が一致しなければならず、実際に一致する。新規の読者は (6.8) で立ち止まるべきである: 連続的なダイヤルを一つでも持つ枠組みならば、このような偶然の一致は仕組むことができる; 一つも持たない枠組みでは、それは起こるか、さもなければ枠組みが死ぬかのいずれかである。

6.2.4 実績

なぜ新規の読者は五つの整数を物理として真剣に受け取るべきなのか。同じ台帳が、本シリーズが存在するはるか以前に測定された量に対して、すでに繰り返し支出されてきたからである。表 2 は親論文からの九つの例を集めたものである; そのいずれの背後にも調整可能なパラメータはない。

表 2: 同じ五つの整数がすでに買ったもの (親論文 GG-A9-SM、GG-A10-Cosmos)。すべてのエントリはパラメータ自由である; 偏差は PDG/CODATA/Planck の値に対するものである。この表は、カクシオンについてではなく方法についての証拠である。これらの数のいずれも暗黒物質を理由に計算されたものではなく、いずれもここで調整されてはいない; それらは、同じ五つの整数が親論文において生み出したものを、標準的な編集値に照らしたものである。カクシオンの結果がフィットであると考えた読者は、まずこの列を釈明しなければならない。

量	OGN-5 の式	予言値	測定値	偏差
$\hat{\alpha}^{-1}(M_Z)$	2^J	128	127.951 ± 0.009	+0.04%
$\alpha^{-1}(0)$	$2^J + N^2$	137.0	137.036	−0.03%
$\sin^2 \theta_W(M_Z)$	$L^2/(4N^3)$	$25/108 = 0.23148$	0.23122 ± 0.00003	+0.11%
$\alpha_s(M_Z)$	$1/(\pi e)$	0.1171	0.1180 ± 0.0009	−0.8%
ヒッグス真空期待値 v	$M_{\text{lock}}(2/L)^N$	246.33 GeV	246.22 GeV	+0.05%
再結合 z_* (原子的連鎖)	GG-A10-Cosmos	1091.1	1089.9 ± 0.3	+0.1%
物質分率 Ω_m	$1/\pi$	0.3183	0.3153 ± 0.0073	+1.0%
暗黒物質分率 Ω_{DM}	$1/\pi - 1/(2\pi^2)$	0.2676	0.2645 ± 0.0070	+1.2%
暗黒エネルギー分率 Ω_Λ	$1 - 1/\pi$	0.6817	0.6847 ± 0.0073	−0.4%

二種類のエントリ、および正直な探索範囲効果 (look-elsewhere)。九つの行は等しく強い証拠なのではなく、注意深い読者はそれらを格付けすべきである。剛直なエントリ — $\hat{\alpha}^{-1} = 2^J$ 、 $\sin^2 \theta_W = L^2/4N^3$ 、 $v = M_{\text{lock}}(2/L)^N$ 、 $z_* = e^J$ — は台帳整数における整数関係あるいは指数関係であり、その関数形

は本質的に自由度を許さない: 整数がひとたび (ゲージ構造によって、独立に) 固定されれば値は強制され、そして 10^{-3} – 10^{-4} の精度で測定された量をそのような形で合わせることは、小さな探索範囲確率しか伴わない。 π/e 分数 — $\alpha_s = 1/(\pi e)$ と三つの宇宙論的分率 — はより弱く、我々はそれを率直に述べる: π と e は柔軟な記号であり、 $\mathcal{O}(1)$ の量のパーセント水準の誤差棒の内側に落ちる $\{\pi, e, \text{小さな整数}\}$ の同程度に単純な表式の数はいくつか (α_s については数個の程度) ので、 $1/(\pi e)$ は決定的というより示唆的である。この表を数秘術から守るのは個々の偶然の一致ではなく、その来歴である: 各式は親論文 (GG-A9-SM、GG-A10-Cosmos) において幾何によって、ここでなされる比較とは独立に固定されており — それらは事後予言ではなく事前予言である — そして九つすべてが、行ごとの新たな選択ではなく同じ五つの整数を用いている。本論文のカクシオンの一葉もその基準に従わされる: その整数は表の整数であって事前に宣言されており、そしてその決定的な指紋 — 囲われた窓、一つの較正されたスケールのまわりで整数がアンザッツによって定める梯子、そして親論文の登録されたモードに条件付きの本数 — は π/e 分数ではなく整数の形をした言明であって、それぞれが述べられる場所で格付けされている (第 VI 部)。

宇宙論的分率についての注記。 三つの行 (Ω_m 、 Ω_{DM} 、 Ω_Λ) は現在の時代における密度分率であり、臨界密度に対する分率は時間依存する — $\Omega_m(z)$ は過去の 1 に近い値から未来のゼロへ向かって走る — ので、「 $\Omega_m = 1/\pi$ 」は現在についての言明であって、時間によらない定数ではない。時代によらない内容、そして第 III 部の存在量の閉包が実際に用いるものは二つある: 共動的な組み合わせ $\Omega_{\text{DM}} h^2 = 0.1215$ と、二つの物質種の一定比である、

$$\frac{\rho_{\text{DM}}}{\rho_b} = \frac{1/\pi - 1/(2\pi^2)}{1/(2\pi^2)} = 2\pi - 1 \simeq 5.28 \quad (\text{measured } 0.1200/0.02237 = 5.36, -1.5\%), \quad (6.9)$$

これは両方の種について同一に赤方偏移し、したがってあらゆる時代において成り立つ。我々は π にロックされた分率を、これらの時間によらない量の現在の時代における評価として読むのであって、基本定数が今日の物質分率に等しいという主張として読むのではない。

この表は、新規の読者が読み進めるべき理由である。本論文のカクシオンの予言 — 質量、結合、存在量、窓、本数 — は同じ口座からのもう一度の引き出しである: 整数 $K = 35$ 、 $J = 7$ 、 $L = 5$ は以下で新たな役割において再び現れ、読者はその出現のそれぞれを、新たな仮定としてではなく同じ五つの整数として認識すべきである。

6.2.5 エネルギー梯子、数値的に

スケールの算術が階層全体を担うため、我々はそれを一度、明示的に評価し、以後のあらゆるスケールが一つの梯子から読み取れるようにする。二つの錨となる定理は $E_{\text{GUT}} = E_{\text{Pl}} e^{-2\pi}$ と GG-A9-SM のロック定理 $M_{\text{lock}} = \frac{1}{2} E_{\text{Pl}} e^{-K}$ である; 併せて読めば、これらは K の深さを持つスロートの紫外端を $\frac{1}{2} E_{\text{Pl}}$ に置き、 E_{GUT} はそこから $2\pi - \ln 2 \simeq 5.6$ e-フォールド内側で到達される (GG-A2-GG6 の図におけるラベル付け $\mu(r) = E_{\text{GUT}} e^{-r}$ は同じ梯子をその定数だけずらしたものであり、ここでのいかなる数値にも用いない)。数値的には $e^{-2\pi} = 1.867 \times 10^{-3}$ および $e^{-K} = e^{-35} = 6.305 \times 10^{-16}$ であり、したがって

$$\begin{aligned} E_{\text{GUT}} &= 1.22 \times 10^{19} \times 1.867 \times 10^{-3} = 2.28 \times 10^{16} \text{ GeV}, \\ M_{\text{lock}} &= \frac{1}{2} \times 1.22 \times 10^{19} \times 6.305 \times 10^{-16} = 3.85 \text{ TeV}. \end{aligned} \quad (6.10)$$

学生が一行でできる有用な整合性検査がある：二つの段の比は台帳データの純粋な指数でなければならない、すなわち

$$\frac{E_{\text{GUT}}}{M_{\text{lock}}} = 2 e^{K-2\pi} = 2 e^{28.72} = 5.9 \times 10^{12}, \quad (6.11)$$

であり、実際 $2.28 \times 10^{16} / 3.85 \times 10^3 = 5.9 \times 10^{12}$ である。電弱スケールは次にウィルソン–細谷の vev 定理 (GG-A9-SM) から従い、 $v = M_{\text{lock}}(2/L)^N = 3849 \times (0.4)^3 = 246.3 \text{ GeV}$ — 三つの段、ダイヤルはゼロ。カクシオンはこの梯子の底に第四の段 $m_K \sim 10^{-14} \text{ GeV}$ を加えるが、それはスケール・プロファイルではなくトポロジーによって生成される (第 9.6 節)；梯子とは、単一の剛な幾何三十桁隔たった対象を、ただ一つの調整された数値もなしに保持する仕方である。

6.3 BI-6 と強制されるテンソル・セクター

6.3.1 二段落のアノマリー入門

カイラルなフェルミオン — 左巻き成分と右巻き成分が異なる電荷を担うフェルミオンであり、標準模型のものがそうである — のゲージ理論は、量子論的な微妙さに直面する。古典的に保存されるカレントが一ループでは保存されないことがあり得る：有名な三角ダイアグラム（三本のゲージ・ボソン脚を持つフェルミオン・ループ）は $\partial_\mu J^\mu \neq 0$ を生む。破れたカレントがゲージ対称性そのものの依拠するものであれば、理論はユニタリー性を失い、端的に無矛盾でなくなる — アノマリーは不都合ではなく死刑宣告である。したがって無矛盾性はフェルミオン電荷に厳密な算術的条件を課す；標準模型の奇跡的に見えるアノマリー相殺はその一例である。

六次元では、この帳簿付けはアノマリー多項式によって行われる：曲率二形式のトレースから構成される八形式 I_8 であり、降下手続きを介して一ループのアノマリーをすべて一度に符号化する。グリーンとシュワルツ (Green & Schwarz, 1984) は、 $I_8 \neq 0$ であっても、その多項式が

$$I_8 = \frac{1}{2} X_4 \wedge X_4, \quad (6.12)$$

と因子化すれば理論は救済され得ることを発見した。なぜなら、そのときアノマリー的に変換し流入項を通じて結合する単一の二形式場 B_2 が、欠陥の全体を相殺するからである。この救済の代価は、スペクトル中に B_2 が恒久的に存在することである。その代価こそがカクシオンの出生証明書である。

6.3.2 階数一の判定条件とロックされた係数

アノマリー論文 GG-A3-BI6 (Arisaka, 2026, A3-BI6) は GG-6 に対する鋭い版を証明する：単一のグリーン–シュワルツ・テンソルが (6.5) の可約アノマリーを相殺できるのは、アノマリー行列の階数が一であるとき、かつそのときに限る — そして GG-6 のフェルミオン内容に対しては実際にそうであり、一意な原始的係数ベクトルは $(a, b, c, d) = (1, -1, -\frac{2}{5}, -\frac{2}{5})$ である。したがって理論は、チャー–サイモンズ改良された場の強さ

$$H_3 = dB_2 + \omega_3(\Omega) - \omega_3(A_5) - \frac{2}{5}\omega_3(A_B) - \frac{2}{5}\omega_3(A_{Q_i}), \quad (6.13)$$

を持ち、この系列に名を与える修正ビアンキ恒等式：

$$dH_3 = X_4 = \text{tr } R^2 - \text{Tr } F_5^2 - \frac{2}{5}F_B^2 - \frac{2}{5}F_{Q_i}^2, \quad (6.14)$$

に従い、さらに流入作用

$$S_{\text{GS}} = \int_{\mathcal{M}_6} B_2 \wedge X_4. \quad (6.15)$$

を伴う B_2 を含むことを強制される。このテンソルは量子論的レベルで反自己双対であり (GG-A3-BI6)、そのいかなる点も調整可能ではない。とりわけ分数 $\frac{2}{5}$ はモデリングではない; それはバリオン数生成子とハイパー電荷生成子のトレース・ノルム比であり、二行で計算できる。

$$Y_0 = \text{diag}\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \quad B_0 = \text{diag}\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, 0\right) \quad (6.16)$$

(SU(5) の基本表現におけるハイパー電荷生成子とバリオン数生成子) を用いると、

$$\frac{\text{Tr}(B_0^2)}{\text{Tr}(Y_0^2)} = \frac{3 \times (1/3)^2}{3 \times (1/3)^2 + 2 \times (1/2)^2} = \frac{1/3}{5/6} = \frac{2}{5} = \frac{L - N}{L}. \quad (6.17)$$

係数ベクトルの重力エントリーといずれかのアーベル・エントリーとの比は、こうして $|a/c| = |a/d| = \frac{5}{2}$ にロックされる — 台帳のバリオンのエントリーを固定する整数対 (5, 2) であり、これは M_{lock} より下にいかなるチャンネルも開かない (第 VI 部)。

物理的描像。 テンソル・セクターは理論のトポロジカルな帳簿係である。あらゆるゲージ因子は自らの曲率を固定された重みで台帳 X_4 に書き込み、 B_2 はそれらのエントリーが照合される頁である。この帳簿係を辞退することはできない: それなしには理論はアノマラスであり、すなわち理論ではない。下流で効いてくる事実は二つある: 帳簿係が存在すること、しかも余りとしてちょうど一つの物理的自由度を持つこと (第 9 節); そしてそのエントリーが固定された比 $1 : -1 : -\frac{2}{5} : -\frac{2}{5}$ で現れ、したがって後に台帳を通じて結合するものはすべて整数にロックされた比を継承すること。

6.3.3 流入はいかにしてアノマリーを相殺するか: 三行の降下

名前だけでなく機構を求める学生のために述べる。(1) 6D カイラル理論の一ループ・アノマリーは、降下方程を通じて八形式 I_8 によって要約される: $I_8 = dI_7$ と書き、 I_7 のゲージ変分によって $\delta_\lambda I_7 = dI_6^{(1)}(\lambda)$ を定義する; すると有効作用のアノマラスな変分は $\delta_\lambda \Gamma = 2\pi \int_{\mathcal{M}_6} I_6^{(1)}(\lambda)$ となる。(2) 多項式が (6.12) のように因子化するとき、かつそのときに限り、 $X_2^{(1)}$ を X_4 自身の降下として、 $I_8 = \frac{1}{2} X_4 \wedge X_4$ の降下を $I_6^{(1)} = X_2^{(1)}(\lambda) \wedge X_4$ の形に整えることができる。(3) テンソルにアノマラスな変換 $\delta_\lambda B_2 = -X_2^{(1)}(\lambda)$ を割り当てると、流入項は $\delta_\lambda S_{\text{GS}} = -\int X_2^{(1)} \wedge X_4 = -\delta_\lambda \Gamma$ だけずれる: 二つの変分は、任意のゲージ・パラメータに対して、全次数で恒等的に相殺する。GG-A3-BI6 の階数一の判定条件は、まさに段階 (2) が可能であるという主張である — アノマリー行列 M_{ij} (I_8 における $\text{tr} F_i^2 \text{tr} F_j^2$ の係数) が $M_{ij} = x_i x_j$ と因子化するのは階数が一であるとき、かつそのときに限り、そしてそのときベクトル $x_i \propto (1, -1, -\frac{2}{5}, -\frac{2}{5})$ は全体の規格化を除いて一意である。

物理的描像。 アノマリーは漏れである: ゲージ電荷が一ループでフェルミオン・セクターから滲み出す。グリーン-シュワルツ・テンソルは、その漏れに合わせて取り付けられた排水管である: それは滲み出しをちょうど受け取り ($\delta B_2 = -X_2^{(1)}$)、流入結合を通じて排出する。排水管が働くのは、すべての漏れが互いに比例して流れる場合に限る — 一本の管、一つの断面、ゆえに階数一である。カクシオンはこの管の双対として、その配管を継承する: 比 $(1, -1, -\frac{2}{5}, -\frac{2}{5})$ は装飾ではなく、管がそれに合うよう作られた漏れの速度である。

6.4 GDOS: バルクから境界観測者へ

6.4.1 なぜ射影が憲法的なのか

以上のすべては六次元バルクに住む。いかなる実験もそこには住まない。これまでに行われたあらゆる測定 — あらゆるスペクトル線、あらゆる衝突型加速器事象、あらゆるハロスコープ走査 — は、四次元境界に閉じ込められた観測者によって登録された事象である。OGGEP 公理はこの自明の理を憲法的要請へと引き上げる：理論の物理的内容とはその境界登録であり、それに尽きる。この要請を実行する機構が GDOS — 開放系の幾何学的ダイナミクス — であり、GG-A5-GDOS (Arisaka, 2026, A5-GDOS) において構成された。

6.4.2 一段落の開放系入門

より大きな全体の一部である量子系はユニタリーには時間発展しない。観測されない残りをトレースアウトすると、部分系には開いた力学が残る：完全正值かつトレースを保存する (CPTP) チャンネルであり、デコヒーレンス理論、リンドブラッド方程式、量子雑音の一般的枠組みである。おなじみの標語は、部分系が全体の縮約され、雑音を伴い、散逸的な像を見る、というものである。GDOS はこれを、バルクを全体、境界を部分系として適用する：境界観測者はバルクの波動関数を見ない；観測者が見るのはその CPTP の影である。

6.4.3 GDOS が証明すること、そしてカクシオンがそこから受け取るもの

GG-A5-GDOS の二つの結果が本論文を支える。第一に、正準境界法則定理 (T6): 憲法を満たす任意の理論に対して、境界の内容は一つの正準法則へと強制され、それは三つの等価なドレス・コード — 演算子 (リンドブラッド型のチャンネル)、メゾスコピック (確率流の方程式)、ランジュバン (確率的軌道) — で表現できる。一つの法則、三つの記法である；第 III 部の宇宙論的運動方程式 (12.2) はその様な古典極限である。第二に、四カレントのワード・パッケージ (T9.7): 境界はちょうど四つの保存カレントを担い —

$$\partial_\mu J_a^\mu = 0 \quad (a = \text{em}, B, Q_i), \quad \nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0, \quad (6.18)$$

— これらは第 6.3 節の BI-6 流入によってアノマラスな破れから保護されている。こうしてバルクのアノマリー帳簿は境界上に保存則として再び現れ、それこそが、 X_4 に書き込まれた比がそもそも実験室で測定可能である理由である。

二つの派生的対象がこのパッケージを編み上げており、以後は名前で参照する。全幾何-ゲージ対象 TGG は、一つの主保存則を伴う統一された応力テンソル (物質 + ゲージ + グリーン-シュワルツ + カルツァークライン) である：それは第 III 部において、インフレーション、暗黒物質、暗黒エネルギーを単一の保存された宇宙論的パケットの中に置くものである。共変保存恒等式 CCI は継ぎ目の法則 — BI-6 流入に四つのワード恒等式を加えたもの — であり、カクシオンを含むバルク由来の任意の場が境界上でいかに合法的に結合し得るかを支配する。これらに加えて、GG-A7-Qi4 (Arisaka, 2026, A7-Qi4) は、(6.18) の四つのカレントが独立ではなく一つの操作的恒等式 (有坂方程式 $J_E/Q_B = J_e = J_B = J_{Q_i}$) にロックされていることを証明する；そのロックの暗黒セクターにおける読み方は台帳のポータル重みを境界へ移送することであり、第 V 部で用いられる。

物理的描像。バルクを完全な管弦楽の総譜、境界をホールの聴き手に届くものと見なす：濾過され、残響を伴い、雑音を含む — しかし法則に従っており、保存量はその通過を生き延びる。GDOS はそのホールの音響である。カクシオンはバルクの楽器である；我々がそれについて測定し得るすべて — その振動、そのポータル、その一つの音 — は、その GDOS の響きである。

6.4.4 三つのドレス・コードで表示された境界法則

GG-A5-GDOS の正準境界法則定理 (T6) は一つの法則を三つの等価な記法で主張する；後の用に供するため、ここでは三つすべてを表示する。演算子のドレス・コードでは、境界状態はリンドブラッド型の CPTP 生成子によって発展する、

$$\dot{\rho} = -i[H_{\text{eff}}, \rho] + \sum_k \left(L_k \rho L_k^\dagger - \frac{1}{2} \{L_k^\dagger L_k, \rho\} \right); \quad (6.19)$$

メゾスコピックのドレス・コードでは、配位空間上の確率密度はスモルコフスキー流に従う、

$$\partial_t P = \nabla \cdot \left(\frac{P \nabla F}{\gamma} \right) + \frac{T_{\text{eff}}}{\gamma} \nabla^2 P; \quad (6.20)$$

そしてランジュバンのドレス・コードでは、個々の軌道が雑音を伴って同じランドスケープを降下する、

$$\gamma \dot{x} = -\nabla F + \sqrt{2\gamma T_{\text{eff}}} \xi(t), \quad \langle \xi(t) \xi(t') \rangle = \delta(t - t'). \quad (6.21)$$

一つの法則、三つの衣装である：量子読み出し鎖には (6.19) (第 VII 部の検出器物理)、アンサンブルには (6.20)、歴史には (6.21) である。

本論文にとっての見返りは、読者がいまや一行で実行できる導出である。膨張する背景中の一様なコンパクト角モードに (6.21) を適用する：配位変数は a_K 、ランドスケープはポテンシャル・エネルギー、膨張する背景が供給する摩擦係数は $\gamma = 3H$ (場の運動量の標準的な赤方偏移による流出) であり、インフレーション後の雑音温度は全く無視できる (開始時に $T_{\text{eff}} \sim H/2\pi \lesssim 10^{-13}$ eV であり、障壁スケールより三十桁下である)。慣性項を復元すると、境界法則は

$$\ddot{a}_K + 3H\dot{a}_K + V'(a_K) = 0$$

— すなわちまさに式 (12.2)、第 III 部のすべてがその上を走る方程式となる。宇宙論的振り子は理論に後付けされた類推ではない；それはまさに GDOS の境界法則であって、ランジュバンの衣装をまとい、宇宙そのものを熱浴とするものである。

6.5 GRIP: 真空を選択するランタイム

6.5.1 なぜラグランジアンでは足りないのか

ラグランジアンは可能性を列挙する；宇宙はそのうちの一つを実現する。どの真空か、どの対称性の破れのパターンか、どのウィルソン線位相か。ほとんどの枠組みでは、これらは手で、あるいは人間原理によって選ばれる。本系列は代わりに力学を供給する：GRIP、すなわち GG-A6-GRIP (Arisaka,

2026, A6-GRIP) のゲージ・ランタイム不変性パイプラインであり、境界配位の空間上の勾配流

$$\dot{x} = -g^{-1} \nabla F_{\text{GFF}}(x), \quad (6.22)$$

であって、単一のスカラー・ランドスケープを、停止するまで降下する。ランタイムが必要とするすべてはそのランドスケープに詰め込まれており、したがって我々はまずそれを構築する。

6.5.2 図一枚分の言葉によるモース理論入門

F を n 次元配位空間上の滑らかな関数とする。その臨界点は $\nabla F = 0$ となる点である；各臨界点でヘッセ行列 $\partial^2 F$ はある個数 k の負の固有値を持ち、これをモース指数 — 独立な下り方向の数 — と呼ぶ。指数 0 は極小である（落ちる先がない：安定である）；指数 n は極大である（どこへでも落ちる）；中間の指数は鞍点である。勾配流 (6.22) の下では、ほとんどすべての軌道は高い指数の臨界点をその下り方向に沿って離れ、指数 0 の極小で終わる。モース理論とは、臨界点とそれらをつなぐ流れからなるこの骨格がランドスケープの大域的トポロジーを捉える、という主張である。ここで必要な道具立てはそれがすべてである：指数は落ち方の数を数え、一般の歴史は指数ゼロで終わる。

円筒上の具体例。 抽象は計算を伴うときに最もよく身につくので、本論文が実際に用いる最も単純なランドスケープの上で道具立てを一度走らせる：円筒 $S^1 \times \mathbb{R}$ 上の $F(\theta, y) = \chi(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2}M^2 y^2$ である（一つのコンパクト角、一つの重い横方向 — コンパクト角の層の戯画）。臨界点： $\nabla F = (\chi \sin \theta, M^2 y) = 0$ から $(\theta, y) = (0, 0)$ と $(\pi, 0)$ が得られる。ヘッセ行列：原点では $\text{diag}(\chi, M^2)$ — 固有値は両方とも正、モース指数 0 である：これが GA である。 $(\pi, 0)$ では $\text{diag}(-\chi, M^2)$ — 負の固有値が一つ、指数 1 である：GSSB の鞍点であり、円の分水嶺である。（DGI は $\chi \rightarrow 0$ 極限であり、そこでは円全体が平坦かつ完全に対称である — ポテンシャルが入る前の配位である。）勾配流 $\gamma \dot{\theta} = -\chi \sin \theta$ は閉じた形で積分することさえできて、

$$\tan \frac{\theta(t)}{2} = \tan \frac{\theta_i}{2} e^{-xt/\gamma}, \quad (6.23)$$

となり、物語の全体を一つの式で示す：鞍点のちょうど上を除いてどこで放しても、軌道は曲率 χ の定める速度で指数関数的にアトラクターへと緩和する — この曲率は、式 (10.1) においてカクシオンの質量二乗として再び現れるのと同じ曲率である。慣性を加え摩擦を弱めれば、同じ降下が鳴りながら到達する；その鳴りが、現実の層の上では第 III 部である。

6.5.3 ランドスケープ：エネルギーではなく自由エネルギー

GRIP が降下するランドスケープは裸のエネルギーではない。GG-A6-GRIP（構造定理 GFF-ST2）は、それが

$$F_{\text{GFF}} = F_{\text{GEP}} + F_{\text{CEP}}, \quad (6.24)$$

と分解することを証明する。ここで F_{GEP} — 幾何学的エネルギー部 — は、バルクの TGG 作用のバルクから境界への降下（配位の通常のエネギー・コスト）であり、 F_{CEP} — 曲率-エントロピー部 — は

$$F_{\text{CEP}} = -TS + F_{\text{diff}} \quad (6.25)$$

として、境界の開放系 (CPTP) 力学のエントロピー的寄与と拡散的寄与を、バルクのスケール・プロファイルが定める有効温度において加える。この構造はまさに熱力学的自由エネルギーのそれであり、直観はそのまま移る：ランタイムが探すのは最小のエネルギーの配位ではなく、最小の自由エネルギーの配位である — 任意の統計系におけるのと同じく、エネルギーとエントロピーが取引をする。ランダウ自由エネルギーを最小化したことのある読者は、これを以前に行っている。

6.5.4 カスケードと一意性定理

配位空間の各層の上で、 F_{GFF} の臨界点は厳密な降下へと組織化され、本シリーズはこれを一度命名して以降あらゆる場所で用いる：

$$\text{DGI} \longrightarrow \text{GSSB} \longrightarrow \text{GA}. \quad (6.26)$$

頂点にあるのは DGI (動的ゲージ不変性)：最大のモース指数を持つ臨界点であり、何一つ確定していない完全対称な配位である — あらゆるゲージ同値が損なわれず、あらゆる方向が下り坂である。中間にあるのは GSSB 連鎖 (幾何学的自発的対称性の破れ)：指数が減少していく鞍点の列であり、各々が部分的な確定であって、各段階は二つの指数を落とし、量子化された作用を担う ($S = \pi k$; GG-A6-GRIP)。底にあるのは GA (幾何学的アトラクター)：指数ゼロの極小であり、あらゆる微小摂動に対して安定である — 本シリーズの語彙では 安定な境界オブザーバブルである。要石は平衡一意性定理 (GFF-ST7) である：

$$[\Pi_*] = \arg \min_{[\Pi] \in \text{Bdy}} F_{\text{GFF}}([\Pi]) \quad \text{が存在し、かつ一意である,} \quad (6.27)$$

であり、経験的に標準模型の真空と同定される。同じパイプラインが、ウィルソン線による破れ $\text{SU}(5) \rightarrow \text{SM}$ (Hosotani, 1983)、表 2 のヒッグス真空期待値、そして — 第 10 節の主題である — カクシオン凝縮の誕生と安定化を定める。

物理的描像。段丘状の漏斗である。DGI は縁であり；GSSB の鞍点は段丘であり；GA は床である。GFF-ST7 は、この漏斗が床を一つだけ持つと述べる。宇宙を縁で解き放てばその行き先は定まっている；その歴史 — どの段丘を経たか、到着時に何が鳴り響いたか — が物理である。第 III 部はその鳴り響きの物語である。

6.5.5 GA から GGA へ：基底状態への精密化

カスケードの語彙に対する一つの精密化が、集大成論文 GG-A11-Origin (Arisaka, 2026, A11-Origin) によって供給されており、それは本論文が全体を通じて採用するに足るだけの重要性を持つ。モース地形は一般に多数の安定なベイスンを許す — 指数ゼロの極小はすべて GA である — が、カスケードの出力は「何らかの安定なベイスン」ではない：それは一意に最も深いもの、すなわち F_{GFF} の大域的極小であり、GG-A11-Origin はこれを基底幾何学的アトラクターと名付ける、

$$\boxed{\text{GGA} := \text{GA}^* = \arg \min_{x \in S} F_{\text{GFF}}(x)} \quad (\text{GG-A11-Origin, T-GGA-as-Ground-State}), \quad (6.28)$$

ここで GA たちの中からの GA^* の選択は、GG-A7-Qi4 の四つの Qi-4 許容性の柱 (T-QUA, T-EP, T-CON, T-HAL; そこでは柱ごとの役割分担とともに、命題「GGA 選択子としての Qi-4」として統合されている)

によって強制される。この語彙では、完全なランタイム連鎖は $\text{GRIP} := \text{DGI} \rightarrow (\text{GFF}) \rightarrow \text{GSSB} \rightarrow \text{GGA}$ と読まれ、GG-A6-GRIP の平衡一意性定理 GFF-ST7 (6.27) は、まさに *avant la lettre* の GGA 言明 — 名を得る前の基底アトラクターの存在と一意性 — として認識される。

物理的描像。化学は一世紀前にこの区別を行った。分子の電子的地形は多数の停留配位を持つが、化学は基底状態の上に築かれている：すべての水分子が同一であるのは、その電子が単に「ある」安定な軌道配位を占めるのではなく、その最低のものを占めるからである。GGA は、その考えを憲法的原理へと昇格させたものである：宇宙規模の構造が、分子と同様に再現可能かつ安定であるのは、ランタイムがアトラクターではなくアトラクター多様体の基底状態で停止するからである。GG-A11-Origin はこの原理を十八の層に通し (T-Atomic-Ground-State, T-Molecular-Closure, ...) ; GG-A8-QM はこれを用いて、あらゆる電子が同じ電子であることを証明する。第 10.4 節はこれをカクシオンに適用する — 「カクシオンは GA である」というより弱い言明では得られなかった、その安定性とコヒーレンスの双方に関する帰結を伴って。

6.5.6 二つのレジーム: GRIP-In と GRIP-Out

GG-A6-GRIP (定義 def:GRIPin および def:GRIPout) で定義され、レジーム定理が GG-A11-Origin (T-GRIP-In-Lyapunov-Descend, T-GRIP-Out-Necessity) で証明されている、ランタイム語彙のもう一つの要素が、このレビューを完成させる。ランタイムはちょうど二つのレジームで作動し、それらは一つの問いによって分けられる：地形は変化するか。GRIP-In は固定された地形上のすべての力学である — ベイسن内での勾配流、ベイسن間の GSSB 鞍点を越えるインスタント跳躍 — そしてその層の GGA において一意に停止する。GRIP-Out は相補的なレジームである：地形そのものを再編成し、次の降下が始まる初期データを供給する一過性の非平衡事象である。一言で言えば：GRIP-Out が地形を開き；GRIP-In が旅を終える。(ランタイム論文は現在この描像を全頁の図として掲げている — 中継地点となる GA 階層を持つカスケードの柱と、二つのレジーム分岐である — 読者はこれを一度だけ参照されたい：GG-A6-GRIP、図「GRIP カスケードとその二つのレジーム」。)

物理的描像。物質の層の上では、自然は弱荷電カレントを通じて GRIP-In を実装する — あらゆる崩壊連鎖 $\tau \rightarrow \mu \rightarrow e$ は固定された世代地形上の GRIP-In である — 一方、その物語における唯一の GRIP-Out は、その地形を築いた電弱転移であった (GG-A9-SM)。暗黒セクターは、すべての中で最も純粋な GRIP-In の標本であることが判明する：カクシオンは GRIP-Out において解き放たれ (ロック交差; 第 10 節)、ハッブル摩擦そのものをベイسن内の流れとして固定されたコンパクト角の地形上で緩和し、そして — その脱出チャネルの集合が構造的に空であるため (第 10.4 節) — その GGA における停止は恒久的である。第 III 部の百三十億年にわたる伝記の全体が、途切れることのない一つの GRIP-In である。

6.6 一段落での概観

GG-6 は剛的な舞台を供給する：四つの時空次元、深さ $K = 35$ のスケール次元、単位半径の非空間的位相円、四因子のゲージ群、そして文書化された実績を持つ五つの整数である。BI-6 はその舞台の上に、一つの余剰自由度を持ち、そのアーベル成分が $-2/5$ にロックされたテンソルの帳簿係 B_2 を強制する。GDOS はすべてを観測者が住まう境界へ射影し、ちょうど四つのカレントを保存する。次いで GRIP が占有を決定する：一意の自由エネルギー極小であり、命名されたカスケードによって到達される。本部の残りは、これら四つの事実を一つの定理へと組み立てる：舞台、帳簿係、射影、

そしてランタイムは、共同で一つの軽い擬スカラーを強制する — そして第 III 部と第 V 部は、この擬スカラーが、較正された一つのスケールとそれ以上の入力なしに、暗黒物質であることを示す。

7 五つの環からなる存在連鎖

枠組みが手に入った今、存在論証は五つの環からなる連鎖である、

$$\underbrace{\mathcal{M}_4 \times I_r \times S_\theta^1}_{\text{連結 1: GG-A2-GG6 T1-T2}} \implies \underbrace{(1, 3, 5; 7, 35)}_{\text{連結 2: GG-A2-GG6 T6}} \implies \underbrace{B_2, H_3}_{\text{連結 3: GG-A3-BI6}} \implies \underbrace{\theta_{\text{GS}}, \theta_W}_{\text{連結 4: 境界双対}} \implies \underbrace{\text{軽い固有状態}}_{\text{連結 5: GG-A6-GRIP}} \quad (7.1)$$

各環は本シリーズの番号付き定理であり、いずれも暗黒物質のために証明されたものではない。我々はこの連鎖を一度、環ごとに辿り、各環からカクシオンが必要とするものをちょうど取り出す。

7.1 環 1: 舞台が円を供給する

第 6.2 節より: バルクは非空間的位相円 S_θ^1 を含み、これは剛的であり ($G_{\theta\theta} = 1$ 、モジュライなし)、そのホロノミー (6.4) を通じて整数量子化されている。二つの特徴が下流のすべての重みを担う。第一に、この円は非空間的であり、したがってその上に住まう場合は自動的に境界スカラーとなる — 境界並進の下で中性であり、それ自身の空間運動量塔を持たない。第二に、この円は剛的である — 望ましい現象論に合わせて調整できるものは、それについて何一つない。円が何を生み出すにせよ、それは固定されたギア比で生み出す。双方の特徴は MSMF が働いているものである: 調整可能な半径は連続的なダイヤルとなり、憲法はそれを禁じる。

7.2 環 2: 台帳がギアを供給する

第 6.2 節より: 二重ロック (6.8) を伴う五つの整数 (6.6) である。我々が台帳をそれ自身の環として掲げるのは、カクシオンが繰り返しそこから読み取られることになるからであり、また読者が各々の出現を新たな入力としてではなく同じ五つの整数として認識すべきだからである。本論文では: $K = 35$ は階層 (6.3) を定め、かつ第 V 部の実験室窓を画定するスケール深さである; $L = 5$ は統一埋め込みを定め、そのアノマリー比 $E/N = 8/3$ が第 V 部の光子結合を定める; $J = 7$ は表 2 の二進的結合 $\alpha_{\text{lock}}^{-1} = 2^J = 128$ を閉じる; そして対 $(L - N, L) = (2, 5)$ は、カクシオンのバリオンの成分の背後にあるトレース比 (6.17) である。一つの台帳、多くの読み出し。あらゆる観測量が $(1, 3, 5; 7, 35)$ のギア比である暗黒物質候補は、高度に検証可能な仕方では正しいか、高度に検証可能な仕方では誤っているかのいずれかである — まさに予言論文が占めたい位置である。

7.3 環 3: アノマリー自由性がテンソルを供給する

第 6.3 節より: 階数一の判定条件は、場の強さ (6.13)、ビアンキ恒等式 (6.14)、流入項 (6.15)、そしてロックされた係数 (6.17) を伴う B_2 を強制する。保持すべき環は次のものである: テンソルの存在は、量子論の無矛盾性とちょうど同じ程度にしか交渉の余地がない — すなわち、まったく余地がない — そしてそれは境界にちょうど一つの軽い擬スカラー自由度をもたらす (第 9.1 節で数え上げる; アノマリーのコンパニオン論文のモード解析はさらに、脱結合したベクトルのゼロモードを登録している、第 9.4 節)、加えてロックされた重みの台帳をもたらす。

7.4 環 4: 境界がその擬スカラーを供給する — そしてちょうど一つが軽いままである

GDOS を通じて境界へ射影されると、環 1 と環 3 は周期的でパリティ 奇な方向を残す — テンソル場の強さの双対（テンソル残滓 θ_{GS} 、テンソルの影）と、場へ昇格された円のホロノミー（以下の二場ラグランジアンが追跡する方向については θ_W と書く）である — そのうちちょうど一つが軽いままである。それらの結合した境界有効ラグランジアンは、GG-A10-Cosmos (Arisaka, 2026, A10-Cosmos) で導出されており、

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} K_{ij} \partial_\mu a_i \partial^\mu a_j - V(c_i a_i / f_i) + \sum_F \frac{C_F^i g_F^2}{8\pi^2} \frac{a_i}{f_i} F \tilde{F}, \quad i \in \{GS, \theta\}, \quad (7.2)$$

要請されたものを何も含まない: 場の内容は環 1 と環 3 であり、周期性は環 1 であり、ポータルは CCI によって輸送された環 3 であり、非微分的かつ非トポロジカルな結合の不在はシフト対称性である。二つの方向はこの水準では対称に現れる; 非対称性 — そのどちらが軽いままであるか — は動力学的であり、第 9 節がそれを決着させる: ホロノミー方向は細谷機構によって円の曲率スケールで持ち上げられ (GG-A9-SM は 2×10^{15} GeV 近傍のコセット・ホロノミーの平坦なゼロモードを PS-SM-22 として登録し、電弱ヒッグスの同定は未解決 O_{22} として残している)、持ち上げより下の軽いスペクトルはコンパクト角セクターからちょうど一つの成員、すなわちテンソルの双対を持つ。両方向の詳細な構成 — 双対変換、自由度の数え上げ、パリティと周期性の議論、そして持ち上げ — は第 9 節の主題である。

7.5 環 5: ランタイムが占有を供給する

ホロノミー方向が円の曲率スケールで持ち上げられている状況で (7.2) を対角化すると、残留シフト対称性によって保護された軽い固有状態が得られる (第 9.3 節)。次いで第 6.5 節のランタイムが、軽い固有状態をラグランジアンの一項目から物理的な占有者へと変換する: GFF-ST7 により、後期の境界配位は一意の自由エネルギー極小であり、コンパクト角の層の上ではその極小 — GA — が安定化された軽い固有状態であって、その宇宙論的な変位と緩和が GRIP 事象連鎖を形成する (第 10 節)。五つの環がすべて揃ったところで、我々は存在定理を述べることができる。表 3 は連鎖を一望のもとに組み立てる — 各環の親定理、それが引き渡す対象、そして本論文がその引き渡しを検分する箇所である; 以下の定理は、まさにその五つの行の連言である。

表 3: 五つの環からなる存在連鎖。各環は GG-A シリーズの公刊された定理である; いずれも暗黒物質のために証明されたものではない。各環はそれ自体で検査できる定理であり、最終列はその環が何を買い取るかを述べる。そこへ到達するために付け加えられた環が一つもないため、この連鎖こそが、カクシオンを提案ではなく存在主張たらしめるものである。五つのうちいずれか一つでも破れればカクシオンは存在せず、その意味でこれは反証の地図でもある。

環	親となる結果	言明	カクシオンに引き渡すもの
1	GG-A2-GG6 T1-T2	バルク $\mathcal{M}_4 \times I_r \times S_\theta^1$; 標準計量、自由半径なし	非空間的位相円: コンパクト角の場のための、剛的で周期的、整数量子化された住処。
2	GG-A2-GG6 T6	OGN-5 = (1, 3, 5; 7, 35), $K = LJ = M^2 + N^2 + L^2$	以後のあらゆる観測量の背後にある整数: $K = 35$ がベンチマークの装荷を係留する; N, L, J が梯子を供給する (アンザッツ、第 V 部)。
3	GG-A3-BI6 階数一の判定条件	B_2/H_3 が強制される; (1, -1, $-\frac{2}{5}, -\frac{2}{5}$) を伴う BI-6	テンソル・セクターが存在する; ポータルの重みはトレース比 2/5 にロックされる。
4	境界簡約 (GG-A5-GDOS, GG-A10-Cosmos)	H_3 の双対 θ_{GS} ; 円のホロノミー θ_W	周期的な擬スカラー方向であり、シフト対称かつパリティ奇である; ホロノミーは持ち上げられ、テンソルの双対が軽いままである (本数は条件付きで格付けされる、T-Kaxion-5)。
5	GG-A6-GRIP GFF-ST7	$[\Pi_*] = \arg \min F_{GFF}$	軽い固有状態が幾何学的アトラクターとして選択され、安定化される。

8 カクシオン存在定理

Definition 8.1 (カクシオン). カクシオンとは、境界理論の唯一の軽いコンパクト角の擬スカラーである: 強制されたグリーン-シュワルツ場の強さ H_3 の正準規格化された境界双対 — 完全な X_4 結合を伴うテンソル残滓 — であって、スロート・スケールよりはるかに低いエネルギーで生き残り、コンパクト角の層の上の GRIP カスケードの基底幾何学的アトラクター (GGA、その層の一意に最も深いアトラクター; 第 10.4 節) として選択され安定化されたものである。

Theorem 8.2 (T-Kaxion-1: コンパクト角の擬スカラーの存在). GG-A1-Constitution の憲法的公理と要請を仮定し、本シリーズの以下の公刊された結果を受け入れる: バルクと計量の定理 GG-A2-GG6 T1-T2、ゲージ内容定理 GG-A2-GG6 T3、OGN-5 カスケード GG-A2-GG6 T6、GG-A3-BI6 の階数一の判定条件と BI-6 係数定理、GG-A5-GDOS の境界射影 (T6, T9.7)、そして GG-A6-GRIP の平衡一意性定理 GFF-ST7 である。このとき四次元の境界理論は、以下の性質を持つ軽い周期的擬スカラー場をちょうど一つ含み、そのいずれの性質も新しい場、新しい対称性、新しい連続パラメータを含まない:

1. **(存在と系譜)** それは強制されたグリーン-シュワルツ場の強さ H_3 の境界双対である — 反自己双対テンソルが境界に残す唯一の軽い擬スカラーである — そしてコンパクト角セクターの内部ではそれは唯一である: 非空間的円 S_θ^1 のホロノミーは細谷持ち上げを受け、軽い QCD 結合モードを供給しない。それが境界理論全体としての唯一の軽い QCD 結合擬スカラーであるか否かは本数の問題であり、別途述べられ、親論文の登録された露出に条件付きで格付けされる (第 9.4 節、T-Kaxion-5)。

2. (保護) そのポテンシャルは摂動論のすべての次数で消える: (6.15) と (6.4) から継承されたシフト対称性は、トポロジカルな (アノマリーから降下した) 効果によってのみ破られる。
3. (ロックされたポータル) その非微分的結合はもっぱら $BI-6$ 台帳 X_4 から降下し、したがって係数ベクトル $(1, -1, -\frac{2}{5}, -\frac{2}{5})$ の固定された比で生じる; バリオンの成分は、アノマリーのコンパニオン論文の規格化の下でハイパー電荷のそのトレース比係数 $-\frac{2}{5}$ を担い、 M_{lock} より下を開いたチャンネルを持たない。
4. (占有の安定性) 軽い固有状態が変位したコンパクト角に座して緩和する配位は $GRIP$ ランタイム事象であり — 固定されたコンパクト角の地形上の $GRIP-In$ 降下であり — その層の基底幾何学的アトラクター (GGA) で終端する; この場合は動力学的に — しかも一意に — 選択されるのであって、単に運動学的に許容されるのではない。

証明. 存在と系譜: GG-A2-GG6 T1-T2 により、バルクは剛的な円 S^1_θ を含み、そのホロノミー (6.4) は境界の場 (9.3) へと昇格する; GG-A3-BI6 の階数一の判定条件により、バルクは場の強さ (6.13) を伴う B_2 を含まねばならず、その唯一の物理的自由度は境界上で擬スカラー (9.2) へと双対化する。円のホロノミーは階数六の群 $SU(5) \times U(1)_B \times U(1)_{Q_i}$ のものであって、それ以外にはない: GG-A2-GG6 T1 はそれ以上のコンパクト因子を禁じ、GG-A2-GG6 T3 はそれ以上のゲージ因子を禁じる。これらの方向のうち軽いままであるのはテンソルの双対のみである: カルタン・ホロノミーは円の曲率スケールで細谷ポテンシャルを獲得し (第 9.2 節)、GG-A3-BI6 のモード解析 (グリーン-シュワルツ・テンソルの自己双対性に関するその節; O13/O14) は、テンソルにちょうど一つの軽い擬スカラー — 一方のカイラリティのゼロモードであり、反対のカイラリティは不在である — を、脱結合したベクトルのゼロモードとともに、そして境界条件の終端の下では二つの区間ウィルソン線とともに残し、これらはすべて第 9.4 節にその格付けとともに列挙されている。

保護: B_2 はバルク作用に H_3 と S_{GS} を通じてのみ入り、 A_θ は境界観測量に W を通じてのみ入り; いずれの言明も双対に対するいかなる摂動的ポテンシャルをも禁じ、 X_4 が担うトポロジカルな破れのみを残す (明示的な議論は第 9.5 節である)。ロックされたポータル: 両方向の境界結合は GG-A5-GDOS の降下手続き (T9.7 アノマリー流入パッケージ) によって (6.15) から降下し、この手続きは (6.14) の係数ベクトルを不変のまま輸送する; アーベル成分は (6.17) のトレース比係数 $-2/5$ を担う。

安定性: GG-A6-GRIP の GFF-ST7 は、境界モジュライ空間上の F_{GFF} の一意な大域的最小化子を保証する; コンパクト角の層に制限すると、その最小化子は離散的な OGN-5 位相であり (第 10 節)、それへ向かって緩和する軽い固有状態は定義により $DGI \rightarrow GSSB \rightarrow GA$ カスケードであって、— GG-A11-Origin (Arisaka, 2026, A11-Origin) の T-GGA-as-Ground-State により — その層の一意に最も深い極小、すなわちその GGA、許容される脱出チャンネルの残されていないアトラクター (T-GGA-No-Exit, 同書) において終端する。軽いテンソル・セクター内の擬スカラーの一意性は、反対のカイラリティが不在であることから従う; 境界理論全体にわたる一意性は本数の問題であり、T-Kaxion-5 として、第 9.4 節の登録された露出に条件付きである。 ■

Corollary 8.3 (自動的な暗黒物質の資格). 定理 8.2 の場合は電氣的に中性かつ無色である (それは境界群のゲージ一重項である); そのあらゆる結合は電弱スケールよりはるかに上の崩壊定数 f_K の一乗で抑制される; したがってそれは宇宙論的に長寿命である。(定量的な寿命、すなわち何十桁もの差で $\tau_{K \rightarrow \gamma\gamma} \gg t_U$ であることは、第 V 部で計算する。)

Remark 8.4 (何が主張され、何が主張されないか). 定理 8.2 は三つの数について意図的に沈黙している: 崩壊定数 f_K 、絶対質量 m_K 、そして物理的固有状態の規格化である。これらは第 III 部と第 V 部において、 π にロックされた存在量の閉包と感受率の関係によって定められ、一つの較正 (バルクの規格化、O14) と、そのように囲われたデッキの名前付き予想 (表 41) に依拠する。定理級の内容は、存在、保護、そして台帳にロックされたポータルである; 本数 — ちょうど一つの軽い場、したがって一本の線 — は導出条件付きの格付けで別途述べられる (T-Kaxion-5、第 9.4 節)。読者はこの区分を確固として保持すべきである: 第 VII–VIII 部の実験は、ベンチマークが移動しても本数を検証し、窓は較正とともに動く。

Remark 8.5 (最小の新規セクター: 「してもよい」から「せねばならない」へ). 憲法的規則 MSMF (第 6.1 節) は、カクシオンを許容する以上のことを行う: それは探索に順序を与える。新しい暗黒セクター — WIMP 多重項、ステライル・フェルミオン、隠れたゲージ群 — は、絶対に必要でない限り憲法が禁じる場と連続パラメータを導入することになる。アノマリー自由性によってすでに強制されているセクターは、何も導入しない。したがって MSMF は、「コンパクト角の擬スカラーは暗黒物質であってもよい」を「コンパクト角の擬スカラーは検討される最初の候補でなければならず、新しいセクターはそれが失敗した場合にのみ考慮されうる」へと変換する。第 III 部と第 V 部は、それが失敗しないことを示す。

9 時計と持ち上げられた文字盤: 軽いモードを構成する

定理 8.2 は、境界がテンソルの双対と円のランク 6 のホロノミー角を継承すること、およびその部門からちょうど一つの軽い状態が生き残ることという主張に依拠している。本節では、大学院生が監査できる詳細さで、二つの代表的な方向を明示的に構成する: 自由度の数え上げ、双対変換、パリティ、周期性、ホロノミー方向の持ち上げ、そして数値を伴う質量保護の議論である。

9.1 テンソル残余: B_2 の双対化

まず数え上げから。 D 次元における質量ゼロの p -形式ゲージ場は $\binom{D-2}{p}$ 個の物理的偏極を担う — 横波の小群による数え上げであり、光子の $D-2$ とまったく同じである。四次元境界上の二形式については: $\binom{2}{2} = 1$ 。自由度は一つ、しかもスカラーの自由度である。したがって以下の双対化は手品ではなく、同一の単一自由度に対する二つの記述のあいだの変数変換である。

双対変換。 境界テンソル作用の一階形式から出発し、 H_3 を独立な場として扱い、そのビアンキ恒等式を課すラグランジュ乗数 a_{GS} を導入する:

$$\mathcal{L}_{\text{1st}} = -\frac{1}{12} H_{\mu\nu\rho} H^{\mu\nu\rho} + \frac{1}{6 f_{\text{GS}}} a_{\text{GS}} \epsilon^{\sigma\mu\nu\rho} \partial_\sigma H_{\mu\nu\rho} \longrightarrow \begin{cases} \delta a_{\text{GS}}: & dH_3 = 0 \Rightarrow H_3 = dB_2 \text{ locally,} \\ \delta H_3: & H^{\mu\nu\rho} = f_{\text{GS}}^{-1} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \partial_\sigma a_{\text{GS}}. \end{cases} \quad (9.1)$$

乗数を変分すればもとの記述に戻る; 代わりに H_3 を変分して代入し直すと $\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial a_{\text{GS}})^2$ が得られる: 正準的な質量ゼロのスカラーである。二つの記述は厳密に等価である; 本シリーズを通じて用いる形で、その対応辞書を記録しておく、

$$H_{\mu\nu\rho} = f_{\text{GS}}^{-1} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\sigma a_{\text{GS}}. \quad (9.2)$$

パリティ。 (9.2) のレヴィー-チヴィタ記号はパリティ奇であるのに対し、 H_3 (テンソル・ゲージ場の場の強さ) はパリティ偶である; 整合性は、空間反転のもとで $a_{\text{GS}} \rightarrow -a_{\text{GS}}$ を強制する。双対は擬スカラーである — だからこそそれは $F\tilde{F}$ に結合しうるのであり、その凝縮はいかなるパリティ検証にも抵触しない。

周期性。 B_2 の大きなゲージ変換は整数量子化されている (GG-A3-BI6 の微分コホモロジーによる精密化; 双対的には、閉じた三サイクルを貫く H_3 のフラックスが量子化され、それが巻き付き電荷を固定する); (9.2) を通じて、最初の言明は a_{GS} が角度であるという言明になる: $a_{\text{GS}} \rightarrow a_{\text{GS}} + 2\pi f_{\text{GS}}$ はゲージ同一視である。我々は $\theta_{\text{GS}} = a_{\text{GS}}/f_{\text{GS}} \in [0, 2\pi)$ と書き、これをテンソル残余 (テンソルの影) と呼ぶ: バルクの帳簿係の四次元的な痕跡である。

なぜポテンシャルがないのか。 B_2 がバルク作用に入るのは、 H_3 (B_2 の微分) を通じてと、流入項 (6.15) を通じてのみであり、後者はトポロジカルである — 計量に依存せず、したがって定数場に対してエネルギー密度を与えない。双対の言葉では: 摂動論のいかなるものも θ_{GS} の値には依存せず、その勾配にのみ依存する。影のポテンシャルは、トポロジー (インスタントン; 第 V 部) が介入するまで厳密に平坦である。

9.2 ホロノミーの反響: 場としてのウィルソン線

アハラノフ-ボームの雛形。 ソレノイドのまわりを運ばれる電子は位相 $\exp(iq \oint A \cdot dl)$ を獲得する — 物理的で、ゲージ不変で、かつ非局所的である: 経路に沿ったいかなる局所場もそれを検出しない。ウィルソン・ループ (6.4) は、バルクの位相円のまわりに巻き付いた同一の対象である。その対象は、

$$\vartheta(x) = \oint_{S_\theta^1} A_\theta(x, \theta) d\theta, \quad a_\theta(x) = f_\theta \vartheta(x), \quad (9.3)$$

境界点 x に依存するよう格上げされて、正真正銘の四次元場となる: ホロノミーの反響 $\theta_W = \vartheta$ である。

再び、周期性と保護。 大きなゲージ変換 — 円のまわりを一度巻くもの — は $\vartheta \rightarrow \vartheta + 2\pi$ とずらす一方、あらゆる観測量を不変に保つ; したがって反響は、影がそうであるのとまったく同様に、角度である。そして定数のウィルソン線は局所的には純ゲージである: 定数の ϑ に対して $F_{\theta\mu}$ が消えるため、場の強さから作られるいかなる局所演算子も、それにポテンシャルを与えることができない。そのポテンシャルもまた、円を巻く効果 — ホロノミーに敏感な、トポロジカルな効果 — からのみ生じる。同じ機構をバルクの物質内容で走らせたものが、細谷の持ち上げ (Hosotani, 1983) である: GG-A9-SM はコセット・ホロノミーの動径プロファイル — 平坦で紫外に重みをもつ — と、そのホロノミーが登録するであろう質量、 2×10^{15} GeV 近傍 (PS-SM-22) を計算している; 細谷ポテンシャルそのものは円の曲率スケールにあると期待されるが、いかなる親論文でも計算されておらず、そしてそれこそが、これらの方向を軽いスペクトルから取り除くものである — ホロノミーはそのポテンシャルを、QCD のスケールではなく円の曲率スケールで獲得するのであり、軽いモードではない。どのモードが 246 GeV の電弱場であるかは GG-A9-SM が未解決のまま残している (O₂₂); ここでの議論はその答えに依存しない。カクシオン自身のポテンシャルは別の経路で到来する — 第 V 部の、テンソルが継承したグルーオンのポータルである。

ヒッグスとカクシオン。 両者を一つの族に置きたくなる — ホロノミーがその真空を選ぶスカラーと、テンソルのシフト対称性が保護する擬スカラーであり、ともにコンパクトな幾何が生供給するものである。コードブック論文の現状は、その前半を支持しない: GG-A9-SM の PS-SM-22 は、コセット・ホロノミーのゼロモードが電弱スケールよりはるかに上で登録されることを見出しており、246 GeV の場の同定は同論文の未解決問題 O_{22} である。生き残るのはより弱い言明であり、本論文が必要とするのはそれで尽きている: コホートは、軽いスカラーは少数であり、そのそれぞれに幾何学的な理由があると期待している。カクシオンの理由 — バルク作用が摂動的に破ることのできないシフト対称性 —こそ、この部が確立するものであり、それはヒッグスの理由に依拠しない。

パリティ。 アノマリーから降りてくる $\partial F\tilde{F}$ 演算子は、コンパクト角のパリティ割り当てを奇と固定する; 円の両方向はともに擬スカラーである (第 9.4 節の区間ウィルソン線は別の問題である)。両者がこの構造を共有することは、両者が運命を共にすることを意味しない: パリティは運動学であり、持ち上げは動力学である。

9.3 運動項行列と軽い固有状態

方向が混合するか否か。 (6.13) のチャーン-サイモンズ改良項は、そのホロノミーが θ_W であるゲージ・ポテンシャルを含む。したがって $|H_3|^2$ 運動項の次元簡約は、対角項と並んで非対角の $\partial\theta_{GS}\partial\theta_W$ 項を生成する。意図された配位のクラス — ゲージ場の背景がない場合 — では、二次の作用にそのような双線形項は含まれない: その次数で生き残る項はテンソルのベクトル・ゼロモードを A_μ と混合させるものであり、スカラー-スカラーの重なりは、背景があるか、あるいは三次の次数においてのみ生じる。したがって二つのプロファイルの重なり積分 (以前の改訂における「歯車比」 $1/K$ であり、いまは付録 F に記録されている) は、そもそも存在する必要のない混合に対する上限にすぎない。以下のいかなる議論もそれには依存しない。二つの方向がともに軽いままであることはないからである。

本数: なぜ QCD に結合した軽い角度が一つなのか、そしてどのグレードでか。 コンパクト角の部門は、QCD に結合した軽い擬スカラーをちょうど一つ供給する。その理由は二つあり、いずれも親論文から読み取ることができる。細谷の持ち上げ: 円のホロノミーは、円を巻くゲージ・ループおよび物質ループから、円の曲率スケールでポテンシャルを獲得する (コセット方向については GG-A9-SM PS-SM-22; カルタン方向については期待にとどまる)。したがってそれらは感受率スケールよりはるかに上へ持ち上げられ、軽いモードではない。単一の流入: 境界スペクトルのアノマリーは、単一のテンソルの流入によって一度だけ担われる。したがって第二の角度が緩和させるべき第二のアノマリー流は存在しない。この部門の方向は一つだけ残る — 完全な X_4 結合を伴うテンソルの双対: カクシオンである。それが全境界理論において QCD に結合した唯一の軽い擬スカラーであるか否かは、親論文が未解決の質量とともに担う五つの登録された露出 — 九つのモード — に依存する; それらは、各々が QCD に結合した軽い擬スカラーであるとは期待されない理由と、その理由のグレードとともに、第 9.4 節に列挙されており、本数はそれらを条件として格付けられている。

キャップの対角化。 残る対角化は、軽いものと重いものとのあいだの対角化である。正準規格化と回転により、系は質量固有状態へ移る:

$$\begin{pmatrix} a_K \\ a_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{GS} \\ a_\theta \end{pmatrix}. \quad (9.4)$$

ここで a_H は重いパートナーであり — 円の曲率スケールにある、持ち上げられたホロノミー方向に支配されている (付録 C.2) — a_K は正準規格化された軽い固有状態、すなわち定義 8.1 のカクシオンであって、平坦なポテンシャルとロックされたポータルを保持する。持ち上げは重いモードを取り除く; それは線がどこに位置するかを定めはしない — 回転は正準規格化を保ち、 a_K の絶対的な崩壊定数は O14 の未解決の規格化であって、第 26.3 節でベンチマークのキャップ荷重 Ξ_{cap} によってパラメータ表示される — また、それは軽いスペクトルにパートナーを住ませもしない: 持ち上げより下には、この部門から来る場は一つである。

物理的描像。 一つの文字盤の上の一本の時計の針。バルクのグリーン-シュワルツ規格化 (a_{GS}) と、装置が結合する正準的な軽い固有状態 (a_K) は、二つの規格化における一つの場合である; ベンチマークのパラメータ表示は両者を整数荷重 Ξ_{cap} によって関係づけ、物理的な崩壊定数、質量、周波数は、唯一の伝播する場である a_K のものである — バルクの規格化は規格化連鎖の中間項であって、第二の粒子ではない。

9.4 親論文の登録された露出

本数は、コンパクト角の部門だけが与えるもの以上を主張しており、親論文はそれを照合すべきモードを登録している。五つの登録された露出 — テンソル残余を超える九つのモード — は、許容される配位のクラス上でツリー準位では質量ゼロであり、GG-A3-BI6 (そのモード解析、O13/O14、および条項 C9) と GG-P1-KK (O-KK-67) において未解決の質量を担う。以下では各々を、それが QCD に結合した軽い擬スカラーであるとは期待されない理由とともに、親論文が支持するグレードで列挙する。

(1) SU(5) のカルタン・ホロノミー (四つの角度) および (2)–(3) アーベル的な円ホロノミー $A_{B,\theta}$ 、 $A_{Qi,\theta}$: A_θ の、平坦で紫外に重みをもつゼロモードである。SU(5) 方向は、円の曲率スケールで細谷型に持ち上げられると期待される — GG-A9-SM はコセット・ゼロモードの動径プロファイルと、そのホロノミーが登録するであろう質量、 2×10^{15} GeV 近傍 (PS-SM-22) を計算しているが、カルタン方向を持ち上げる細谷ポテンシャルはいかなる親論文でも計算されていない (グレード: 期待)。アーベル的ホロノミーはバルクの $G\tilde{G}$ 結合をもたない — 六次元理論は、それらに対するバルクの $A \wedge F \wedge F$ チャーン-サイモンズ項を担わない — が、区間の端点における境界局在した五次元項、すなわち端点局在したカイラル物質への流入が要求しうる項は、いかなる親論文によっても排除されていない; それらは円スケールで荷電場のループにより持ち上げられる (グレード: 期待; 質量は GG-A3-BI6 において未解決として登録)。

(4) 二つの区間ウィルソン線 $\int_0^K A_{B,r} dr$ と $\int_0^K A_{Qi,r} dr$ は、境界条件による終端のもとで存在する (GG-A3-BI6 条項 C9): パリティが未解決である実 (非複素) 四次元スカラーであり、ツリー準位では質量ゼロ、バリオン流によってループ準位でのみ持ち上げられる — 細谷モードの区間版であり、「その選択が含意する唯一の新しい軽い状態」であって、質量と結合は未解決として登録されている (GG-P1-KK, O-KK-67; GG-A3-BI6 C9)。一ループの見積もりは、オーダー 1 の因子を除いて、この質量をパラメトリックに $g_B M_{\text{lock}}/4\pi \sim 10^2$ GeV に置く。したがって本数の条件付き性は、と

りわけこの二つのモードについて現に生きている。区間の反射のもとでのそれらのパリティは、いかなる親論文でも固定されていない; それらはアノマリーから降りてくる結合をもたず、したがってツリー準位の $G\tilde{G}$ 項ももたない (グレード: 両方の親論文で未解決)。

(5) デカップルしたベクトル・ゼロモード $B_{\mu\theta}$ 、そのノルムは $2\pi K$ である: これはベクトルであって擬スカラーではない; それが X_4 に結合するのはカルツァークライン・モードを通じてのみであり、ループ準位でハイパーチャージと運動項混合するか否かは、第 IV 部が未解決として担わねばならない暗黒光子の問題である (グレード: GG-A3-BI6 により未解決の露出として登録)。

したがって本数についての正直な言明はこうである: テンソル部門はちょうど一つの軽い擬スカラーを残す (GG-A3-BI6 のモード解析、その § グリーン・シュワルツ・テンソルの自己双対性、未解決項目 O13/O14 を伴う); 六つのホロノミーは円の曲率スケールで持ち上がると期待され、そのうち 2×10^{15} GeV 近傍の GG-A9-SM のコセット・ゼロモードが唯一の計算された目印であって、六つのうち一つも計算されていない; ベクトルは擬スカラーではなく、二本の区間線のパリティは未解決である。「QCD に結合した軽い擬スカラーはちょうど一つ」というのは、登録された八つのスカラー質量 (五つの群、ベクトルを数えて九つのモード) が電弱スケールより上にあり、かつベクトルがデカップルしたままであることを条件とする結論であって、そのいずれをも親論文は計算していない。T-Kaxion-5 はそれに応じて格付けられている — 導出条件付きであって、定理ではない — そして第 VI 部の本数テストがそれを決する: 窓の内側で QCD に結合した第二の軽い線が確認されれば、それは単に本数をキルするだけでなく、どの登録されたモードが軽かったかを同定することになる。

9.5 なぜカクシオンは軽いのか: 保護を定量する

上で確立したシフト対称性は、いかなる摂動的ポテンシャルをも禁じる。それらを最終的に破るのはトポロジーである: インスタント的な場の配位であり、その寄与はユークリッド作用の指数因子 $e^{-S_{\text{inst}}}$ を担う。そうした効果は、一般形 $V = \chi [1 - \cos \theta]$ の周期的ポテンシャルを生成し、ここで χ — その角度が語りかける相手であるゲージ部門のトポロジカル感受率 — が指数因子を吸収する。結果として生じる質量は幾何学的スケールではなく、トポロジカルなスケールと幾何学的なスケールとの比である:

$$m_K = \frac{\sqrt{\chi}}{f_K}. \quad (9.5)$$

カクシオンにとって関連する感受率は QCD のもの (第 V 部の強い CP の整列) であり、格子上で $\chi_{\text{QCD}}^{1/4} = 75.5$ MeV と測定されている (Borsanyi et al., 2016)。算術の予告 — 正直な計算は第 V 部で行うが、いま見ておく価値がある —

$$m_K = \frac{(75.5 \text{ MeV})^2}{7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}} = \frac{5.70 \times 10^{15} \text{ eV}^2}{7.1 \times 10^{20} \text{ eV}} \simeq 8.0 \times 10^{-6} \text{ eV}, \quad (9.6)$$

は、固有のスケールが 3.85 TeV と 2.3×10^{16} GeV である理論が、いささかも気後れすることなく、マイクロ電子ボルトの暗黒物質粒子を予言するに至る次第を示している。二桁の 7.1×10^{11} GeV で割れば $8.0 \mu\text{eV}$ が返る; 第 V 部で引用されるベンチマーク $m_K = 8.1 \mu\text{eV}$ (26.1) は (26.3) の丸めていない $f_K = f_{\text{bulk}}/\Xi_{\text{cap}}$ を担っており、両者は丸めの範囲内で一致する。

9.6 三つの塔の中のゼロモード

六次元理論は境界に、非空間的な状態の三つの族を手渡す。そしてカクシオンをそれらの中に正しく位置づけることが、本論文を姉妹論文 (Arisaka, 2026, P1-KK) から鋭く分け隔てておくことになる。

第一に、**角度の塔**: S_θ^1 上のバルク場の整数フーリエ・モード $e^{in\theta}$ 、 $n \neq 0$ である。円は単位計量をもって剛であるため、これらの量子はスケール区間の紫外端に位置し、その質量は円の曲率単位の $|n|$ 倍のオーダーとなる — GG-A9-SM はこれを 10^{17} – 10^{18} GeV、すなわち $E_{\text{GUT}} = 2.3 \times 10^{16}$ GeV より上に置く — カクシオンより 31 桁から 32 桁上であり、時の始まり以来凍結している。第二に、**動径のロック・クラスター**: スケール区間の赤外端点 $r = K$ にピン止めされた離散共鳴であり、その質量は $M_{\text{lock}} \approx 3.85$ TeV (6.3) である — カクシオンより 18 桁近く上であって、P1-KK が扱う衝突型加速器の仕事である。第三に、**コンパクト角のゼロモード**: $n = 0$ の角度変数そのもの — テンソル残余とホロノミー — であり、塔の量子数をまったく担わない。

三つの族のあいだの階層は、数値的な偶然ではなく構造的なものであり、その構造は一段落の直観を費やす価値がある。塔の状態はその質量を勾配に負っている: 円のまわり ($n \neq 0$) で、あるいは区間に沿って (ロック・クラスター) 場を揺らすには、エネルギーがかかる。ゼロモードは揺らぎではない; それは文字盤そのものの位置であり、文字盤全体を回すことは、有限のいかなる次数においてもコストを要さない — それが力学の言葉で述べた定理 8.2(ii) である。絶対的な文字盤の位置を知るのはトポロジーだけであり、トポロジーは指数関数的に抑制された通貨で支払う (9.5)。かくして三つの族が 10^{16} GeV、 10^3 GeV、 10^{-14} GeV に現れる。すべて一つの幾何から来ており、いずれも調整されていない。表 4 は三つの族を並べて示し — 台、質量スケール、観測可能な窓、そして各々を所有するコホート論文である — 三つのエネルギーが三つの仮定ではなく、三つの深さで読まれた一つの幾何であることを可視化する。

表 4: GG-6 の三つの非空間的モード族と、現象論の各分岐にわたるその分業。三つの塔は幾何が許す非空間的モードを尽くしており、各々に異なる所有者がいる: 角度の塔は大統一で凍結して到達不能であり、動径のロック・クラスターは GG-P1-KK が所有する衝突型加速器のシグネチャであり、コンパクト角のゼロモードは本論文の主題である。中央の列を上から下へ読むことが、暗黒物質が他のいずれからでもなく第三の族から来なければならなかった理由を見るための最も早い道である。

族	質量スケール	論文	物理的性格
角度の塔 ($e^{in\theta}$ 、 $n \neq 0$)	$\sim n E_{\text{GUT}} \sim 10^{16}$ GeV	— (到達不能)	位相円のまわりの量子化された揺らぎ; 大統一で凍結する。
動径のロック・クラスター	$M_{\text{lock}} \approx 3.85$ TeV	P1-KK	$r = K$ におけるスケール区間の共鳴; 衝突型加速器のシグネチャ。
コンパクト角のゼロモード	μeV 回廊	本論文	テンソルの文字盤の位置そのもの; シフト対称性に保護され、トポロジーによってのみ質量を与えられる、式 (9.5)。

9.7 名前の中の KK

カクシオンという名は、いまや正確に解析できる。この場合は、低エネルギーの運動学においてはアキシオンのようなものであり — 周期的な擬スカラーであり、シフト対称であり、アノマリーに結合する — 憲法

が課す強い CP の責務を果たす (GG-A1-Constitution P7; 第 V 部)。しかしその素性においてはカルツァ的である: それはコンパクトな次元、スロートの深さ、そして整数台帳を記憶しており、その記憶こそが、囲われた窓、DFSZ 線上の固定された位置、そしていかなるペッチェイ-クイン型の構成も共有しない単一線の本数を、この場に備えさせるものである (Peccei & Quinn, 1977; Weinberg, 1978; Wilczek, 1978)。「K」とは、スロート深さの整数 $K = 35$ が自らの名を身にまとったものである。

10 生まれ、選ばれ、安定化される: コンパクト角の層における GRIP カスケード

定理 8.2 は、カクシオンがラグランジアンの中に存在することを確立する。しかし暗黒物質はラグランジアン項目ではない; それは占有である — 現実の宇宙が実現した特定の配位である。第 6.5 節は一般の機械を組み立てた; ここでは我々は、それをカクシオンの故郷の層の上で走らせる。

10.1 層とそのランドスケープ

コンパクト角の層 Σ_θ は、テンソル残余とホロノミー方向 (θ_{GS}, θ_W) によって張られ、自由エネルギー $F_{\text{GFF}}|_{\Sigma_\theta}$ を (6.24) から継承する: エネルギー的な部分は (トポロジーが生成する) 周期的ポテンシャルと勾配のコストを担い、エントロピー的な部分は境界の開放系温度を担う。GG-A6-GRIP は、この制限されたランドスケープの臨界点が連続体ではなく、離散的な OGN-5 位相に位置することを証明する — ホロノミー方向についての $2\pi M/L = 2\pi/5$ のような台帳有理角であり、その離散性はウィルソン・ループ (6.4) の整数量子化から継承される — 一方、軽いテンソル方向に沿っては、第 V 部の QCD ポテンシャルが $\bar{\theta}_{\text{eff}} = 0$ に唯一の最小値をもち (ヴァファ-ウィッテン)、そこがアトラクター選択の読み取る CP 保存点である。MSMF はこれに微笑む: コンパクト部門の真空でさえ、連続的な自由度を担わない。

10.2 カスケードを明示的に走らせる

この層の上で、カスケード (6.26) は余弦のランドスケープから直接読み取られる。DGI は対称な配位である — 角度は変位せず、コンパクト角の対称性は完全に保たれている; ポテンシャルの上では、その安定性を感受率が決する縮退点である。GSSB の連鎖は、丘の頂上の鞍点 ($\theta = \pi$, 円方向のモース指数 1) を通過する: 蓄えられたエネルギーが最大となる配位であり、盆地のあいだの分水嶺である。GA は盆地の底におけるロックされた相である — モース指数 0、ヘッセ行列は正定値であり、その曲率は

$$\left. \frac{\partial^2 V}{\partial a_K^2} \right|_{\text{GA}} = \frac{\chi}{f_K^2} = m_K^2 > 0, \quad (10.1)$$

であって、持ち上げられた方向の混入を評価で抑えた明示的なヘッセ行列の計算は、付録 C.2 である。式 (10.1) は立ち止まる価値がある: 暗黒物質の質量とはアトラクターの安定性である — 同じ数が二度読まれるのであり、一度は宇宙論学者によって m_K として、もう一度はランタイムによって、カスケードが真に終端したことの確認として読まれる。

10.3 ランドスケープの定量化

数値は直観を繋ぎ止めるので、カスケードが降下する層のランドスケープを評価しておく。余弦の隣接する真空の間の障壁は $\Delta V = 2\chi_{\text{QCD}} = 2 \times (75.5 \text{ MeV})^4 = 6.5 \times 10^{-5} \text{ GeV}^4$ である — 質量密度に換算すれば $1.5 \times 10^{13} \text{ g/cm}^3$ 、核密度の約 6 パーセントである：カクシオンの漏斗の縁は、日常的な尺度で見れば、並外れて硬い構造である。床における曲率は $m_K^2 = \chi_{\text{QCD}}/f_K^2$ である (式 10.1)；無次元の急峻さ $m_K/f_K = \chi^{1/2}/f_K^2 \sim 10^{-26}$ は物語のもう半分を語る — 核物質並みに硬い縁と、ほとんど想像を絶するほど緩やかな斜面とをもつ漏斗であり、これこそが宇宙論的に長寿命の振動を蓄えるまさにその組み合わせである。今日の変位エネルギー $\rho_{\text{loc}} \simeq 3.5 \times 10^{-6} \text{ eV}^4$ は、障壁に対して 5×10^{-38} の比に立つ：かつて縁のほぼ半ばまで傾いていたダイヤルは、いまやそれより 38 桁下で揺れているにすぎない。本論文のあらゆる安定性の言明 — (10.1) の正值性、第 V 部の寿命、第 III 部の冷たさ — は、これら三つの数値の言い換えである。

10.4 基底幾何アトラクターとしてのカクシオン

層の離散的な OGN-5 個の位相は、そのそれぞれが指数ゼロの極小であり — いずれも正当な GA である。カクシオンのロックされた位相を他の位相の上へ引き上げる言明は、第 6.5 節の基底状態版の精密化である：T-GGA-as-Ground-State (GG-A11-Origin) により、層のアトラクターのうち厳密に一つだけが Qi-4 の許容性フィルターを通過し、 $F_{\text{GFF}}|_{\Sigma_\theta}$ の大域的極小となる、

$$\text{GGA}_\theta = \arg \min_{(\theta_{\text{GS}}, \theta_{\text{W}}) \in \Sigma_\theta} F_{\text{GFF}}, \quad (10.2)$$

そしてカクシオンはその配位のまわりの軽い励起である — コンパクト角の層の GGA であって、その GA の一つにすぎないのではない。この格上げは語彙の問題ではない；それは、より弱い言明では買うことのできない二つの物理的定理を買う。

普遍性：すべてのカクシオンは同じカクシオンである。化学の最も深い便宜は、基底状態が型であるという点にある：すべての水分子が同一なのは、そのそれぞれの電子が同じ最低配位に収まっているからである。GG-A8-QM (Arisaka, 2026, A8-QM) はまさにこの論理を電子そのものの上で走らせる — 荷電レプトンの層に特殊化された T-GGA-as-Ground-State は、時空のどこであれ、あらゆるカスケードの実現が同じ唯一の極小 ($m_e, -e, \frac{1}{2}\hbar$) を選ぶことを証明し、それゆえにこそすべての電子は厳密に交換可能である。 Σ_θ 上の同一の議論はカクシオン版を与える：凝縮体のあらゆる量子は、ハローのあらゆる点において、唯一同一の GGA の励起である。これは、本論文が他所で仮定している二つの事柄に対する微視的な保証である：凝縮体の普遍性 (単一の型の励起の集団、第 III 部；その位相コヒーレンスは有限であり、ハローの速度分散によって決まる、第 VI 部)、および、その定数の普遍性 — 窓の柵とポータルの重みはそのカクシオンの性質であり、ちょうどリュードベリ定数がその水素原子の性質であるのと同様であって、漂ったり分散したりする集団にわたる平均ではない。

安定性：これ以上深く行くべき場所はない。GA は小さな摂動に対して安定である；GGA だけがトンネルに対して安定であり、それは層の上にトンネルして行くべきより深い盆地が存在しないからである。これは化学が閉殻について述べるのと同じ言明であり、GG-A9-SM が陽子について述べるのと同じ言明でもある ($\text{U}(1)_B$ がひとたびゲージ化されれば、より低く横たわるバリオンの配位は存在しない)。カクシオンについては、これは考えうる最後の損失チャンネルを閉じるものであり、第 6.5

節のレジーム語彙は、その閉包を数値的にではなく範疇的に述べることを可能にする：カクシオンの脱出チャンネルの集合は構造的に空である — ゲージで保護されたシフト対称性が盆地間のあらゆるチャンネルを削除するので、その層の内部において場は文字どおり崩壊する先をもたず、単に都合のよい先がないというのではない。（本論文が構造的に論じたことは、いまやシリーズの名前を与えられた結果である：T-GGA-No-Exit、すなわち総括論文の降下定理 (Arisaka, 2026, A11-Origin) の系は、GRIP-In がちょうど脱出チャンネルの集合が空であるところで停止することを述べる — そしてカクシオンはその最も清潔な物理的実例であり、空集合はエネルギーの偶然によってではなくゲージの冗長性によって強制されている。）その唯一の逃げ道は層から外れるポータル漏れである — 第 V 部で計算された二光子チャンネルであり、実験室固有状態については宇宙年齢より 32 桁遅い — そしてその漏れはポータル放射であって盆地からの脱出ではない：それは凝縮体を別のアトラクターへ移すことはなく、その率が 10 億倍されたとしても範疇的な言明は変わらない。したがって暗黒物質の安定性台帳は三行であり、いずれも基底状態の言明である：摂動に対して安定（ヘッシアン、式 10.1）、トンネルに対して安定（脱出集合が空の GGA、本節）、崩壊に対して安定（寿命、第 V 部）。

コホート注記。 GGA の概念は総括論文 (GG-A11-Origin) において定義され証明され、本論文を通じて用いられる二レジーム語彙 GRIP-In/GRIP-Out（定義 def:GRIPin, def:GRIPout）とともに、それが本来属する GG-A6-GRIP のランタイム語彙に担われている（定義 def:GGA）；カスケードはシリーズ全体で一様に $DGI \rightarrow GSSB \rightarrow GGA$ と読まれ、GFF-ST7 は GGA の言明のランタイム内容として認識されている。

10.5 二つのファイバー上のカクシオン：円の物質、区間の占有

コホートの最近のキャンペーン (Arisaka, 2026, W1-Symmetry; Arisaka, 2026, P5-CPT; Arisaka, 2026, P3-Electron) は、バルクの非空間的な対を一つの厳密な言明へと圧縮し、本小節は第 II 部が築いたすべてをその上で読む：ホロノミーは閉じたループを要求し、区間はそれをもたない。コンパクトな円 S^1_θ は閉じたループにはかならない — その上のすべてはホロノミーであり、量子化され、ゲージで保護され、その輸送は合成して群をなす：記憶するファイバーである。スケール区間 I_r はホロノミーをまったく保持しえない — その輸送は前方にのみ合成し、半群をなす：忘却するファイバーである。コホートはすでにこの解剖学の上に二つの肖像を描いている。電子 (Arisaka, 2026, P3-Electron) は円の上の物質である：ホロノミー類 — 電荷、スピン、表現 — が、降下の割り当てる質量をまとったものである。陽子 (GG-P6-Proton; Arisaka, 2026, P6-Proton) は円に守られた物質である：二つのホロノミー台帳であり、その同時的な整数性が状態を溶接して閉じる。カクシオンはこの三連画を完成させ、そしてそれは両者とは種類において異なる：それはスロートのテンソル部門の物質である — アノマリー台帳が強制するテンソルの境界双対であり、OGGEP によって境界場へ格上げされ、ランタイムによって占有され、降下によって鳴り続けたまま残されたものである。一言で言えば：電子は質量をまとったホロノミー類であり；陽子は溶接をまとった二つのホロノミー台帳であり；カクシオンはアノマリー台帳自身の位相が、占有をまとったものである。暗黒物質とは、GG-Theory においては、第五次元が宇宙を障壁の下へ運んだのちに、第六次元がその基底アトラクターへと緩和していく過程である。図 6 はこの主張を描く；以下の段落はそれを構造ごとに監査し、そしてどの一句も、それが再編する親定理のグレードを担う。

円の側: カクシオンがであるところのすべて。 定理 8.2 を順に追い、仕事をしているファイバーに印を付ける。存在と系譜 (項目 1): カクシオンは閉じたファイバーの被造物である — テンソル残余 θ_{GS} は円の場合となった簿記であり、アノマリー台帳が釣り合わねばならないがゆえに存在するテンソルの境界双対である (GG-A3-BI6); そしてその兄弟となりえたもの、ホロノミー・エコー θ_W — 場へと格上げされた S_θ^1 のウィルソン線 — は、このファイバーのもう一つの被造物であり、円の曲率スケールで持ち上げられ、軽いスペクトルからは不在である。保護 (項目 2) はラグランジアンをまとった円の記憶である: 周期的な方向は多項式ポテンシャルを許さないで、摂動論のあらゆる次数でカクシオンを軽く保つシフト対称性は、課された対称性ではなく記憶されたトポロジである — カクシオンが軽いのは、円が忘れることができないからである。ロックされたポータル (項目 3、および定理 24.1): 係数ベクトル $(1, -1, -\frac{2}{5}, -\frac{2}{5})$ と単位のカラー・アノマリー — いずれも変更なく輸送された BI-6 台帳であり、すなわち円の側の会計である; カクシオンがトポロジを通じてのみ結合するのは、それがトポロジでできているからである、そしてこの一句こそがその暗さの起源のすべてである (第 10.7 節)。層のランドスケープの離散的な真空 — $2\pi/5$ のような台帳有理的な角度 — は、ウィルソン・ループの整数量子化が真空多様体そのものにまで及んだものである: カスケードが選ぶ床でさえホロノミーの与件である。第 V 部の窓は、較正されたベンチマークのまわりのキャップ充填の離散的な梯子であり — 梯子はアンザッツにより台帳から、その配置は較正による — そして第 VI 部の本数 — ただ一本の線 — はスケールに依らず、本論文に残るあらゆる不確かさから免れており、第 9.4 節の登録された露出を条件とする。第 V 部の強い CP 整列 (第 24 節) は、同じアトラクター選択が CP 保存点を溝から読み取ったものである。そして以下で確立される普遍性 — すべてのカクシオンは同じカクシオンである — は、電子の同一性の凝縮体版である: 一つの凍結した角度は、観測可能な宇宙全体にとっての一つのホロノミー配位であり、そしてホロノミー配位は、類がそうであるように、齢を取らない。

区間の側: カクシオンがもつところのすべて。 台帳のもう一方の列は占有であり、その記入項目はすべて開いたファイバーのものである。バルクの規格化スケール $f_{\text{bulk}} \simeq 3.04 \times 10^{13} \text{ GeV}$ はスロートのスケールである — 降下したもの、一つのアドレスである。凍結は区間の握力である: 変位した角度を最初の 300 ナノ秒のあいだ所定の位置に保つハップル摩擦とは、膨張そのもの — 半群 — が円の座標を減衰させることである (第 12 節)。 $T_{\text{osc}} \simeq 1 \text{ GeV}$ における解放は、円の時計が区間の時計を追い越す瞬間である (第 12 節で定量化される)。質量は降下によって届けられる: ポテンシャルを硬くする感受率 $\chi(T)$ は、宇宙が QCD スケールを通過して冷えるにつれて上昇するので、数 $m_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}/f_K$ は境界から円への贈り物であり、一方向の歴史が定める温度において手渡される。残存量は交差の記憶である — 降下に沿って積分された断熱不変量、 $\Omega_K \propto f_K^{1.165} \theta_i^2$ (第 15.3 節) — そして冷たさ、すなわち今日まで生き残った $\theta_0 \simeq 4.6 \times 10^{-19}$ ラジアン振幅は、忘却するファイバーが、周波数には一切触れないまま $\sim 10^{27}$ 回の振動にわたって振幅に対して行ったことである。分業はこれ以上ないほど明快である: 円はカクシオンが何であるかを供給し; 区間はカクシオンが何をもつかを供給する。同一性はトポロジであり; 占有は歴史である。

規格化: 二つのファイバーが掛け合わされる唯一の場所。 本論文において厳密に一つの構造だけが二つのファイバーに同時に属しており、そしてそれこそが未解決の数値が住まう場所である。テンソルの境界ノルムとウィルソン線のそれ (第 9.3 節、第 26.3 節) は e^{2K} だけ異なる — 円の部門の規格化の内側に現れる区間の深さであり、 $e^{70} \simeq 2.5 \times 10^{30}$ — 赤外で増強されたノルムと 1 のオーダーのノルムとの対比であり、そしてバルクの規格化と正準規格化との比は、アンザッツにより、(26.3)

の整数充填としてパラメータ化される（その絶対値は第 V 部の較正である）： $f_K = f_{\text{bulk}}/\Xi_{\text{cap}}$ 。その式の形に注意する：較正されたスケールを円の整数で割ったものである。これは、コードブック論文が 28 個すべての標準模型パラメータにわたって読み取るのと同じ文法 (Arisaka, 2026, A9-SM) — ホロノミー類のラベルが降下のアドレスを補正するという文法 — が、ここではカクシオン自身の規格化の内側で働いているものである。この解剖学はそれによって、いかなる量の計算にもなしえないことを誠実性の台帳のために行う：それは残余の不確かさを局在化する。この式の円の側の半分 — 充填が整数であること、第 V 部の窓が離散的であること — はアンザッツである（第 26.3 節）；どの整数かはコンパクト角の質量一意性予想である；そして両者のあいだの継ぎ目こそ、本論文の未解決項目が住まう場所である：絶対スケールの較正 (O14)、梯子のアンザッツ、そして、宇宙論の側では、予想 C-Kaxion-d（第 13.5 節）。最初の二つは、二つのファイバーが噛み合う唯一の点に位置する — そこはまさに、二ファイバー理論がその未知量を置いておくべき場所である。

なぜカクシオンがコホートにおいて最も清潔な GGA の実例なのか。 二つの特徴がこの層のアトラクターを電子のそれや陽子のそれから区別しており、そのいずれも率直に述べるに値する。第一に、ヘッシアンが観測量である。電子については、GGA の安定性は不在として現れる — 崩壊なし、漂流なし；陽子については、寿命の下限として現れる。カクシオンについては、アトラクターの硬さが実験室の数値そのものである：式 (10.1) は m_K^2 が自由エネルギーの床の曲率であると述べるので、第 V 部の 1.95 GHz の線は、その曲率を周波数として読んだものである。ハロスコープによる検出は、GGA のヘッシアンの測定としては最初の直接のものとなるであろう — ランタイムの停止証明書が、音として聴かれるのである。第二に、カスケードはなお終わりつつある途中である。電子のカスケードと陽子のカスケードは宇宙史の最初の 1 秒以内に終了した；それらのアトラクターは古代のものである。カクシオンの緩和はいま起こっている：床のまわりのコヒーレントな振動は、観測可能な宇宙の最後の GRIP-In であり、鳴っている最中に捉えられたものである。暗黒物質は、GRIP カスケードが法医学的にではなく実時間で観測可能な、自然界における唯一の場所である — そして暗黒物質探索は、まさにこの意味において、コホートがランタイムから受け取る唯一の生中継である。本小節は、それが加わるキャンペーンと同じく、証明済みの構造の整理であって新しい定理ではない；上のどの一句も、その親のグレードを担う。

10.6 誕生、選択、安定化

三つのランタイムの言明がここから第 III 部へ引き継がれ、それらがこの部と宇宙論との間のインターフェースのすべてである。

誕生。カクシオンの宇宙論的な歴史は、大域的な GRIP カスケードがその二ベイスン降下のロック鞍点を横切るときに始まり、コンパクト角のセクターを最終的なアトラクターから変位させたまま解放する — その角度は主インフレーションを通じて保持されていた（第 III 部の条件付き C-Kaxion-d）。場は保持されていたときのオフセットの分だけ変位して解放される — ロック交差は角度を解放するのであって；変位を定めるのではない — のであって、偶然によってではない。

選択。カスケードは、インフレーション期のピン止めが保持していたオフセットの分だけアトラクターから変位したコンパクト角のセクターを解放する — 構造化された $\mathcal{O}(1)$ の角度であって、調整されたものではなく、ロック交差の与件ではなくインフレーション期の与件である。ランタイムはその正確な値を予言しない；第 III 部はそれを較正されたベンチマーク ($\theta_i \simeq 1.1$ rad) における観測された存在量から読み取る、すなわち一般的なミスアライメントの期待値である。

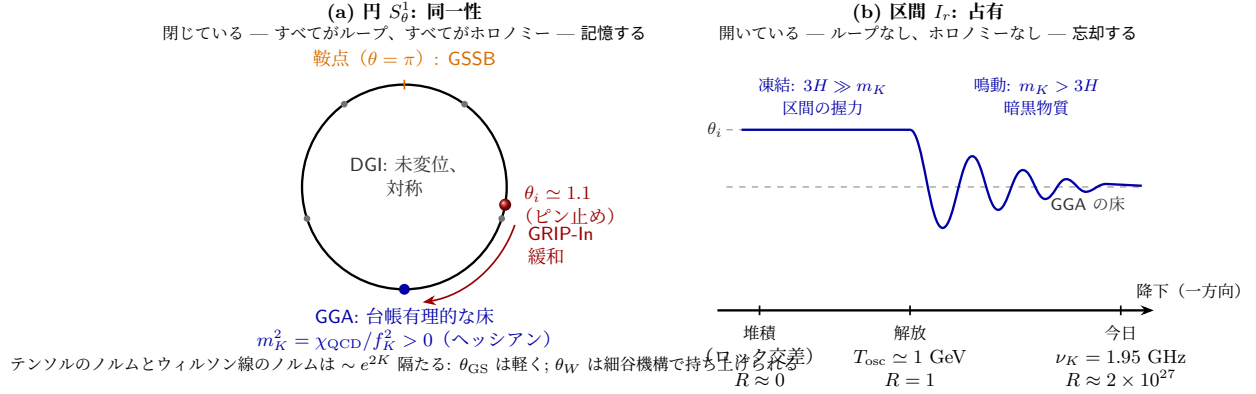


図 6: 二つのファイバー上のカクシオン。(a) 円: 同一性。コンパクトなファイバー S_θ^1 は二つのコンパクト方向を担う (θ_{GS} は軽く、 θ_W は持ち上げられる; スロットのノルム $\sim e^{2K}$ が規格化の連鎖を定める); その真空は離散的な台帳有理的位相に位置する (点); GRIP カスケードは DGI (中心) $\rightarrow$ GSSB ($\theta = \pi$ の鞍点) $\rightarrow$ GGA (床) と走り、そして床における曲率が暗黒物質の質量そのものである、式 (10.1)。このパネルにおけるポータルとアドレスは厳密であり走行しない; 窓は一つの較正された音高のまわりのアンザッツによる梯子であり、一つの凍結した角度、一本の線である。(b) 区間: 占有。一方向の降下は、一次インフレーションを通じて角度を保持し、ロック交差においてそれを堆積させ ($R \equiv m_K/3H \approx 0$)、凍結期を通じてそれを握り ($3H \gg m_K$)、円の時計が区間の時計を追い越すときにちょうど一度だけそれを解放し ($T_{\text{osc}} \simeq 1 \text{ GeV}$ において $R = 1$)、そして以来、周波数には一切触れないまま $\sim 10^{27}$ 回の振動にわたって振幅を費やしてきた。運動方程式 (12.2) はこの解剖学を一行で表す: a_K は円の座標、 $3H\dot{a}_K$ は区間の摩擦、 $m_K^2 a_K$ は降下によって届けられた円の硬さである。円はカクシオンが何であるかを供給し; 区間はカクシオンが何をもつかを供給する。

安定化。緩和の終点は GA である: 指数はゼロ、ヘッセ行列 (10.1) は正である。したがってその周りで振動する凝縮体は安定であり、コヒーレントであり、冷たい — 第 III 部がそれぞれ寿命、波動的記述、構造形成の判定へと変換する三つの形容詞である。

物理的描像。段々になった漏斗の高い位置でビー玉を放してみよ。段々は GSSB の鞍点である; 漏斗の底は GA である。ビー玉の行き先は一度も疑われなかった (GFF-ST7); その降下の歴史 — どこで放されたか、どの段を横切ったか、落ち着くときにどう鳴るか — が物理である。カクシオンはその鳴りである: コンパクト角のセクターが、ロック交差で変位して解放され、今日なお落ち着きつつあり、その周波数を我々は第 V 部で計算し、第 VII–VIII 部で検出することを提案する。

10.7 なぜビッグバンはカクシオンを作らずにはいられないのか

電子論文はその同一性の問いを定理で閉じる; 陽子論文はその安定性の問いをガードで閉じる。本論文における対応する問いは不可避性である: カクシオン凝縮体は初期条件の偶然なのか、それとも、降下で堆積させずにはいられない電子や陽子と同じ資格で、ビッグバンの強制された帰結なのか。二ファイバーの解剖の上では、答えは四つのステップで組み上がり、各ステップはそれぞれのグレードを伴う。

ステップ 1 (円は強制される; 定理)。GG-A2-GG6 T1–T2 により、許容されるバルクはいずれも量子化されたホロノミーをもつ剛体的な円 S_θ^1 を担い、定理 8.2 により、境界上のその軽い周期的な子孫 — テンソルの残滓 — はそのとき選択の余地のあるものではなく、そのホロノミーの兄弟は持ち上げられている。この憲法の上に建てられた宇宙は、カクシオンの両親が据え付けられた状態で現れる。

ステップ 2 (降下は強制され、一方向である; 定理に導出された歴史を加えたもの)。熱い始まりは降下しなければならない; r は減少する; I_r に沿った輸送は半群であり、再び上昇することはできない (GG-A5-GDOS; Arisaka, 2026, A10-Cosmos)。あらゆるスケールをちょうど一度だけ通過する。

ステップ 3 (障壁の上からの降下は角度をその床の上に残すことができない; 名前付きの条件付き)。ロック交差の鞍点の通過はコンパクト角のセクターを変位したまま堆積させる — インフレーションの脱出と目録とを生み出す同一のカスケードの GSSB 事象であり、予想 C-Kaxion-d のインフレーション期のピン止めが、将来観測可能な宇宙の全体にわたって一つの角度をコヒーレントに保持する。これが唯一の条件付きのステップであり、それは名指しされ、引き受けられ、反証可能である: カクシオンのミニクラスター集団、ランダム化された角度の質量における線、あるいはアクシオン・セクターの等曲率の検出は、このピン止めを直ちにキルする (第 13.5 節)。このステップは宇宙論側の唯一の予想である — 種類として新しい仮説ではなく、上流ですでに要求されている事象連鎖の一区間だからであるが、いずれの論文も計算していないものである; 「一つのビー玉が一つの漏斗を降りる」。

ステップ 4 (変位した円座標は冷たく、暗く、コヒーレントな物質として緩和しなければならない; 1-3 を与えたときの定理)。変位した状態で、この座標は $3H \gg m_K$ の間は掴まれており、降下が無事に質量を手渡すときちょうど一度だけ解放される (第 12 節); その後それは GGA の周りで必ず振動し、圧力のない物質として赤方偏移する。それが暗いのは、そのポータルがアノマリー台帳のものであり、 f_K によって抑制されているからである — 暗さは仮定ではなく、純粋なホロノミー・モードがもち得る非トポロジカルな結合がまったく存在しないということである; トポロジーから作られた場合は、トポロジーを通じてしか物質と語り合えない。それが冷たいのは、それがゼロ運動量の凝縮体として生まれるからである — 一つのピン止めされた角度、熱的な歴史はない。それはコヒーレントである — 一つの角度、一つの位相、1.95 GHz における一本の線。

表 5 はこの結論をその二つの兄弟の傍らに置く。憲法を与えられれば、ビッグバンは電子なしに (梯子は終端しなければならない)、陽子なしに (溶接は閉じなければならず、ガードは保たれなければならない)、そしてカクシオン凝縮体なしに (変位した角度は緩和しなければならない) 終わることはできない。この三つは、一方向の降下がコンパクト・ファイバーの上に恒久性を堆積させる三つの仕方である: ラベル付けされた基底状態、守られた溶接、そしてファイバー自身の座標がその床で鳴っていること。暗黒物質は物質と同じだけ不可避であり、その理由も同じである: 宇宙には忘れなければならないファイバーが一つと、忘れることのできないファイバーが一つある。条件性は正直であり、局在している — ステップ 3 はインフレーション期のピン止めに乗っており (予想 C-Kaxion-d、等曲率またはミニクラスターによってキル可能)、定量的なアドレスはキャップ予想 (第 26.3 節; 第 V 部の離散的な窓) とバルク規格化の較正とに乗っている; 本数は両親の登録された露出に乗っており、閉包は GG-A10-Cosmos の目標 (C-Kaxion-c) とミスアライメントの完全性とに乗っている — そして連鎖の中の他の何ものも未解決ではない。

10.8 第 II 部が確立したこと

GG-Theory に一度も触れることなくこの部を読み始めた読者は、いかなる天文学的観測にも言及することなく、いま次のものを手にしている: 非空間的な位相円と、文書化された精度をもつ五整数の台帳とを備えた剛体的な六次元の舞台 (第 6 節); 台帳にロックされた記入項目をもつ強制されたテンソルの帳簿係 (第 6.3 節); 四つのカレントを保存する境界への憲法的な射影 (第 6.4 節); 自由エネルギーの最小値が一意であるランタイム (第 6.5 節); そして、これらから組み上げられた、コン

表 5: 三連画: 三つの基底幾何アトラクター、一つの解剖。電子 (Arisaka, 2026, P3-Electron)、陽子 (GG-P6-Proton)、そしてカクシオン (本論文) を、一方向の降下がコンパクト・ファイバーの上に恒久性を堆積させる三つの仕方として示す。横に読むと、三つは層とスケールにおいて異なり、機構においては異ならない。

	電子	陽子	カクシオン
円との関係	円の上の物質 (ラベル付き)	円に守られた物質 (溶接された)	円そのものの物質 (座標それ自身)
層	電荷層	バリオン層	コンパクト角の層 Σ_θ
同一性の機構	一つの基底ベイスン: クラスは老いない	$Q + B \in \mathbb{Z}$ の二重ガード	一つの凍結した角度: パッチ様なピン止め
質量の起源 (区間)	レプトン降下の終端アドレス	QCD 床における結合	降下によって $\chi(T)$ が入る; $m_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}/f_K$
ラベル (円)	電荷の巻き付き、スピン、表現	B, Q の台帳	ポータル $(1, -1, -\frac{2}{5}, -\frac{2}{5})$; 単一の線; 台帳有理な真空
GSSB 事象	世代カスケード	閉じ込めの溶接	ロック交差での解放
GGA 証明書	基底ベイスンからの脱出はない	二重ガードによる脱出不能	ヘッセ行列 $= m_K^2 > 0$; 1.95 GHz の線
なぜ不可避か	梯子は終端しなければならない	溶接は閉じなければならない	変位した角度は緩和しなければならない

パクト角セクターの一意な軽い周期的擬スカラー (定理 8.2) — テンソルの残滓であり、そのホロノミーの兄弟は持ち上げられ (第 9 節)、構造的な理由によって幾何学的なスケールより指数関数的に下にあり (第 9.6 節)、標準模型の真空を選ぶのと同じカスケードによって誕生し、選択され、安定化される (本節)。残されているのは、宇宙をそれに作用させることである。それが第 III 部である。

11 第 II 部を平易な言葉で: なぜ幾何は軽い擬スカラーを生み出すほかに選択肢がないのか

この部は親論文を読んでいない読者のための案内であり、その仕事は、一つのステップを巧妙なものではなく不可避なものとして感じさせることである。

この枠組みは六次元のバルクの上に四次元の境界を置き、二つの余分な方向は互いに似ていない。一方はコンパクトな円である。場は円の周りを巻くことができ、一周する間に蓄積する位相は局所的な定義をもたない量である — それが何であるかを言える点は存在せず、あるのはループ全体についての言明だけである。その非局所性が議論のすべてである。局所的な定義をもたない量は局所的なカウンター項をもたず、したがって理論の中の何ものもそれに大きな質量を与えることができない。ゆえにそれは軽く、しかも取り決めによってではなく理由があって軽いのである。

残りは、親論文がすでに済ませた帳簿付けから従う。円がそこにあるのは、アノマリー恒等式がそれを要求するからである。歯車比を定める整数は固定されている。グルーオンへの結合は、電荷の割り当てが許す唯一のポータルである。これらのいずれも暗黒物質を念頭に置いて仕組まれたものではなく、それこそが握っておく価値のある点である: この擬スカラーは枠組みが避けることのできなかった帰結であって、何かを説明するために加えられた追加物ではない。

本論文を攻撃したい読者は、ここを攻撃すべきである。もし円が選択的なものであるなら、あるいは議論が見落とした何らかの経路で場が質量を獲得し得たのであれば、下流のすべては何についてでもない計算である。

第 III 部

カクシオンの宇宙論

一つの事象連鎖: インフレーションの脱出、カクシオンの誕生、暗黒エネルギー

12 宇宙的な事象連鎖

12.1 一つの台帳、三つの時代

第 II 部は場で終わった; 宇宙論は歴史から始まる。宇宙論の論文 GG-A10-Cosmos (Arisaka, 2026, A10-Cosmos) が主張し — そして本部がその編成原理として採用するのは — カクシオンの歴史はインフレーションと暗黒エネルギーに付け足された別個の仮説ではなく、一つの台帳から読み取られる単一の GRIP 事象連鎖の一区間だということである:

$$\text{BI-6} \implies \text{TGG} \implies \text{CCI} \implies \text{GFF} \implies \text{GRIP} \implies \text{パラメータ・ブロック}. \quad (12.1)$$

読み方は次のとおりである。BI-6 はどの場が存在するかを定める (第 II 部)。全体的な幾何-ゲージ対象 TGG は、インフレーションの脱出、コンパクト角の変位、そして後期の真空残差を一つの保存された宇宙のパケットの中に置き、それゆえそれらの収支は独立ではない。共変保存恒等式 CCI は、コンパクト角モードの四次元的な応答を境界のシーム上で合法的なものにする。GFF のモース・ランドスケープは利用可能な枝に順位を付け、GRIP が降下を実行する: ニベイスン降下のロック鞍点が横切られ、コンパクト角のセクター — C-Kaxion-d のもとで主インフレーションを通じて保持されていた — がそのアトラクターから変位したまま解放され、その変位の緩和が — その瞬間から現在に至るまで — 暗黒物質である。インフレーション、暗黒物質、暗黒エネルギーは、三つの時代において観測される、一つの漏斗を降りる一つのビー玉である。

12.2 運動方程式とその二つのレジーム

本部の宇宙論はすべて、ただ一つの方程式から流れ出る。軽い固有状態 a_K の正準作用 (第 II 部、式 (7.2)) を平坦なフリードマン-ロバートソン-ウォーカー背景 $ds^2 = dt^2 - R^2(t) d\vec{x}^2$ の上で変分すると、一様モードについて

$$\ddot{a}_K + 3H \dot{a}_K + V'(a_K) = 0, \quad H = \frac{\dot{R}}{R}, \quad (12.2)$$

が得られ、アトラクターのまわりの小さな変位については $V'(a_K) \simeq m_K^2(T) a_K$ となる。式 (12.2) は摩擦を伴う振り子であり、その摩擦は宇宙膨張そのものである: $3H\dot{a}_K$ の項は、制動棒が実験室の振動子からエネルギーを奪うのとまったく同じように、一様モードからエネルギーを奪う。輻射優勢

期においてハッブル率は

$$H(T) = 1.66 \sqrt{g_*(T)} \frac{T^2}{M_{\text{Pl}}}, \quad M_{\text{Pl}} = 1.22 \times 10^{19} \text{ GeV}, \quad (12.3)$$

であり、 $g_*(T)$ は相対論的自由度の有効数である ($T \simeq 1 \text{ GeV}$ で $g_* \simeq 73$ 、今日では 3.36 まで下がり、エントロピー側の対応物は $g_{*,0} = 3.91$ である)。

振り子にはちょうど二つのレジームがあり、その境界こそがカクシオンの生涯において最も重要な唯一の瞬間である。

レジーム 1: 凍結 ($3H \gg m_K$)。 摩擦が支配するとき、場は落ちることができない。定量的には、(12.2) の終端速度解は $\dot{a}_K \simeq -V'/3H$ であり、したがってハッブル時間あたりに失われる変位の割合は

$$\left. \frac{\Delta a_K}{a_K} \right|_{1/H} \sim \left(\frac{m_K}{3H} \right)^2 \ll 1. \quad (12.4)$$

となる。場は蜂蜜の中で放たれた振り子である：生まれた場所に傾いたままそこに留まり、その位置エネルギーは蓄えられたまま待っている。これこそ、ロック交差で放たれた初期角が、放出から開始までの温度にして四桁にわたって変更されずに生き延びる理由であり、放出時の積分された滑りは $\sim 10^{-39}$ である — 宇宙は、手放す準備が整うまでカクシオンを静止させておくのである。

レジーム 2: 振動 ($3H \lesssim m_K$)。 ハッブル率が

$$3H(T_{\text{osc}}) \simeq m_K(T_{\text{osc}}), \quad (12.5)$$

まで下がると、摩擦はもはや振り子を支えることができず、場はアトラクターのまわりでコヒーレントな振動を始める。この瞬間から、振動する凝縮のエネルギー密度は無圧力物質として赤方偏移し (第 16 節で証明する)、カクシオンはまさに冷たい暗黒物質である。式 (12.5) から現在までのすべては帳簿付け — 厳密であり、以下で実行する — であって、新しい物理は何もない。

解剖に照らして読む振り子。 式 (12.2) はもう一度読まれるに値する。コホートの他のどの方程式も、第 10.5 節の二つのファイバーをこれほど簡潔に示してはいないからである。項ごとに見よう： a_K は円の座標、すなわち二つのコンパクト角の軽い残骸である； $3H\dot{a}_K$ は区間の摩擦であり — H は境界時間で読んだ降下率であるから (Arisaka, 2026, C2-Hubble: 冷却こそが降下である)、この項は半群そのものであって、古典的な場の方程式の内部で円の振れを減衰させる；そして $m_K^2(T) a_K$ は円の剛性であり、降下が QCD スケールを通過して冷えるにつれて境界から供給される。上の二つのレジームは、そのとき互いに対する二つの速度である：すなわち無次元の台帳 $R(T) \equiv m_K(T)/3H(T)$ 、区間の速度に対して測った円の振動数を定義する。ピン止めの時点では $R \approx 0$ である (質量は切れており、 H は巨大である)； $T_{\text{osc}} \simeq 1 \text{ GeV}$ で $R = 1$ となり、そこに閉形式 (25.3) が位置し、放出が起こる；そして今日では $R \approx 2 \times 10^{27}$ である — これは、そうでなければならないとおりに、放出以来この線が行った振動の回数のオーダーである ($\nu_K t_0 \approx 8 \times 10^{26}$)。二ファイバーの要点は単調性である：降下が一方向であるがゆえに、 R はちょうど一度だけ、一つの向きに 1 を横切り、再交差の可能性はない。カクシオンの放出は、たまたま起こった事象ではない；それは起こらずにはいられず、二度は起こり得なかった事象である — CPT コンパニオンの降下がロック閾値を一度だけ越え、バリオ

ン非対称性を丸ごと買い取るのと同じ、ゲートされた区間の論理である (Arisaka, 2026, P5-CPT)。だからこそミスアライメント凝縮は原初的であり、唯一であり、補充されない — 冷たい暗黒物質を定義する現象論であり、ここではそれが宇宙論の仮定ではなくファイバー解剖の系となっている。

12.3 一目で見る年表

第 13–16 節で導出する数値を先取りすれば、カクシオンの伝記は述べるには短く、全うするには長い。表 6 はそれをロック期から今日まで走らせる; そこにあるすべての数値は、各行が引く節において主張されたのではなく導出されたものであり、二つの決定的な行 — $T \simeq 1.0$ GeV における開始と、現在の半アトラジアン振幅 — が、実験室に関わる各部の拠って立つすべてを繋ぎ止めている:

表 6: カクシオンの宇宙的年表 (開始の数値は第 13 節から)。各行はロック交差から現在まで走り、それぞれにその温度、その時計時間、そしてそこで凝縮に何が起こるかを与える。開始の行が物理を担う: ハッブル率が質量まで下がったときには場は振動を始め、その下流にあるすべて — 残存量、現在の振幅、ダイヤルの振れ — は、それがどこで起こるかによって決まる。初期角は、較正されたベンチマークにおける観測された残存量から逆に読み取られる。

時代	時計	出来事
ロック交差 ($T_{\text{lock}} \simeq 1.6$ TeV, $H = H_2$, $t \simeq 10^{-13}$ s)	—	降下の第二の鞍点が、残存量から $\theta_i \simeq 1.1$ rad と読み取られる固定されたパッチ非依存の $\mathcal{O}(1)$ 角だけ変位したコンパクト角セクターを放出する (第 13.3 節); パッチ非依存性はインフレーション期のピン止め、予想 C-Kaxion-d に乗っている。
$T \simeq 1.0$ GeV	$t \simeq 0.3 \mu\text{s}$	開始: $3H = m_K(T)$; 質量がなお最終値の $\sim 0.04\%$ にすぎないまま、凝縮が振動を始める。
$T \simeq 0.15$ GeV	$t \simeq 20 \mu\text{s}$	QCD 感受率が飽和する; 質量が零温度での値に達する; ばねは完全に硬くなる。
$T \simeq 0.80$ eV	$t \simeq 5 \times 10^4$ yr	物質–輻射等密度期: すでに $\sim 3 \times 10^{21}$ 回の振動を経た凝縮が、構造成長を支配し始める。
今日	$t = 13.8$ Gyr	ダイヤルはなお鳴り続けている: 経過したサイクルは $\sim 8 \times 10^{26}$; 現在の振れ幅は $\theta_0 \simeq 5 \times 10^{-19}$ である (第 14 節)。

物理的な描像。この伝記がいかに非対称であるかは、味わっておく価値がある。カクシオンは生まれるのに 1 マイクロ秒未満を費やし、鳴り止むのに 138 億年を費やしてきた — しかもその鳴り止み方はきわめて穏やかであり (唯一の排出はハッブル摩擦である、第 16 節)、今日の振動は、サイクルごとに見て、宇宙が生後 1 ミリ秒になる前に始まったのと同じコヒーレントな振動なのである。レジームの言葉で言えば (第 6.5 節): 誕生は GRIP-Out の尾であった; それ以来のすべては途切れることのない一つの GRIP-In であり、ハッブル摩擦が盆地内の流れとして働く — 物質の層を排出する弱いチャネルの、暗黒セクターにおける対応物である (GG-A9-SM)。ハロスコープは、まったく文字どおり、 $t \simeq 0.3 \mu\text{s}$ に起こった事象の後期段階に聴き入っているのである。

13 ミスアライメント生成と初期角

13.1 振子はいつ手を放すのか? 開始温度、二通りに

開始条件 (12.5) は二つの教訓的な近似で解くことができ、その対比がカクシオンのポテンシャルの鍵となる特徴を教える。

第一の試み: 一定質量。 質量が現在の値 $m_K = 8.1 \mu\text{eV} = 8.1 \times 10^{-15} \text{ GeV}$ (第 V 部) で温度に依存しないと仮に考えてみよう。すると (12.5) は (12.3) とあわせて

$$T_{\text{osc}}^{\text{const}} = \left(\frac{m_K M_{\text{Pl}}}{3 \times 1.66 \sqrt{g_*}} \right)^{1/2} = \left(\frac{(8.1 \times 10^{-15})(1.22 \times 10^{19})}{42.6} \right)^{1/2} \text{ GeV} \simeq 48 \text{ GeV}, \quad (13.1)$$

を与える。ここで $g_* \simeq 73$ を用いている。これほど軽い場合は、この勘定では、宇宙が数十 GeV にあったときに振動を始めていたことになる。

第二の試み: 実際の、温度に依存する質量。 しかしカクシオンの質量は一定ではない。そのポテンシャルは QCD のトポロジカル感受率 (第 V 部の強い CP 整列) によって生成され、QCD スケールより上では感受率はインスタントンによって抑制される。格子による決定 (Borsanyi et al., 2016) は

$$\chi_{\text{QCD}}(T) \simeq \chi_{\text{QCD}}(0) \left(\frac{T_{\text{QCD}}}{T} \right)^{2b}, \quad b \simeq 4.08, \quad T_{\text{QCD}} \simeq 150 \text{ MeV}, \quad (13.2)$$

を与え、したがって質量は $T > T_{\text{QCD}}$ に対して $m_K(T) = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}(T)}/f_K = m_K(0) (T_{\text{QCD}}/T)^b$ として立ち上がる。これを (12.5) に代入すると、次の多項式の条件が得られる。

$$m_K(0) T_{\text{QCD}}^b T_{\text{osc}}^{-b} = \frac{3 \times 1.66 \sqrt{g_*}}{M_{\text{Pl}}} T_{\text{osc}}^2 \implies T_{\text{osc}}^{b+2} = \frac{m_K(0) T_{\text{QCD}}^b M_{\text{Pl}}}{4.98 \sqrt{g_*}}. \quad (13.3)$$

ベンチマーク ($b = 4.08$, $g_* = 73$) について数値的に解くと:

$$T_{\text{osc}} \simeq 1.0 \text{ GeV}, \quad \frac{m_K(T_{\text{osc}})}{m_K(0)} = \left(\frac{0.15}{1.0} \right)^{4.08} \simeq 4.4 \times 10^{-4}, \quad t_{\text{osc}} \simeq \frac{1}{2H_{\text{osc}}} \simeq 0.3 \mu\text{s}. \quad (13.4)$$

二つの試みは温度にして五十倍の違いを与え、その違いは帳簿付けではなく物理である: 振子が手を放すときに感受率がまだ上昇し続けているため、場は最終的な剛性の $\sim 0.04\%$ にすぎないばね定数で振動を始め、ばねは $T \simeq T_{\text{QCD}}$ に至るまで振動の下で硬くなり続ける。この「硬くなるばね」こそ、第 15 節の断熱不変量による帳簿付けが扱うべく作られたものであり、それが残存量の公式に現れるあの有名な非整数のべきの起源である。

物理的な描像。 振子の復元ばねが、揺れているあいだにより硬く巻き上げられていく様子を想像されたい。各振動は前の振動より速く、振幅は縮む (断熱不変量 — 量子の数 — が保存されるので、量子あたりのエネルギーは振動数とともに増える); そして最終的なエネルギーの蓄えは、揺れが巻き上げに対していつ始まったかに依存する。その相互作用が、そしてそれだけが、下の式 (15.7) の $f_K^{1.165}$ の出どころである。

13.2 厳密解: ベッセル関数と包絡則

式 (12.2) の二つのレジームは、単に定性的な極限であるにとどまらない; 輻射期において質量が一定であれば、この方程式は厳密に解け、その解はミスアライメントの物語のあらゆる手振りを公式に変換するがゆえに一つの小節を割く価値がある。輻射優勢期では $H = 1/2t$ であり、したがって

$$\ddot{a}_K + \frac{3}{2t} \dot{a}_K + m_K^2 a_K = 0. \quad (13.5)$$

となる。 $a_K = (m_K t)^{-1/4} u(m_K t)$ と置き換えると (13.5) は次数 $\frac{1}{4}$ のベッセル方程式に帰着する; $t \rightarrow 0$ で正則な解は

$$a_K(t) = a_i \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \left(\frac{2}{m_K t}\right)^{1/4} J_{1/4}(m_K t) \quad (13.6)$$

であり、初期には $a_K \rightarrow a_i$ となるよう $J_\nu(x) \simeq (x/2)^\nu / \Gamma(\nu + 1)$ で規格化してある。二つの漸近形は、二つのレジームをその正確な係数とともに与える:

$$a_K(t) \rightarrow \begin{cases} a_i \left[1 - \frac{(m_K t)^2}{5} + \dots\right], & m_K t \ll 1 \quad (\text{凍結、主要なずれを伴う}), \\ 0.86 a_i (m_K t)^{-3/4} \cos(m_K t - \frac{3\pi}{8}), & m_K t \gg 1 \quad (\text{oscillating}), \end{cases} \quad (13.7)$$

ここで包絡線の係数は $\Gamma(\frac{5}{4}) 2^{1/4} \sqrt{2/\pi} = 0.86$ である。三つの標準的な言明が (13.6) の定理となる。第一に、開始の約束: $3H = m_K$ は $m_K t = \frac{3}{2}$ であり、これはベッセル関数の膝にちょうど位置する — 慣用的な開始は数学的な折れ曲がりであって、恣意的な目印ではない。第二に、赤方偏移則: 包絡線 $a_K \propto t^{-3/4} \propto R^{-3/2}$ は $\rho_K = \frac{1}{2} m_K^2 a_K^2 \propto R^{-3}$ を厳密に与える — 第 16 節のダストの振る舞いは仮定にわたる平均ではなく、特殊関数の漸近形である。第三に、 $\mathcal{O}(1)$ の正直さ: 係数 0.86 (およびベッセル関数の次数をずらす、温度依存質量に対するその類似物) は、封筒裏のミスアライメント見積もりを較正されたパイプラインから隔てる因子の、まさにその類である; 第 V 部の規格化は、そのような係数からではなく開始を通して運動方程式を積分することによって得られており、閉包角に対する $\pm 6\%$ の予算 (表 12) が精密文献との整合のために計上している 2.5% の行が、その残差である。

物理的な描像。時間とともに薄まっていく蜂蜜の中で放たれた振り子。蜂蜜が濃いあいだ ($m_K t \ll 1$)、錘は (13.7) の第一行にある微小な滑りの分だけ這うように動く — 滑りが $m_K t$ について二次であり、それゆえ凍結期の全体が角を手つかずのまま残すことに注意されたい。蜂蜜が膝を越えて薄まると、錘は揺れ、それ以後、宇宙は時間の e-フォールドあたりに振幅の四分の三乗を、それ以上でもそれ以下でもなく取り立てる。

一つの集団、一つの振動開始。先に進む前に一つ注意しておく。宇宙論的歴史は、単一の物理的崩壊定数 f_K と質量 $m_K = 8.1 \mu\text{eV}$ によって一度だけ計算される (第 14 節); 振動開始を定める質量は、検出器が 1.95 GHz で読み取るものと同一である。

13.3 ミスアライメント角

ミスアライメント機構が要求する唯一の初期条件は、誕生時の変位角 θ_i である。一般のアクシオン宇宙論では θ_i は存在量を帯に変える唯一の連続的なダイヤルである; ここではその帯は、通常とは逆の理由で潰れる。バルクの規格化は、一般的な角度が在庫を飽和させるようにベンチマークにおい

て較正されているため（第 14 節）、観測された存在量は θ_i を走査するのではなく返す — そして返された値について主張されるのは、それが一般的であるということだけである。

ランタイムが角度を制約するのは定性的にのみである。コンパクト角の層の真空は離散的な OGN-5 位相である (GG-A6-GRIP)；誕生時の変位は、一次インフレーションを通じて角度が保持されていた値と、後にそれが緩和していく先の QCD 極小との間のオフセットであり、GG-A10-Cosmos の二盆地降下のロック交差において解放される ($T_{\text{lock}} \simeq 1.6 \text{ TeV}$, $t \simeq 10^{-13} \text{ s}$; 第 13.5 節はこれが乗る条件付き言明を述べており、また単一の角度が意味を持つためには、解放がすべての地平線パッチで同一でなければならない)。ランタイムが保証するのは、このオフセットが構造化された $\mathcal{O}(1)$ の角度であること — 破れていない点 $\theta = 0$ (暗黒物質を与えないであろう) でも不安定な丘頂 $\theta = \pi$ でもないこと — であって、それが何か特定の値を取ることはない。その値は次に、第 15.3 節の存在量クロージャーから読み取られ、

$$\theta_i \simeq 1.1 \text{ rad}, \quad (13.8)$$

すなわち一般的なミスアライメント角であって、あらゆる標準的なアクシオン暗黒物質シナリオが仮定する $\mathcal{O}(1)$ の角度以上に調整されてはいない。

二つの所見がこれを正直に保つ。第一に、(13.8) はインフレーション前 (単一パッチ) の歴史を前提としており、そこでは θ_i の一つの値が観測可能な宇宙全体にわたって均一化されている；インフレーション後の代替では θ_i^2 が円周平均 $\langle \theta^2 \rangle = \pi^2/3$ に置き換わり、ミニクラスターの微細構造が加わることになるが、これは第 IV 部で囲い込まれた偶発性である。第二に、 $\theta_i \simeq 1.1 \text{ rad}$ ではコサイン・ポテンシャルは緩やかに非調和的であり、そのため調和近似の見積もり (15.7) はクロージャー角を 4% 過大評価する；第 V 部の積分は完全なコサインを担う。いずれの所見も f_K を固定したときの質量には触れない；どちらも角度を動かす。

13.4 角度はどれほど激しく試されるのか

凍結した角度が、初期宇宙の供給する擾乱に対してどれほど安定であるかを定量化しておく価値がある。凍結領域ではハッブル時間あたりのずれは (12.4) である；ロック交差 ($T_{\text{lock}} \simeq 1.6 \text{ TeV}$) から振動開始まで積分すると、蓄積される古典的ドリフトは振動開始直前の最後のハッブル時間に支配され、 $(m_K/3H)^2 \rightarrow \mathcal{O}(1)$ のオーダーになるのは振動開始時においてのみである — それ以前では、積分されたずれは無視できる ($T = 10 \text{ GeV}$ では $(m_K(T)/3H)^2 \sim 10^{-12}$)。ロック交差そのものは即時である — GG-A10-Cosmos はそこに第二のインフレーションを持たない ($N_2 = 0$) — ので、ド・ジッター的キックをまったく供給しない。角度をランダム化しうる唯一の時代は一次インフレーションであり、実際にそうするであろう: $H_1 \simeq 1.5 \times 10^{13} \text{ GeV}$ ($r = 0.0038$ と $A_s = 2.1 \times 10^{-9}$ から、GG-A10-Cosmos が現在印字している通り) では、軽い角度は e-フォールドあたり $\delta\theta = H_1/(2\pi f_K) \simeq 3.4 \text{ rad}$ を受け取る。したがって角度が手つかずで振動開始に到達するのは、それが当時軽くなかった場合に限りである — 第 13.5 節のピン止めの条件付き言明である。

13.5 等曲率の問題、定量化

インフレーション前の傍観者場はド・ジッター揺らぎ、すなわち地平線モードあたり $\delta\theta = H_{\text{inf}}/(2\pi f_K)$ を獲得し、これは振動開始の後に等曲率擾乱 — 光子と関連しない暗黒物

質密度揺らぎ — となる。その分数パワーは

$$\beta_{\text{iso}} \simeq \left(\frac{2\delta\theta}{\theta_i} \right)^2 / \mathcal{P}_\zeta = \left(\frac{H_{\text{inf}}}{\pi \theta_i f_K} \right)^2 \frac{1}{2.1 \times 10^{-9}}. \quad (13.9)$$

Planck は $\beta_{\text{iso}} < 0.04$ を制限する (Planck Collaboration, 2020); ベンチマーク ($\theta_i = 1.18$, $f_K = 7.1 \times 10^{11}$ GeV) では、その制限が軽い角度を許容するのは $H_{\text{inf}} \lesssim 2.3 \times 10^7$ GeV より下に限られるであろう。この問いは正しい時代において問われねばならず、本論文の以前の版は誤った時代においてそれを問うていた。GG-A10-Cosmos の歴史はインフレーションを一つ持つ、すなわち $H_1 \simeq 1.5 \times 10^{13}$ GeV を持ち $T_{\text{rh}} \simeq 6 \times 10^{10}$ GeV へ再加熱する、一次の GUT 近傍の時代である; 二盆地降下の後のロック交差、すなわちコンパクト角が解放される交差は即時であり ($N_2 = 0$ e-フォールド)、いかなる種類の超地平線擾乱も刻まない。したがってロック時代は (13.9) に何も寄与せず、収支は角度が一次インフレーション中に軽かったか否かによって完全に決まる。もし軽かったのであれば、e-フォールドあたり $\delta\theta = H_1/(2\pi f_K) \simeq 3.4$ rad である: 角度は一次インフレーションを出たすべてのスケールでランダム化され、観測可能な宇宙はインフレーション後のクラスに属する — CMB スケールの等曲率はない、なぜなら一様に分布した角度の粗視化された密度はどのパッチでも同じだからであるが、振動開始の地平線スケールにはオーダー 1 のミニクラスター・スペクトルがあり、そして円周平均された存在量があって、それはミスアライメントのみから $\gtrsim 6$ GHz で在庫を閉じる (第 36.2 節) — したがって失われるのは本論文の窓であって、カクシオンではない。それが未ピン止め枝についての本論文の読みであり、GG-A10-Cosmos はそれを共有していない。GG-A10-Cosmos は、インフレーション中にランダム化された角度はすべての観測可能なスケールで独立な抽選を担い、したがって Planck の制限より十桁上のオーダー 1 の冷たい暗黒物質等曲率を担うので、未ピン止め枝は移設されるのではなく排除されると主張する; また、バルク規格化 f_{bulk} において、そこでは刻みが e-フォールドあたりわずか 0.08 rad であるが、未ピン止めの角度は通常のインフレーション前の揺らぎを担い、制限より八桁上であると主張する。第二の節は争点ではない。第一の節はそうである: 観測可能なスケールが地平線退出時に受け取る抽選は、そのスケールがインフレーションの終わりに担う角度ではない、というのも拡散は e-フォールドあたり 11 rad² でさらに五十 e-フォールド続き、また分散が $(2\pi)^2$ をはるかに超える角度の上で評価された周期的な密度は、終わりより半 e-フォールド以上前に地平線を出たすべてのスケールで無相関だからである (e-フォールドあたりの刻みはその長さを定める; 一点分布の一様性こそが、平均をどのパッチでも同じにするものである) — 振動開始スケールでの白色雑音であり、マイクロ波の空には何もない。二つの読みのどちらが正しいかは、いずれの論文も印字していない計算であり、それが決めるのは未ピン止め枝がどう見えたであろうかということだけであって、本論文の歴史が成り立つか否かではない; それは二つの論文の間の唯一の生きた不一致としてここに登録され、宇宙論のコンパニオン論文が閉じるべきものである。もし代わりに角度が、それらの e-フォールドを通じて H_1 をはるかに超える質量を担っていたのであれば、それはピン止めされており、その揺らぎは抑制され、 β_{iso} は恒等的に消える。

本論文の主張は第二のものであり、それは条件付きであって定理ではない。GG-A10-Cosmos はピン止めを本論文の予想として担い、それを計算しない; 本論文もそれを計算しない。したがって我々はそれを宣言する:

予想 C-Kaxion-d (インフレーション期のピン止め)。 一次インフレーションの観測可能な e-フォールドの間、コンパクト角は有効質量 $m_{\text{pin}} \gg H_1 \simeq 1.5 \times 10^{13}$ GeV — ピン止めポテンシャル $V_{\text{pin}} \gtrsim H_1^2 f_K^2 \simeq 10^{50}$ GeV⁴ — を担い、その極小は QCD ポテンシ

ルの CP 保存点からミスアライメント角 $\Delta\theta \simeq 1.1 \text{ rad}$ だけ変位した位置にあり（したがってそれは $GG\text{-}A9\text{-}SM$ の強い CP 機構ではない）；それはロック交差においてすべての地平線パッチで同一に角度を解放し；そしてそれはロック交差より下では、中性子の制限 $|\bar{\theta}| < 10^{-10}$ が第 V 部の QCD 由来の $\chi_{QCD}[1 - \cos\theta] \lesssim 3 \times 10^{-5} \text{ GeV}^4$ に対して許す水準 $V_{\text{res}} \lesssim 4 \times 10^{-15} \text{ GeV}^4$ まで存在しない。そのようなポテンシャルを供給しうる台帳のセクターは、現在のところ知られていない。

この予想は、後期宇宙について述べられた定理 8.2(ii) の平坦性の節と緊張関係にあり、その緊張こそが要点である：QCD のそれより五十五桁大きいポテンシャルが、インフレーション中に存在し、その後に消えねばならないのであって、本論文も $GG\text{-}A10\text{-}Cosmos$ もその起源を示していない。単一パッチの歴史、等曲率の沈黙、そしてミニクラスターの不在は、すべて $C\text{-}Kaxion\text{-}d$ に乗っている；それらは台帳において、強制されたものとしてではなく仮定されたもの（表 12）として担われている。この予想をキルするものは観測可能である：カクシオンのミニクラスター集団、あるいは第 36.2 節のランダム化された角度の質量における確認された線である；この部門に帰せられる CMB 等曲率の検出は、 $GG\text{-}A10\text{-}Cosmos$ も述べる通り、予想を即座にキルする — 角度は保持されていなかったのである；部分的なピン止め $m_{\text{pin}} \sim H_1$ は、本論文が計算する枝ではない。これを確立するであろうものは、 $GG\text{-}A10\text{-}Cosmos$ の一次インフレーション背景の上での、角度のインフレーション期ポテンシャルの計算であり、それは宇宙論側の最も鋭い未解決項目として第 XI 部に登録されている。

14 崩壊定数とミスアライメント角

第 III–V 部の存在量、質量、結合を評価しうるためには、二つの量がピン止めされねばならない：カクシオンの崩壊定数 f_K と、その初期ミスアライメント角 θ_i である。この論理は過大に述べられやすいので、一度、平明に述べておかねばならない。幾何は離散的な構造 — 本数と、許容されるキャップ荷重の梯子 — を供給するが、本論文の現状では、崩壊定数の絶対規格化は供給しない：それを固定するであろう計算はアノマリー・コンパニオン論文の未解決問題 O14 であり、バルク・スケールは残存量クロージャーを通じて較正される。したがってクロージャーは、二つの未知数に対する一つの方程式である。本論文はベンチマーク荷重 $\Xi_{\text{cap}} = 43$ を固定し、一般的なミスアライメント角においてクロージャーを要求することによってバルク・スケールを較正し、その後に角度を、較正されたベンチマークが在庫を飽和させる値として読み取る。振動数は存在量から独立ではない；それから独立であるのは、窓の離散的な梯子と本数である。

較正された一つの崩壊定数。 ホロノミー方向の持ち上げを生き延びる軽い固有状態（第 9.3 節）は、一つの崩壊定数 f_K を持つ単一の正準規格化された場である。その絶対値は、本論文でもその親論文でも導出されていない：テンソルの境界運動項ノルムとウィルソン線のそれは e^{2K} だけ異なり（付録 C.1）、正準場自身の規格化をバルクのそれに対して位置づけるであろうものは、アノマリー・コンパニオン論文の未解決問題 O14 であって、第 26.3 節で再述されている。したがって我々は $f_K = f_{\text{bulk}}/\Xi_{\text{cap}}$ と書き、ここでバルク規格化 $f_{\text{bulk}} \simeq 3.04 \times 10^{13} \text{ GeV}$ は、ベンチマーク荷重 $\Xi_{\text{cap}} = 43$ における第 15.3 節の残存量クロージャーを通じて較正されている（第 26.3 節）。ベンチマークは次を与える

$$f_K = 7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}, \quad (14.1)$$

そしてその周りには、許容される荷重の離散的な梯子 $\Xi_{\text{cap}} \in \{35, \dots, 47\}$ があり、第 V 部はそれを $\nu_K \in [1.59, 2.13]$ GHz に変換する（ベンチマークは 1.95 GHz）。感受率関係

$$m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}} \simeq (75.5 \text{ MeV})^2 \quad (14.2)$$

（第 V 部）が次に、この一つの数から質量 $m_K = 8.1 \mu\text{eV}$ 、実験室振動数、そして光子結合を固定する。物理的な線はちょうど一本である；バルク規格化スケール（ $\sim 3 \times 10^{13}$ GeV）は対角化の中間量であって、伝播するいかなる場の崩壊定数でもない。

角度は存在量から従う。 f_{bulk} をベンチマークで較正したうえで、誕生時の変位 θ_i は、凝縮体が導出された在庫 Ω_{DM} を飽和させる値である（第 15.3 節）：運動方程式の直接積分により $\theta_i \simeq 1.1$ rad である。これは標準的な $\mathcal{O}(1)$ のミスアライメント角であり、あらゆるアクシオン暗黒物質の計算とまったく同様に、存在量に合わせられている；本論文がそれについて主張するのは、それが一般的である — ゼロに向けても丘頂に向けても調整されていない — というだけであって、それが導出されたということではない。

下流で用いられる二つの不変量。 いかなる規格化の選択からも独立な二つの比が、後に実験的な言明となる。(i) 局所的な角振幅、これは局所エネルギー密度 $\rho_{\text{loc}} \simeq 0.45 \text{ GeV}/\text{cm}^3$ によって、 $\rho = \frac{1}{2} m_K^2 a_K^2$ と不変量 (14.2) を通じて固定される：

$$\theta_0 = \frac{\sqrt{2\rho_{\text{loc}}}}{m_K f_K} = \frac{2.6 \times 10^{-3} \text{ eV}^2}{(75.5 \text{ MeV})^2} \simeq 4.6 \times 10^{-19}, \quad (14.3)$$

すなわち $\nu_K = 1.95$ GHz で振動する半アト・ラジアン of 振れ — 検出が聞き取らねばならない 10^{-19} ラジアン of 鐘である（第 VII 部）。第 VI 部の (ii) 線の本数は、いかなるスケール依存性もまったく担わない：軽いスペクトルはちょうど一つの成員を持ち、それはキャップ荷重が窓の内側で選ぶいかなる振動数においてでもある — だからこそ第 VI 部は本数テスト — 窓を横切る任意の走査を、その内側のどこかにある第二の線について再解析すること — を、本論文が求める最も安価な同定測定として据えるのである。

15 存在量と π ロックされた在庫

15.1 目標は継承されたものであり、導出条件付きである

従来 of 宇宙論では、冷たい暗黒物質の密度 Ω_c は測定された入力である。GG-A10-Cosmos ではそれは出力である：後期の在庫は、バルクの境界宇宙論によって π にロックされる、

$$\Omega_m = \frac{1}{\pi} = 0.3183, \quad \Omega_\Lambda = 1 - \frac{1}{\pi} = 0.6817, \quad \Omega_b = \frac{1}{2\pi^2} = 0.05066, \quad (15.1)$$

そこから暗黒物質の分け前は、二つのロックされた数の差となる、

$$\boxed{\Omega_{\text{DM}} = \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2\pi^2} = 0.26765} \quad (15.2)$$

— 本計画のいかなる暗黒物質候補も飽和させねばならない目標である。原理上の二つの注意がこれに伴う。割合 Ω_{DM} は現在の時代の量である；以下のクロージャーが実際に用いる時間によらない内容は、共動の $\Omega_{\text{DM}} h^2 = 0.1215$ と、一定の種族比 $\rho_{\text{DM}}/\rho_b = 2\pi - 1$ である（式 6.9）。そして π ロックされた在庫は、表 2 の $\alpha_s = 1/(\pi e)$ の項目と同様に、実績のうちでも硬い整数ロックではなくより弱い（ π/e 型の）成員に属する — その点はそこで正直に述べられている。GG-A10-Cosmos のコンパクト角暗黒物質定理は、これを一つの義務へと先鋭化する：もし軽いコンパクト角モードが支配的な冷たい残存物であるならば、その存在量は調整可能な Ω_c ではなく (15.2) に合致させられねばならない。観測に対して、この表は次のように振る舞う：

表 7: π ロックされた在庫と Planck 2018 (Planck Collaboration, 2020) (TT,TE,EE+lowE+lensing, $h = 0.674$) との比較。バリオンの項目は既知のパーセント水準の緊張を担っており、それは GG-A10-Cosmos で明示されている。この比較は Planck が引用する精度で印字されており、正直に読むべき行は、五つの平均ではなくバリオンの行である。

量	π ロック	値	Planck 2018	偏差
Ω_m	$1/\pi$	0.3183	0.3153 ± 0.0073	+1.0% (+0.4 σ)
Ω_Λ	$1 - 1/\pi$	0.6817	0.6847 ± 0.0073	−0.4%
Ω_b	$1/(2\pi^2)$	0.05066	0.0493 ± 0.0003	+2.8%
Ω_{DM}	$1/\pi - 1/(2\pi^2)$	0.26765	0.2645 ± 0.0070	+1.2%
$\Omega_{\text{DM}} h^2$	—	0.1215	0.1200 ± 0.0012	+1.3%

15.2 ミスアライメント存在量、導出

ここで我々は、第 13 節の凝縮体が実際に何を届けるのかを、第 15.3 節のクロージャーがそれに寄りかけられる程度に注意深く計算する。この計算は三行の物理 — 預ける、数える、換金する — に、硬くなるバネについての一つの注意を加えたものである。

預ける。 振動開始において、場はその変位のポテンシャル・エネルギーを預けている：

$$\rho_{\text{osc}} = \chi_{\text{QCD}}(T_{\text{osc}})[1 - \cos \theta_i] \simeq \frac{1}{2} m_K^2(T_{\text{osc}}) f_K^2 \theta_i^2, \quad (15.3)$$

すなわち小角形であり、これは (13.8) における角度に対して 4% の非調和補正を担っていて、その補正は第 15.3 節の積分されたクロージャーが含んでいる。

数える。 いったん振動し始めれば、量子の共動個数は、質量が増大する間でさえ断熱不変量である — これは標準的な調和振動子の断熱定理であり、硬くなるバネの時代を通じての正しい帳簿付けである。振動開始における数密度は

$$n_{\text{osc}} = \frac{\rho_{\text{osc}}}{m_K(T_{\text{osc}})} = \frac{1}{2} m_K(T_{\text{osc}}) f_K^2 \theta_i^2, \quad \frac{n}{s} = \text{const thereafter}, \quad (15.4)$$

であり、ここで $s = \frac{2\pi^2}{45} g_{*s} T^3$ はエントロピー密度である。

なぜ個数が不変なのか (証明と、その一つの但し書き)。 硬くなるバネの時代を通じての $n/s = \text{const}$ という主張は、その二行の証明に値する。ゆっくり変化する振動数を持つ振動子については、作用変数 $J = \oint p dq = 2\pi E/\omega$ は $\dot{\omega}/\omega^2 \ll 1$ のとき断熱不変である; 凝縮体については、共動体積あたりの E/ω が共動の量子数そのものであるから、 $N = \rho R^3/m_K(T)$ が保存される — 保存されないのはエネルギーであって (バネは振動のもとで硬くなり、振動に仕事をする)、量子は保存される。但し書きは定量的であり、正直なものである: 振動開始そのものにおいては $\dot{m}/m^2 = bH/m_K(T_{\text{osc}}) = b/3 \simeq 1.4$ であり、したがって断熱性は、優秀になる前の最初の一、二回の振動についてはぎりぎりである (以後 $\dot{m}/m^2 \propto t^{-1}$)。これが誘起する $\mathcal{O}(1)$ の過渡こそ、瞬間的振動開始の見積もりが省き、第 V 部の直接積分が解決するものである: それは見積もり 0.090 と規格化 0.135 との間の因子 1.49 である。

完全を期して、「換金する」の段階で用いられる二つの宇宙誌的定数を、引用ではなく評価して示す: 今日のエントロピー密度は

$$s_0 = \frac{2\pi^2}{45} g_{*s,0} T_0^3 = 0.4386 \times 3.91 \times (2.349 \times 10^{-4} \text{ eV})^3 = 2.22 \times 10^{-11} \text{ eV}^3 = 2891 \text{ cm}^{-3},$$

であり、ここで $1 \text{ eV}^3 = 1.302 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ を用いた; また臨界密度の単位は $\rho_{\text{crit}}/h^2 = 1.0537 \times 10^{-5} \text{ GeV cm}^{-3}$ である。両者の比 $2.744 \times 10^8 \text{ GeV}^{-1}$ が、初期宇宙の帳簿付けと観測された Ωh^2 との間の唯一の換算因子である。

換金する。 今日、各量子はその完全なゼロ温度質量の価値を持つ:

$$\rho_{K,0} = m_K(0) n_{\text{osc}} \frac{s_0}{s_{\text{osc}}} = \frac{1}{2} m_K(0) m_K(T_{\text{osc}}) f_K^2 \theta_i^2 \frac{g_{*s,0} T_0^3}{g_{*s}(T_{\text{osc}}) T_{\text{osc}}^3}. \quad (15.5)$$

スケーリング、見通しよく。 $m_K(T_{\text{osc}}) = 3H(T_{\text{osc}}) \propto T_{\text{osc}}^2$ と、(13.3) からの開始解 $T_{\text{osc}} \propto m_K(0)^{1/(b+2)}$ を (15.5) に代入する:

$$\rho_{K,0} \propto m_K(0) f_K^2 \theta_i^2 T_{\text{osc}}^{-1} \propto m_K(0)^{\frac{b+1}{b+2}} f_K^2 \theta_i^2 \propto \theta_i^2 f_K^{\frac{b+3}{b+2}}, \quad (15.6)$$

ここで最後の段階では (14.2) のフレーム不変な関係 $m_K(0) \propto 1/f_K$ を用いた。格子の指数 $b = 4.08$ に対して、これは $(b+3)/(b+2) = 7.08/6.08 = 1.165$ を与える — 名高い $7/6$ に近い幕であり、ここでは引用されたのではなく導出されたものである。開始を貫く運動方程式の直接数値積分によって規格化を復元すると (第 V 部。そこでは比較のために瞬間開始の見積もりも示されている)、マスター公式が得られる。

$$\Omega_K h^2 \simeq 0.135 \theta_i^2 \left(\frac{f_K}{10^{12} \text{ GeV}} \right)^{1.165}. \quad (15.7)$$

(本シリーズが担うミスアライメント規格化は一つである: GG-A10-Cosmos はそのミスアライメント方程式において同じ積分値を印字しており、第 25.5 節は二つの論文がなお異なる唯一の点を記録している。)

奇妙な指数の物理的描像。 なぜ、蓄えられたエネルギー (15.3) が示唆するであろう f_K^2 ではなく $f_K^{1.165}$ なのか。より大きな f_K はより軽い場を意味し、その場はより遅く手を放す (T_{osc} がより低い) ため、宇宙にはそれを希釈するエントロピーがより少なくしか残っていない — しかし同時に、各量子はより小さい開始質量で蓄えられる。「より遅い解放」と「より安価な量子」との競合が、素朴な

f_K^2 を $T_{\text{osc}}^{-1} \propto f_K^{1/(b+2)} \cdot (\dots)$ の分だけ削り、 $(b+3)/(b+2)$ に落ち着かせる。この段落を再現できる読者は、ミスアライメント機構を自分のものになっている。

15.3 クロージャー: π チャートからミスアライメント角へ

ここで、この計画に固有の向きに論理を走らせる。較正の約束を採用すれば、式 (15.7) に残る未知量は一つである: 崩壊定数を較正されたベンチマーク $f_K = 7.1 \times 10^{11}$ GeV (14.1) に置き、指数を格子 QCD で固定し、目標を導出されたチャート (15.2) で固定する — これは $h = 0.674$ をもって $\omega = \Omega_{\text{DM}} h^2$ に変換される — すなわち GG-A10-Cosmos の二段階ハッブル回廊と共有される Planck フィットの CMB ブランチの約束、つまり目録を導出したのと同じシリーズに由来する約束である — とき、まだ固定されていない唯一の量は初期変位 θ_i である。 $\Omega_K h^2$ を π ロックされた値 $\Omega_{\text{DM}} h^2 = 0.1215$ (表 7) に等しいと置き、角度について解くと:

$$\theta_i \simeq 1.22 \text{ rad (harmonic)}, \quad \theta_i = 1.18 \pm 0.04 \text{ rad (完全な余弦、表化された } \chi_{\text{QCD}}(T)). \quad (15.8)$$

いずれの数値も、表化された状態方程式と感受率の上での第 25 節の積分から読み取られており、第一のものは調和的な復元力を、第二のものは完全な余弦を用いている; 閉じた形の見積もり (25.2) は記録の計算ではなく、そのうち第一のものに対して 1.16 を返す。推論の向きは、過剰な主張なしに述べられなければならない。存在量が自由な f_K をフィットするために用いられたのではない; しかし幾何が f_K を与えたのでもない。バルクの規格化は、キャップ梯子のベンチマーク段が典型的な角度で目録を飽和させるように較正されており、上に印字された角度はその典型値を読み戻したものである。クロージャーが確立するのは無矛盾性の言明である — ベンチマーク線と π ロックされた目録とは、調整されていない角度において両立する — そして確立しないのは、整数からの周波数の導出である。 $\theta_i \simeq 1.18 \text{ rad}$ では余弦ポテンシャルは緩やかに非調和的である; 積分は完全な余弦を担っており、それが同じ表の上で調和的な力に対して角度を 4.0% 下げる。

誠実さは、荷重を担う仮定を名指すことを要求する: コンパクト角の凝縮体が (15.2) の唯一の飽和者であるという仮定である — 第二の成分もなく、初期の崩壊もなく、それを希釈する後期のエントロピー注入もない。その仮定は GG-A10-Cosmos のミスアライメント完全性予想であり、ここではそれが名付けられた予想であるままに担われている: 第 V 部はその不確かさを伝播させ、第 XI 部はそれを閉じうるものが何かを述べる。予想の内側では対応は単純である: 離散的な窓の各段はそれぞれ固有のクロージャー角を担い、記録の計算を段ごとに積分すると、 $\Xi_{\text{cap}} = 35$ で $\theta_i \simeq 1.05 \text{ rad}$ 、ベンチマークの $\Xi_{\text{cap}} = 43$ で 1.18、 $\Xi_{\text{cap}} = 47$ で 1.23 が得られる — どの段も典型的である — したがってクロージャーはいかなる段をも不利にせず、また同様にいかなる段をも選べない。

15.4 凝縮体が残りの宇宙論に対して行うこと

三つの無矛盾性チェックが本節を閉じる。いずれも安価であり、いずれも通過する。放射収支: BBN 温度において、 $T \simeq 1 \text{ GeV}$ から振動している凝縮体は $\rho_K/\rho_{\text{rad}} \simeq 6 \times 10^{-7}$ を担う (表 8) — カクシオンは N_{eff} も軽元素の生成量も乱さない; 開始以前には、その凍結されたエネルギーはさらに小さい。等密度: $t \sim \mu\text{s}$ 以降 a^{-3} でスケールし、今日の分け前が (15.2) である成分は、標準的な物質-放射の等密度を $z_{\text{eq}} \simeq 3400$ で再現する; カクシオンは GG-A10-Cosmos がすでに合わせた線形成長の歴史において何も変えない。位相空間: 凝縮体はボース的かつ古典的である (第 16 節); トレメ

イン-ガン型の限界は一切適用されず、マイクロ eV の占有数はいかなる縮退の障害にも直面しない — 同じ位相空間の議論が禁じる軽いフェルミオンの暗黒物質とは、鋭い対照をなす。

16 カクシオンが冷たい理由

「冷たい」は Λ CDM の荷重を担う形容詞であり、 μeV 質量の粒子は、主張ではなく明示的な証明に値する仕方です。三つの独立な計算 — 圧力、速度、波長 — は、いずれも同じ判定を返す。

16.1 圧力: 振動する凝縮体はダストである

一様に振動する場に対して、エネルギー密度と圧力は

$$\rho_K = \frac{1}{2}\dot{a}_K^2 + V(a_K), \quad p_K = \frac{1}{2}\dot{a}_K^2 - V(a_K). \quad (16.1)$$

である。ひとたび $m_K \gg H$ となれば、振動は膨張に比べて速く、(実効的に二次の) ポテンシャルに対するビリアル定理は周期平均を $\langle \frac{1}{2}\dot{a}_K^2 \rangle = \langle V \rangle$ と等置する。したがって

$$\langle p_K \rangle = 0 \quad \implies \quad \langle w \rangle = 0 : \quad (16.2)$$

凝縮体は、振動周期（今日では 10^{-8} s — あらゆる宇宙論的な時間尺度がこれに該当する）より長い任意の時間尺度において、圧力のないダストである。同値に、(16.2) を連続の式 $\dot{\rho} = -3H(\rho + p)$ に代入すると $\rho_K \propto R^{-3}$ が得られ、これは (15.4) ですでに用いた物質の赤方偏移則である。瞬間的な状態方程式は $2\nu_K$ で +1 と -1 との間を激しく振動する; 宇宙論が見るのは、常にその平均だけである。

16.2 速度: 宇宙で最も冷たい物質

熱的な残存物は自らの熱浴の温度を覚えている。凝縮体には覚えるべき熱浴がない; その運動量の広がり、開始時にこの問題に存在する唯一のスケール — 地平線 — によって抑えられる。単一パッチの歴史の下では、場は断熱的な摂動を除いて一様であるから、開始時の勾配が担う運動量は高々 $p_{\text{osc}} \sim H_{\text{osc}}$ であり、それは以後 $1/R$ で赤方偏移する:

$$p_0 \sim H_{\text{osc}} \frac{R_{\text{osc}}}{R_0} = H_{\text{osc}} \frac{T_0}{T_{\text{osc}}} \left(\frac{g_{*,0}}{g_{*,\text{osc}}} \right)^{1/3} \simeq (1.2 \times 10^{-18} \text{ GeV}) \times (8.9 \times 10^{-14}) \simeq 1.0 \times 10^{-22} \text{ eV}, \quad (16.3)$$

ここでは (13.4) の開始値を用いた。したがって今日の原始的な速度分散は

$$v_{\text{prim}} = \frac{p_0}{m_K} \sim 1 \times 10^{-17} \simeq 4 \times 10^{-9} \text{ m/s} : \quad (16.4)$$

毎秒数ナノメートルである。比較のために言えば、100-GeV の WIMP は $v \sim 0.3$ で脱結合し、今日では $\sim 10^{-12}$ まで冷える; keV の温かい暗黒物質フェルミオンは $v \sim 10^{-8}$ を保つ; カクシオンは温かいベンチマークのさらに 10 桁下に位置する。もちろん、銀河への落ち込みはその後、局所的な凝縮体にビリアル速度 $v_{\text{vir}} \sim 10^{-3}$ を与える — しかしその速度は重力的であり、あらゆる冷たい種に

対して同一であって、生成機構の記憶を何も担わない。内在的には、カクシオンは初期宇宙が製造する最も冷たい物質である。

構造に対する対応する自由流動の損傷はゼロである。共動の自由流動長は等密度前後の時代に支配され、 $v_{\text{eq}} = v_{\text{prim}}(1 + z_{\text{eq}}) \simeq 4 \times 10^{-14}$ をもって $\lambda_{\text{fs}} \sim v_{\text{eq}}(ct_{\text{eq}})(1 + z_{\text{eq}})$ となり、 $\lambda_{\text{fs}} \sim 10^{-6}$ pc を与える — 太陽系より小さく、温かい暗黒物質が制限を受ける矮小銀河のスケールより 9 桁下である。 ΛCDM が予言するあらゆる構造を、カクシオンも予言する。

16.3 波長: ファジーな波ではなく、冷たい波

軽いボソンはある問いを招く: その波動性は構造を滑らかにするのか。ビリアル化したハロー ($v \sim 10^{-3}$) におけるド・ブロイ波長は

$$\lambda_{\text{dB}} = \frac{2\pi}{m_K v} \simeq 154 \text{ m}, \quad (16.5)$$

であり、銀河中心核のキロパーセク・スケールより 17 桁下である。対照をなすクラスはファジー暗黒物質 (Hu, Barkana, & Gruzinov, 2000) であり、それは質量を 10^{-22} eV まで押し下げることによってのみ kpc スケールの波動効果を達成する — カクシオンより 17 桁下である。波の圧力 (量子圧) による抑制スケール $k_J \sim \sqrt{m_K H}$ は、それに対応して、観測可能なあらゆる宇宙論的波数のあるか彼方にある。カクシオンは波であるが、短い波である: 各ド・ブロイ体積の内側に、それは

$$\mathcal{N}_{\text{occ}} = \frac{\rho_{\text{loc}}}{m_K} \lambda_{\text{dB}}^3 \simeq 2.0 \times 10^{26} \quad (16.6)$$

個の量子を詰め込む — 見事に古典的な場であり、それはまさに共鳴型の検出器が求めるものであって (第 17 節)、それでいてキロパーセクの構造を消し去る能力はまったく持たない。一言で言えば: カクシオンは、通常の冷たい暗黒物質が試されるあらゆる場所では通常の冷たい暗黒物質として振る舞い、コヒーレントな波として振る舞うのは、それに気づくために作られた装置の内側においてのみである。

16.4 凝縮体の日誌: 宇宙史を通じた振幅

第 13.2 節のベッセル包絡線に数の保存を加えれば、各時代におけるダイアルの角度を書き下すことができる — 各項目が既知の物理の一時代に対する独立な無矛盾性チェックであるがゆえに、記す価値のある日誌である:

$$\theta(T) = \frac{\sqrt{2\rho_K(T)}}{m_K f_K}, \quad \rho_K(T) = m_K \left(\frac{n}{s}\right) s(T), \quad \frac{n}{s} = 5.5 \times 10^4 \text{ (クロージャの値)}. \quad (16.7)$$

表 8 は (16.7) を宇宙史にわたって評価する — 開始時から、QCD 時代と再結合を経て、今日に至るまでのダイアルの振幅である — そして、現在の振動を微小かつ完全にコヒーレントなものにしている、ほぼ 19 桁にわたる静かな減衰を示す。

表 8: 歴史を通じたダイアルの振れ幅（最終行は局所ハローの値）。四つの時代について、それぞれの温度、そこでの振れ幅、そしてその振幅がその時代の物理にとって何を意味するかを示す。本表は、提起される前に一つの反論に答えている：1 程度の角度から出発する場は何かを乱すと予想されるかもしれないが、最終列は各段階においてそれが乱さない理由を述べる。最終行は局所ハローの値であり、これこそ地球上の実験が実際に見るものである。

時代	T	θ	既知の物理との照合
開始	1.0 GeV	1.1 (θ_i ; 日誌の式は T_{QCD} より下で適用される)	蓄えられたエネルギー $\ll$ 放射: 膨張の歴史への擾乱なし
BBN	1 MeV	3.6×10^{-7}	$\rho_K/\rho_{\text{rad}} \sim 6 \times 10^{-7}$: 軽元素の生成量は手つかず
等密度	0.80 eV	1.5×10^{-16}	定義により $\rho_m = \rho_{\text{rad}}$ 、 $\rho_K = 0.84 \rho_{\text{rad}}$: 標準的な $z_{\text{eq}} = 3400$
今日（ハロー）	—	4.6×10^{-19}	第 VII 部のハロースコープの目標振幅

この日誌は 19 桁のデクレッシェンドとして読まれ、その教訓は検出の問題を一行で言い表す：かつて 1.1 ラジアン傾いていたのと同じ場が、いまや半アトラジアンで囁いており、その囁きこそが、130 億年下流の実験室に届きうるもののすべてであった。デクレッシェンドについて調整可能なものは何一つない；それは式 (13.6) に時代ごとに適用されたハッブル摩擦である。

16.5 波の圧力を定量化する：ジーンズ・スケール

波動効果は無関係であるという定性的な言明は、それにふさわしい式を与えられるべきである。コヒーレントな凝縮体の線形摂動は、実効的でスケールに依存する音速 $c_s^2 = k^2/(4m_K^2 R^2)$ — 量子圧である — を持つ流体方程式に従い、この音速はジーンズ波数において重力と釣り合う。

$$\frac{k_J}{R} = (16\pi G \bar{\rho} m_K^2)^{1/4}. \quad (16.8)$$

今日、平均暗黒物質密度 ($\bar{\rho} = 9.8 \times 10^{-48} \text{ GeV}^4$, $G = 6.71 \times 10^{-39} \text{ GeV}^{-2}$) のもとで、物理質量 $m_K = 8.1 \mu\text{eV}$ において評価すると: $16\pi G \bar{\rho} m_K^2 = 2.2 \times 10^{-112} \text{ GeV}^4$ であり、したがって $k_J/R = 1.2 \times 10^{-28} \text{ GeV}$ となって

$$\lambda_J = \frac{2\pi R}{k_J} \simeq 1.0 \times 10^{13} \text{ m} \simeq 3 \times 10^{-4} \text{ pc} : \quad (16.9)$$

波の圧力が構造を滑らかにするのは、ミリパーセクの三分の一 ($\sim 60 \text{ AU}$) より下である — 太陽系のスケールであり、最小の銀河より 6 桁下である。同じ式を $m = 10^{-22} \text{ eV}$ で走らせれば、 λ_J は $(m_K/10^{-22} \text{ eV})^{1/2} \sim 3 \times 10^8$ の分だけ膨れ上がり、数十キロパーセクの領域に入る — それがファジー暗黒物質の現象論の内容のすべてであり、カクシオンがそれではないという正確な定量的意味である。一つの式、二つの領域、その間に横たわる 17 桁の質量。

16.6 判定

宇宙論的な時間尺度において圧力を持たない (式 16.2) ; 原始的な速度は $\sim 10^{-17}$ の水準にある (式 16.4) ; 自由流動はマイクロパーセクの水準; 波の圧力はミリパーセクの三分の一より下; ド・ブローイ波長は ~ 150 m. 構造形成の文献にあるあらゆる操作的な定義によって、カクシオンは冷たく、いかなる熱的候補がなりうるよりも冷たい。「冷たい暗黒物質」における形容詞は、今回ばかりは希望ではなく定理である。

17 物質との相互作用

17.1 ポータル一覧、先取り

第 V 部は結合を導出する; 本節が必要とするのはその構造だけである。カクシオンのあらゆる相互作用は BI-6 台帳から GG-A5-GDOS のアノマリー流入パッケージを経て降りてくる。したがって (i) f_K の一乗で抑制され、(ii) 台帳にロックされた比で現れる:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} \supset \frac{\alpha_s}{8\pi} \frac{a_K}{f_K} G\tilde{G} + \frac{g_{K\gamma\gamma}}{4} a_K F\tilde{F} + \frac{\partial_\mu a_K}{2f_K} (C_p \bar{p}\gamma^\mu\gamma_5 p + C_e \bar{e}\gamma^\mu\gamma_5 e). \quad (17.1)$$

四つのチャンネル、一つの台帳: グルーオンの (質量を作るチャンネル)、電磁的 (ハロスコープのチャンネル)、核子スピン (NMR のチャンネル)、そして電子スピン (マグノンのチャンネル); 台帳のバリオンの項目はアノマリーの水準では実在するが、 M_{lock} より下ではいかなるチャンネルも開かない (第 VI 部)。重力は普遍的かつ非抑制であり、第五のチャンネルであって、天文学が終始読み取ってきたものである。

17.2 なぜあらゆる反跳実験は盲目なのか

WIMP 時代の偉大な直接検出計画 — キセノン時間投影箱、極低温結晶 — は、構造的にカクシオンを見ることができない。独立な二つの理由があり、そのいずれもが単独で致命的である。

運動学。ハローのカクシオンが担う運動エネルギーは

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_K v^2 \simeq 4 \times 10^{-12} \text{ eV}, \quad (17.2)$$

であり、反跳検出器の $\sim \text{keV}$ 閾値より十四桁下である。検出すべき反跳は存在しない: 原子核との弾性的な「衝突」が移す運動量は $\sim m_K v$ であり、zeptometre 規模の速度キックにも満たない量だけ核を変位させるにすぎない。

力学。運動学を措くとしても、粒子あたりの断面積は $g^2 \sim 1/f_K^2 \sim 2 \times 10^{-24} \text{ GeV}^{-2}$ にさらなる位相空間抑制を掛けた大きさである — 宇宙論的な安定性を保証するのと同じ $1/f_K$ が、量子あたりの不可視性を保証する。

17.3 それでもなぜ共鳴変換は働くのか

救いは (16.6) で計算した古典性である。検出器は量子を一つずつ捕らえる必要はない; 装置全体にわたって ($\lambda_{\text{dB}} \gg$ 任意の空洞)、また時間的には $Q_a \sim v^{-2} \sim 10^6$ 回の振動にわたってコヒーレントな古典場の振幅に結合することができる。静磁場 B_0 の中では、(17.1) の電磁ポータルが、振動す

る $a_K(t) = \theta_0 f_K \cos(m_K t)$ を、ちょうど $\nu_K = m_K/2\pi$ における振動する電磁源へと変換する; ν_K に同調した空洞はその駆動をコヒーレントに積算し、信号電力は $g^2 \rho_{\text{loc}}/m_K \times B_0^2 V Q$ に比例する — 密度に線形であって、波動関数の重なりで二次ではない。コヒーレンスは、絶望的な粒子あたりの問題を、単に英雄的なだけの無線工学の問題へと変える。単一のトーンはこの同じ搬送波に乗る: 第 VII 部のハロスコープは 10^{-19} ラジアン/秒の鐘に同調した無線機であり、その鐘は囲われた帯域の中で一つの音高で鳴る。

17.4 第 III 部が確立したこと

カクシオンは、真空を選ぶのと同じランタイムによって $\mathcal{O}(1)$ の角度に変位した状態で生まれる (第 12–13 節); $t \simeq 0.3 \mu\text{s}$ で振動を始め、以後は塵として赤方偏移する; 崩壊定数をその較正されたベンチマークに置いたうえで (第 14 節)、導出条件付きの目標 $\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/(2\pi^2)$ を飽和させることを要求すると、ミスアライメント角 $\theta_i \simeq 1.1 \text{ rad}$ が返る (第 15 節); 圧力によっても、速度によっても、波長によっても、冷たいことが証明できる (第 16 節); そして物質に触れるのは、台帳にロックされ $1/f_K$ で抑制されたポータルを通じてのみであり、それが検出戦略として共鳴変換を選び出す (本節)。第 IV 部はこの候補を競合者たちの中に位置づける; 第 V 部は幾何を質量と結合へと変換する。

18 第 III 部を平たく言えば: 暗黒物質はどこから来たのか、一連の出来事の鎖として

宇宙論は、軽い場が好奇の対象であることをやめて暗黒物質になり始める場所であり、ここでの説明は、名前の付いた分岐点を一つだけ持つ単一の鎖である — インフレーションを通じて角度が静止して保たれていたかどうかであり、本論文はそれを仮定し、そう名指す。

初期宇宙がロック交差まで冷えると、コンパクト角の場は何らかの角度に座ったまま解放される — ポテンシャルの底にではない。インフレーションを通じて場を保持していたものが、そこでは底から変位していたからである。場はそれからその場所にとどまる。膨張が場の応答し得るより速いからである。膨張率が場の質量まで落ちると、場は振動を始め、コヒーレントに振動するスカラーは冷たい物質とちょうど同じように希釈される。凍結された変位であったものが非相対論的な物質の密度となり、以来それは物質として希釈され続けている。

この鎖が必要とする数は一、場が出発した角度である。それはここで導出されるものではなく、本論文はそのことを平たく述べる: それは逆向きに、結果として得られる存在量が測定された値に一致することを要求することによって定められる。それが一つの入力であり、この部の正直な記述は、一つの観測 — 暗黒物質がどれだけあるか — を、場がどこから出発したかについての言明へと変換し、幾何が供給していない唯一のスケールを較正する、というものである。鎖の残りはすべて、幾何と標準的な宇宙論とによって定まる。

この部が場そのものを超えて持ち出すものは一つだけであり、それは名指され、殺し得る: インフレーションの間に角度を保持し、今日では消え去っているポテンシャルである。他に新しい種はなく、ロック交差より下に新しい相互作用もない。暗黒物質とは、すでに要求されていた場が、それに行える唯一のことをしている姿である。

第 IV 部 文脈

候補たちの中のカクシオンと、その天体物理学的な到達範囲

この部はカクシオンをこの分野の候補たちの中に位置づけ、枠組みが支持する最も強い主張を平たく述べる。我々は四つの段階で進む。まず候補のランドスケープ (第 19 節) : 2026 年時点における主要な候補すべての経験的な状況 — 地面は決定的に動き、そのすべての動きはヌルであった — と、正直な選好が拠って立つ構造的な比較である。次に憲法的な評決 (第 20 節) : GG-Theory の内部では、カクシオンは単に最良の候補であるにとどまらず唯一許容される候補であり、必要かつ十分であって、あらゆる競合は理論が別の理由で採用した条項によって排除される、というものである。次に天体物理学的な到達範囲を二つの部分に分けて — JWST 時代における早期の大質量構造 (第 21 節) と、カスプ-コア問題 (第 22 節) である。最後に、この部が確立したことの要約である (第 22.9 節)。

19 候補のランドスケープ: 経験的な状況と構造的な比較

いかなる候補についても、正直な立論は二つの読みに依拠しており、評決を下す前に我々はその両方を与える: 各候補が実験室と空において実際にどこに立っているか (経験的な状況)、そして、その存在が強制されているか、質量が予言されているか、存在量が導出されているか (構造的な比較) である。

19.1 2026 年時点での経験的な状況

我々はまず各候補がどこに立っているかを記録する。ここ数年が決定的であり — しかも前の十年の先頭走者たちにとっては一様に否定的であった — からである。

ニュートリノ霧と LHC のあいだで締め上げられた WIMP。弱く相互作用する重い粒子は、「WIMP の奇跡」 — 弱スケールの対消滅断面積が観測された存在量の近くで凍結すること — の力によって、三十年にわたり探索を支配した。トン規模のキセノン計画はいまや、スピン非依存の WIMP-核子断面積を、信号のないまま世界最高の限界へと押し下げた: LUX-ZEPLIN (LZ) は 40 GeV 付近で $\sigma_{SI} \lesssim 2 \times 10^{-48} \text{ cm}^2$ を排除し、9 GeV より上に WIMP を見出さず (LZ Collaboration, 2024)、XENONnT と PandaX-4T が小さな因子の範囲内でこれを裏付けている (XENON Collaboration, 2023; PandaX Collaboration, 2024)。二つの天井がいま同時にこの候補を閉じつつある。下からは、XENONnT と PandaX-4T が太陽の ^8B ニュートリノを登録し始めた — キセノン反跳検出器が識別能力を失う、還元不能な「ニュートリノ霧」の始まりである。上からは、WIMP の自然な紫外側の住処である弱スケールの超対称性が、LHC によってグルイーノおよび第一世代スクォークの質量 $\gtrsim 2 \text{ TeV}$ 、ストップ $\gtrsim 1.3 \text{ TeV}$ 、エレクトロウィーク $\sim 1 \text{ TeV}$ まで排除され、超対称パートナーは一つも見つかっていない (ATLAS & CMS Collaborations, 2024)。熱的 WIMP はあらゆる隅にお

いて反証されたわけではない — 圧縮されたスペクトルと pMSSM のスペクトルは生き残る — が、その奇跡は存在量の一致と紫外完備化の双方を失った。

アクシオンと、より広い ALP 族。 WIMP のヌルが残した開口を通して、アクシオンは代替案から先頭走者へと移った。QCD アクシオンは強い CP を解決し、冷たい暗黒物質の候補であって、自発的に破れたペッチェイ-クイン対称性の擬ゴールドストーン粒子である；その質量と光子結合は一本の線の上に乗るが、崩壊定数 — したがって質量 — はおよそ十桁にわたって自由であり、ハロスコープ計画 (ADMX, CAPP, HAYSTAC) はここ数年になってようやく、狭い帯域で DFSZ 深さに触れ始めたところである。一般のアクシオン様粒子 (ALP) は QCD 線すら緩める: (m, g) は制約されず、最大限に柔軟で最小限にしか反証できない選択肢であり、この分野の帰無仮説である。

ステライル・ニュートリノと 3.5 keV 線。 混合によって生成される keV スケールのゲージ重項 (「ステライル」) ニュートリノは、温かい暗黒物質の先頭走者であり、銀河団からの正体不明の 3.5 keV X 線輝線は 7 keV 状態の崩壊として読まれた。より深い観測は優しくなかった: この輝線の暗黒物質起源はいまや広く支持されておらず (ブランクスカイと矮小銀河における非検出、もっともらしい原子的な説明)、温かい暗黒物質は小スケール構造との緊張を強めている; 実験室での混合は KATRIN/TRISTAN によって探られている (Boyarsky et al., 2019)。

超軽量 (ファジー) 暗黒物質。 キロパーセクのド・ブロイ波長を持つ質量 $\sim 10^{-22}$ eV の擬スカラーは、銀河のコアを和らげるために持ち出された。ライマン- α の森はいまや $m \lesssim 2 \times 10^{-20}$ eV を排除し、標準的な窓をおよそ二桁分閉じた; いくつかの矮小銀河の解析はなお $\sim 1.5 \times 10^{-22}$ eV を支持するが、緊張は深刻である (Hu, Barkana, & Gruzinov, 2000; Rogers & Peiris, 2021)。

原始ブラックホール。 原始ブラックホールが暗黒物質のすべてであり得るためには、小惑星質量の窓 $\sim 10^{17}-10^{22}$ g だけが開いたまま残されている; 他のあらゆる質量は、レンズ効果、蒸発、力学的な限界によって数パーセント以下に制約されている (Green & Kavanagh, 2021)。開いている窓でさえ、そもそもブラックホールを形成するために、調整され増幅された原始パワースペクトルを必要とする。

自己相互作用および隠れたセクターの候補。 自己相互作用暗黒物質 (SIDM) は、速度依存の、調整された σ/m によってコアの問題に対処する; 運動学的に混合した暗黒光子、SIMP、非対称暗黒物質は、それぞれ独自の結合を持つ新しいセクターを付け加える。いずれも質量を予言しない; いずれも存在量を予言しない; いずれもパラメータを取り除くのではなく付け加える。

経験的な総括。 四十年にわたる壮麗な実験は、パラメータ空間の広大な領域を排除したが、粒子を同定することはなかった。その結果としてこの分野は、五十年で最も広い問い — それはどこにあるのかではなく、それは何であるのか — へ、そして、いずれも強制されておらず、質量を予言せず、存在量を導出しない候補たちのランドスケープへと戻ってきた。それが、構造的な比較を、そして次に憲法的な評決を読むべき背景である。

19.2 構造的な比較

カクシオンは混み合った分野で競っており、比較が最も正直であるのは、趣味にではなく構造的な問いに基づいてなされるときである：その候補の存在は強制されているのか、それとも選ばれたのか。その質量は予言されているか。その存在量は導出されているのか、それともフィットされているのか。独立な問題を解くか。検出はそれを同定できるか。

WIMP。 安定な弱スケールの粒子であり、弱スケールの対消滅断面積がおおよそ観測された存在量で凍結するという優美な一致に動機づけられている。しかしその存在は要請されたものであり、その質量は数桁にわたり、その存在量の一致は $\sigma_{SI} \lesssim 10^{-47} \text{ cm}^2$ に至るヌル結果によって侵食され、そして検出が同定するのは一つの質量と一つの断面積 — いかなる理論も事前に留めなかった二つの数 — であろう。

QCD アクシオン、KSVZ と DFSZ。 最も近い親戚であり、最も重要な比較である。どちらもカクシオンと同様に強い CP を解決する；どちらもカクシオンと同様に冷たいミスアライメント凝縮である。しかしどちらにおいても、ペッチェイ-クイン対称性は手で導入され、崩壊定数 — したがって質量 — は 10^{-12} – 10^{-2} eV にわたる自由なパラメータであり、初期ミスアライメント角は走査され、重力的な破れに対する大域的対称性の品質は認められた開いた傷である。カクシオンはその美点を共有しつつ、あらゆる項目において異なる：場は強制されており (T-Kaxion-1)、シフト対称性はゲージによって保護され（品質問題はない）、崩壊定数のベンチマークは π にロックされた目録を通じて一度だけ較正されて角度は一般的な値として読み戻され、その周りの梯子はアンザッツによって整数から読まれ、そして — $E/N = 8/3$ であるから — 光子結合はちょうど DFSZ 線の上に落ちる。操作的には：カクシオンとは、DFSZ アクシオンの自由なパラメータのひとつひとつが定理、宣言された較正、あるいは囲われた予想によって置き換えられたときに、それがなるものである。加えて、DFSZ が持たない二つの指紋を持つ。

一般の ALP。 制約されない (m, g) を持つアクシオン様粒子は、ハロスコープ分野の帰無仮説である — 最大限に柔軟で、最小限にしか反証できない。カクシオンはその対極である：印を付けたベンチマークを持つ一つの実験室の窓、一つの結合、一つの本数。

四次元で構築された、ゲージ化バリオン数の競合。 一つの比較はスコアカードの一行以上に値する。それが本論文自身の構造的な問い — バリオン数をゲージ化する代償は何か — に答える唯一の競合であり、しかもそれに正統なやり方で答えるからである。Benakli, Goodsell, Goudeau (Benakli et al., 2026) は、 $\tilde{B}|_{\text{SM}} = B$ を厳密に満たす形で四次元において $U(1)_B$ をゲージ化し、結果として生じるアノマリーをカイラル・フェルミオンの隔離されたセクターを付け加えることで打ち消し、バリオンのベクトルには走査された破れのスケールにおけるヒッグス機構によって質量を与える。このコホートの構成は、同じアノマリーを BI-6 流入によって打ち消し、物質を一切付け加えず、許容されるクラスのディリクレ条項によってゼロモードを除去する (GG-A3-BI6 C9; GG-A9-SM)。これらは一つの無矛盾性の要求に対する、数学的に正当な二つの答えであり、実験的に区別可能である。物質を付け加える道は必然的に数 TeV 領域をカラーと電荷を持つエキゾチックで満たし、流入の道は必然的にそうしないからである。

彼らの論文の最も引用に値する構造的な知見は、ここで最も強く効くものであり、それは我々のものではなく彼らのものである：アノマリーの相殺は安く、実行可能性は高くつく。アノマリー方程式は多くの解を許す；実際にモデルを定めるのは、エキゾチックが崩壊しなければならないこと、カラーを持つ残存粒子が安定であってはならないこと、暗黒物質が離散的なパリティを必要とすること、そして結合が高いスケールで収束すべきであることである。それらの要求を満たすことは、隔離されたセクター、拡大されたスカラー・ポテンシャル、そして残存量の計算において実際に働く軽い擬スカラーを強制する。要するに、無矛盾性は装置一式を引きずり込む。コホートは同じ無矛盾性の代金を、別の理由ですでに存在している一つのトポロジカル項で支払う — これは GG-A3-BI6 の設計論法が、他人の構成によって述べられたものである。

本論文にとって判別子は暗黒セクターであり、それは比較全体の中で最も清明である。彼らの候補は隔離されたセクターの 0.1–1 TeV にあるマヨラナ状態であり、残存量は軽い擬スカラーへの対消滅、共対消滅、あるいは W^+W^- への対消滅によって定まり、それは直接検出によって検証可能である。我々の候補は $8.1 \mu\text{eV}$ にあるコンパクト角の擬スカラーである。一つの問いに対する二つの答えが、暗黒物質を十六桁から十七桁隔たった場所に置く。バリオンのベクトルを通じて結合した TeV スケールの状態による原子核反跳は、彼らのクラスの証拠となるであろうがここでは生成し得ない；(36.1) の内側にあり、DFSZ アドレスに単独で立つハロスコープの線は、こちらのクラスの証拠となるであろうが、あちらには対応物がない。どちらの実験も二つの完備化のあいだを一挙に判別し、それはほとんどの暗黒物質の比較が言える以上のことである。

二つの但し書きがこの比較を正直に保つ。第一に、彼らの非統一のベンチマークの一つはバリオンの Z' を 3.85 TeV に置く — これは印字された桁までの P1-KK のロックされた質量である (P1-KK がこの配置を述べるのは、継ぎ目の運動項が消えること、 $\rho_K = 0$ を前提としてである；GG-A3-BI6 が O15 として登録する大きさの継ぎ目項があれば、クラスター全体は ~ 22 TeV へ移動するであろう)。それは走査の出力が偶然に我々の数の上に着地したものであり、それはお膳立てであって、決して証拠ではない：それが買うのは清明な一騎打ちである。等質量では結合の二乗比は $(0.565/0.0275)^2 \approx 420$ である — この 0.565 は GG-A3-BI6 が導出する値である (T-BI6-6.4) — が、結合比はレートではなく、ここではまったくレートではない：境界条件による終端のもとで、コホートのバリオンのベクトルは、端点に局在したクォークが樹木レベルでは生成しないディリクレ・モードであり — クォークの深さは GG-A9-SM のカスケード深さ補題において未解決であり、そのため我々の側の樹木レベルのダイジェット率はゼロというよりも印字されない — 我々の側には彼らのものと対置すべきダイジェット線が存在しない (Arisaka, 2026, P1-KK)。観測可能な判別子はパターンである — 彼らの孤立した、クォーク普遍的な線、その下にある暗黒セクターと、その上にあるアノマリーを打ち消すスペクトルの大部分に対して、コホートのロック質量におけるカラー八重項とその角度のパートナーたち、そしてどこにもエキゾチックがないこと。第二に、そして我々に不利な点として：彼らの存在は、ゲージ化されたバリオンの対称性が走査された結合をもって構築され得ることを証明している。したがって実験室が判別するのは、その結合の台帳の整数へのロックであって — バリオンのゲージ場の単なる存在では決してない。

ステライル・ニュートリノ、ファジー暗黒物質、SIDM、PBH。 keV のステライル・ニュートリノは温かい — その質量は位相空間の充填によって下から抑えられており (Tremaine & Gunn, 1979) — 小スケール構造との緊張は強まりつつある — そしてその 3.5 keV の候補線は、より深い観測を生き延びなかった。ファジー暗黒物質 ($m \sim 10^{-22}$ eV) は、高赤方偏移の観測がますます要求する小

スケールのパワーを抑制するという代償を払って kpc スケールのコアを買う（第 21 節）；十七桁重いカクシオンは、それらの制約を免れ、コアを放棄する。自己相互作用暗黒物質は同じコアを、調整された断面積によって扱う — ダイアルであり、そこでカクシオンは計算された無視できるポータルとカスプ的な予言（後述）を与える。原始ブラックホールは狭まりつつある質量窓の中でのみ生き残り、調整された原始スペクトルを要求する。四つのいずれも独立な素粒子物理の問題を解かない；いずれも自らの存在量を予言しない。表 9 は、いま提起した五つの構造的な問いに照らして競合候補とカクシオンを採点する；注目すべきパターンは列方向にある — すべての競合はダイアルを通じて失敗し、カクシオンの列にはそれが一つも含まれない。

表 9: 構造的スコアカード。「強制された」とは、その候補の存在が、他の理由で採用された枠組みの無矛盾性から従うことを意味する。列は現象論的な問いではなく構造的な問いを立てる：その候補は強制されているか、そのスケールは強制されているか、その初期条件は強制されているか、それは一本の線の上に乗るか、そして自らの質量と断面積を超える何かを予言するか。「いいえ」が並ぶ行は、その候補の物理に対する批判ではなく — それらのいくつかは優れた物理である — 各候補のどれだけが手で供給されねばならないかについての言明である。

候補	強制されるか	質量は予言されるか	存在量は導出されるか	強い CP か	同定の手がかり
WIMP	いいえ	いいえ	フリーズアウト（侵食された）	いいえ	(m, σ) を超えるものはなし
KSVZ/DFSZ アクシオン	いいえ	いいえ (f は自由)	いいえ (θ_i は自由)	はい	QCD 線の傾きのみ
一般の ALP	いいえ	いいえ	いいえ	いいえ	なし
ステライル ν	いいえ	いいえ	モデル依存	いいえ	X 線輝線
ファジー DM	いいえ	いいえ	いいえ	いいえ	コアの形態
SIDM	いいえ	いいえ	いいえ	いいえ	調整された σ/m
PBH	いいえ	窓	調整されたスペクトル	いいえ	重力レンズ
ゲージ化 B の隔離 WIMP (Benakli et al., 2026)	いいえ	いいえ (スキャン)	残存量のスキャン	いいえ	Z' + 隔離セクターのスペクトル
カクシオン	はい (T-Kaxion-1)	窓 (較正されたベンチマークの周りのアンザッツによる梯子)	目標を継承 (GG-A10-Cosmos、条件付き)；読み戻した角度で整合	はい (T-Kaxion-2)	囲われた窓 + DFSZ アドレス + 本数

最後の列こそ、本論文が最も気にかけるものである。他のどの項目も、検出されれば一つの論争を始めるであろう；カクシオンは、その窓の中で、DFSZ アドレスにおいて、単独で立って検出されれば — 一つの論争を終わらせるであろう。

20 GG-Theory の評決: 枠組みの内部では、カクシオンは必要かつ十分である

上記の比較は、この分野自身の土俵の上で行われた — 構造的な美点を候補ごとに秤にかけたのである。GG-Theory はより強い言明を許し、我々はそれを慎重に、その条件を明示したまま述べる: 枠組みの内部では、カクシオンは単に最良の候補であるのではない; それは唯一許容される候補である。競合するどの候補も憲法が禁じる材料を必要とし、憲法が供給する唯一の材料 — アノマリー・フリーダムによってすでに強制されている境界の擬スカラー — は必要であり (それは存在しなければならない)、かつ十分である (その唯一のスケールがそれに較正されれば、一般的なミスアライメント角において観測された存在量を担う)。これは明示的に条件付きの主張であり、枠組みが正しいことを条件とする; それは自然についてのモデル非依存な言明ではなく、我々はそれをそのようなものとして提示しない。それを述べる価値があるのは、枠組みが鋭く反証可能であり (第 VI-VIII 部)、したがってその条件が単に仮定されるのではなく決着させられうるからである。検証可能な命題として述べれば: もし GG-Theory が正しければ、その内部では WIMP、ペッチェイ・クイン・アクシオン、ステライル・ニュートリノ、ファジー暗黒物質、原始ブラックホールは構造的に排除される — それぞれ、理論が独立な理由で採用した条項によって — そしてカクシオンの窓を横断するハロスコープのヌルは、較正された配置、その梯子、および予想 $C\text{-Kaxion-}d$ を退役させる — カクシオンはそのとき、ピン止めされていない枝の $\gtrsim 6\text{ GHz}$ に負われるか、さもなくばその残存物はこのセクターのものではない — のであって枠組みを退役させるのではなく、本論文はそれ以外を主張しない。

20.1 必要: カクシオンは存在しなければならず、かつ十分でなければならない

二つの定理が評決の肯定的な半分を成す。

必要性。アノマリー・フリーダムはグリーン-シュワルツ二形式 B_2 を強制する (GG-A3-BI6); その境界双対は強制され、円のホロノミーが持ち上げられれば、それはこのセクターの唯一の軽く安定化された方向である: カクシオンである (T-Kaxion-1、定理 8.2)。この場合は暗黒物質の問いが提起される前に存在している — それは理論が含む最も新しくないセクターであって、理論への追加ではない。

十分性。 π ロックされた目録は目標 $\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/(2\pi^2)$ を定め、強制された場合は較正されたベンチマークにおいて一般的な角度でそれを飽和させるから (第 V 部)、それは暗黒物質の予算の全体を説明するのであって、その一部ではない。必要かつ十分である: 理論はカクシオンが存在することを必要とし、ひとたび存在すれば他に何も必要としない。

順序の規則。最大対称性・最小自由度 (MSMF、GG-A1-Constitution AX-4) は、これを探索の指示に変換する: すでに強制されたセクターが最初に調べられねばならず、新しいセクターは強制されたものが失敗した場合にのみ考慮されうる。第 III 部と第 V 部は、それが失敗しないことを示す。したがって探索はカクシオンで終わる; それは調整可能な何かへ向かう途上でカクシオンを通過するのではない。

20.2 排除: 各競合が必要とし、憲法が禁じるもの

評決の否定的な半分は候補ごとであり、いずれの場合も排除は好みではなく憲法上の条項である。

WIMP — 超対称パートナーはなく、余分な弱スケールの物質もない。熱的 WIMP は新しい安定な弱スケールの多重項を必要とし、それは一般には超対称パートナー（ニュートラリーノ）か、余分な電弱物質である。MSMF は、強制されたセクターが利用可能である間に場と連続パラメータを導入することを禁じる；境界の物質内容は GG-A9-SM によって固定されている；そして超対称性 — WIMP の紫外領域における住处 — は、憲法が認めない新しい状態の塔とソフト・パラメータによってスペクトルを二倍にする。超対称性が存在せず、WIMP になりうる余分な弱スケールの物質も存在しないがゆえに、WIMP は存在しない。

ペッチェイ・クイン・アクション — 残留する CP 問題はなく、PQ スカラーもない。QCD アクションはただ一つの理由のために存在する：大域的な $U(1)_{PQ}$ と、その位相がアクションであるような複素スカラーを付け加えることによって、強い CP を解くためである。GG-Theory はその必要性和手段の双方を取り除く。必要性について：強い CP はすでに扱われている — この系列は GG-A9-SM の構造的保護とカクシオンの緩和を、GG-A9-SM の格付けにおける一つの機構として担っている（GG-A1-Constitution P7; 第 V 部）ので、別個のアクションが扱うべき残留 CP 問題は存在しない。手段について：スペクトルの中にペッチェイ・クイン・スカラーは存在しない — カクシオンはゲージ・トポロジカルな角度（ B_2 の双対であり、ウィルソン線である）であって、破るべき動径方向の秩序パラメータを持たず、したがって PQ アクションがそこから組み立てられるまさにその場が存在せず、それとともに崩壊定数のダイヤル、走査されるミスアライメント角、大域対称性の品質問題も去る。解くべき CP 問題が残っておらず、それを解くためのスカラーも存在しないがゆえに、PQ アクションは存在しない。残るのは据え付けられたアクションではなく、強制されたアクションである：カクシオンは理論が強い緩和であり、あらゆる自由パラメータが定理、宣言された較正、あるいは囲われた予想に置き換えられた DFSZ アクションである。

ステライル・ニュートリノ — 余分な一重項はなく、温かい残存物もない。keV のステライル・ニュートリノは、keV 質量のゲージ一重項フェルミオンと、調整された活性-ステライル混合を必要とする。レプトンとニュートリノのセクターは GG-A9-SM によって固定されている（三世代、台帳が定めるシーソー）；keV に余分な一重項の枠は存在せず、温かい残存物はいずれにせよ、すでに Ω_{DM} を飽和させている冷たい、定理から導出されたカクシオンと衝突するであろう。ステライル・ニュートリノ暗黒物質は存在しない。

ファジー暗黒物質 — 強制された擬スカラーは十七桁重すぎる。超軽量暗黒物質は、崩壊定数 $\sim M_{Pl}$ と質量 $\sim 10^{-22}$ eV を持つ擬スカラーを必要とする。GG-Theory は境界の擬スカラーを、その較正されたベンチマークにおいて $8.1 \mu\text{eV}$ に置き — 十七桁重い — そして超軽量領域に置くべき第二の軽い擬スカラーを含まない。この候補は単に観測的に不利であるだけではない（標準的な窓はすでにライマン- α によって閉じられている、第 19 節）；それには、それであるための場が存在しない。ファジー暗黒物質は存在しない。

原始ブラックホール — 調整可能な原始スペクトルはない。支配的な暗黒物質として原始ブラックホールを形成するには、調整され強く増幅された小スケールの原始パワースペクトルが必要である。インフレーションの歴史は GG-A10-Cosmos によって、導出された GUT 近傍のプラトー、すなわち設計された小スケールの増幅も回すべきスペクトルのダイヤルも持たない滑らかなスペクトルに固定されている；再加熱温度は、このセクターを作り替えるいかなる回復にもはるかに及ばない（第

VII 部、第 36.2 節)。この宇宙論において、原始ブラックホールが支配的な暗黒物質でありうることはない。

ダーク・フォトンと自己相互作用セクター — 余分なゲージ因子はなく、終端されたものが一つあるだけである。運動項混合したダーク・フォトンには余分な $U(1)$ を必要とする; 調整可能な SIDM セクターは自由な自己結合を必要とする。バルクのゲージ群は $SU(5) \times U(1)_B \times U(1)_{Q_i}$ に強制されており、GG-A2-GG6 はさらなるゲージ因子を禁じる — 混合すべきさらなるゲージ因子は存在しない — GG-A3-BI6 が登録するテンソルの非結合ベクトル・ゼロモードは、ハイパーチャージとのループ・レベルの混合が開いた露出であってダイヤルではないような質量ゼロのベクトルである — そして理論が許す唯一のダーク・バリオン物理は、 M_{lock} における質量を持つゲージ化バリオン・セクターを通して走る — パラメータ・フリーであり、実験室の凝縮体が駆動しうるチャンネルを持たない。ダイヤルを備えたダーク・フォトンには存在せず、ダイヤルを備えた自己相互作用セクターも存在しない; 親論文が登録する唯一の質量ゼロのベクトルは開いた混合を持ち、そのようなものとして担われている。表 10 は評決を条項ごとに圧縮する: 各競合、それを禁じる憲法上の条文、そしていまそれを独立に追い詰めつつある測定 — 構造的かつ経験的な二重の閉包が、この理論の内部でカクシオンを最後に立つ候補としているのである。

表 10: 憲法上の評決: 各競合候補が必要とするもの、そしてそれを禁じる GG-Theory の条項。これらの排除は構造的（枠組みを条件とする）であって、モデル非依存な実験的排除ではない; 枠組み自体は 1.95 GHz において反証可能である。

候補	必要となる新しい材料	それを禁じる GG-Theory の条項
WIMP	安定な弱スケールの多重項/超対称パートナー	MSMF (新しい場やダイヤルはない); 物質内容は固定 (GG-A9-SM); 超対称性はない
PQ アクシオン (KSVZ/DFSZ)	大域的な $U(1)_{PQ}$ + 複素 PQ スカラー	強い CP はカクシオンによってすでに解かれている (GG-A1-Constitution P7); 動径方向 / PQ スカラーは存在しない (ゲージ・トポロジカルな角度)
ステライル ν	keV のゲージ重項フェルミオン + 調整された混合	レプトン/ニュートリノ・セクターは固定 (GG-A9-SM); MSMF; 温かい残存物 対 飽和させる冷たいカクシオン
ファジー DM	$f \sim M_{\text{Pl}}$, $m \sim 10^{-22}$ eV の擬スカラー	強制された擬スカラーは $8.1 \mu\text{eV}$ に置かれる (較正されたベンチマーク); 第二の軽いスカラーはない
PBH (支配的)	調整され増幅された原始スペクトル	GUT 近傍のインフレーションは固定 (GG-A10-Cosmos); スペクトルのダイヤルはない
ダーク・フォトン / SIDM	余分な $U(1)$ / 調整された自己結合	ゲージ群は $SU(5) \times U(1)_B \times U(1)_{Q_i}$ に強制 (GG-A2-GG6); 軽いダーク・バリオン・チャンネルはない
カクシオン	なし — すでに強制されている	BI-6 によって要求される; 較正されたベンチマークにおいて π ロックを飽和させる

20.3 主張の形、正直に述べる

これらは GG-Theory の内部での排除である — 各々は憲法上の条項（最大対称性／最小自由度、強制されたゲージ群、固定された物質内容、強い CP の割り当て、固定されたインフレーション・セクター）に依拠しているのであって、モデル非依存な実験的限界に依拠するのではない。枠組みが誤っていれば、これらの排除は失効する。しかし枠組みはその但し書きの背後に隠れはしない：それは反証可能であり、しかも鋭く反証可能である。窓を横断するヌルは、較正された配置、それを囲う梯子、および予想 C-Kaxion-d を退役させる；カクシオンはそのとき、ピン止めされていない枝の $\gtrsim 6$ GHz に負われるか、さもなければその残存物はこのセクターのものではない。窓の内側の第二の線は本数を反証し、登録されたモードを名指す。いずれも枠組みのキルではなく、本論文はそのようなものを主張しない。他のいかなる周波数においてであれ、確認されたコンパクト角的な線は、ヌルと同じ対象を退役させるか、あるいは $\gtrsim 6$ GHz においてはピン止めの予想を退役させる（第 VI–VIII 部）。そして理論は逆向きの人質も差し出す：確認された熱的 WIMP、閉じた窓の外のペッチェイ・クイン・アクシオン、keV のステライル・ニュートリノ暗黒物質、あるいは原始ブラックホールが支配するハローは、いずれも GG-Theory の暗黒セクターの閉包を反証するであろう。理論は単にカクシオンを予言するのではない；それは分野の残りに対して反証可能な主張を賭けており、その主張は両側から検証可能である。

20.4 コミュニティへのメッセージ

四十年にわたり、暗黒物質は、そのときどきに理論的に流行した粒子によって埋められるべき空き枠として扱われ、探索はその粒子のパラメータ空間の掃引として組織されてきた。GG-Theory はこの問題を組み替える。ゲージ群、物質内容、宇宙論的歴史、そして強い CP の解決をすでに固定した枠組みにおいては、暗黒物質は埋められるべき枠ではなく、読み取られるべき帰結である — 強制されており、一意であり、問いが發せられる前に存在している。実践的な内容は方向転換であり、我々はそれを証拠が許す限り平明に述べる：暗黒物質は 1.95 GHz にある μeV の擬スカラーであり — 囲われた窓の中の一本の線であり — そして数十年にわたる WIMP、ステライル・ニュートリノ、原始ブラックホール、ファジー暗黒物質の計画は — 枠組みが成り立つならば — 答えの存在しない場所を探索しているのである。我々はこれを修辭的な装飾としてではなく、反証可能で両側性を持つ命題として、コミュニティが検証できるよう平明に述べて差し出す：カクシオンを確認するであろうそのハロスコープ・キャンペーンは、清潔なヌルによって、較正された配置とそれを囲う梯子を退役させるのであって枠組みを退役させるのではなく — そして探索を $\gtrsim 6$ GHz へ送るであろう。

21 天体物理学的意義 I: JWST 時代における初期の大質量構造

実験室を超えて、いま争点となっている銀河形成の最も鋭い小スケールの謎は、JWST が明らかにした大質量で明るい構造の早期の出現である。性質が固定された候補は、それについて何か明確なことを言うべきである；カクシオンは定量的にそれを言うのであり、我々はここでその論証を完全に展開する。相補的な小スケールの謎 — カスプ・コア問題と回転曲線の多様性であり、そこではカクシオンのロックされた予言はより弱く、その唯一の候補となるてこは正直なところ大きさが未決である — は第 22 節の主題である。

21.1 謎、手短に

JWST の深撮像は、最も素直な Λ CDM の予想よりも早く、かつ速く恒星質量を組み上げつつある、明るく見かけ上大質量の銀河候補を $z \gtrsim 10$ に明らかにした (Boylan-Kolchin, 2023)。本節の残りは、この驚きを定量的にし、その向き — より少なくではなく、より多くの初期小スケール構造への要求 — が冷たい暗黒物質を、そして軽いボソン候補の中ではカクシオンを一意に選び出すことを示す。

21.2 JWST の驚き、定量化

謎 (i) は、それが暗黒セクターの持つ最も鋭い天体物理学的なてこであるがゆえに、またその向きが候補を識別するがゆえに、本部の残りが実験室に与えるのと同じ詳細に値する。我々はまずカクシオン抜きでこの驚きを述べ、次いでそれを枠組みを通して読む。

JWST による深撮像は、2022 年以来、打ち上げ前の合意が予想したよりもはるかに早期に、明るく紫外線で輝く銀河を見出してきた。分光の記録は $z = 14.32$ の JADES-GS-z14-0 を追い越したが (2025 年時点で $z \simeq 14.4$ まで)、その銀河は依然として十分に特徴づけられた事例である：それは $z = 14.32$ — ビッグバンから 300 Myr 未満 — に位置し、すでに $\sim 5 \times 10^8 M_\odot$ が恒星の中にあり、 ~ 1.6 kly のコンパクトな本体と、明るい $M_{UV} \simeq -20.8$ を持つ (Carniani et al., 2024)。その記録の背後には一つの集団が立っている： $z \simeq 10$ –14 における明るい銀河の測光および分光サンプルと、推定恒星質量 $M_\star \sim 10^{10}$ – $10^{11} M_\odot$ を持つ $z \simeq 7$ –10 の大質量候補である (Labbé et al., 2023)。

素直な Λ CDM の予想との緊張は定量的であり、かつ大きい。推定された累積恒星質量密度は、 $z \simeq 8$ では標準的な予想のおよそ $20\times$ 上を走り、 $z \simeq 9$ では $\sim 10^3\times$ にも達する (Boylan-Kolchin, 2023); 静止系紫外光度関数と $z \simeq 12$ –14 における宇宙星形成率密度は、効率一定のモデルを 4–10 倍上回る。最も極端な大質量候補は、額面通りに受け取れば、確立された銀河形成の $\epsilon_\star \sim 0.05$ –0.1 に対して、1 に近づく — あるいは形式的には 1 を超える — バリオンから恒星への転換効率 $\epsilon_\star = M_\star / (f_b M_{\text{halo}})$ を要求する：「不可能な初期銀河」である。この驚きの算術は、プレス–シェクター (Press & Schechter, 1974) 質量関数の稀なハローの指数関数的な裾である、

$$n(>M, z) \propto \text{erfc}\left(\frac{\delta_c}{\sqrt{2}\sigma(M, z)}\right), \quad n(M, z) \sim e^{-\nu^2/2}, \quad \nu \equiv \frac{\delta_c}{\sigma(M, z)}, \quad (21.1)$$

ここで $\delta_c \simeq 1.686$ である。高赤方偏移では $\sigma(M, z)$ は小さく、したがって ν は大きく、大質量ハローは指数関数的に稀である；ゆえに $z \simeq 10$ において $10^{11} M_\odot$ のハローを作るには、はるかに高い星形成効率か、あるいは Λ CDM が与えるよりもより多く、より早い大質量ハローのいずれかが必要となる。

21.3 2026 年の状況：減衰したが、解消してはいない

正直さは、この緊張が 2022–2023 年のピーク以来和らいだことを記録するよう要求する。それは今や、バリオンの天体物理学 — 高赤方偏移で $\epsilon_\star$ を高めるフィードバック・フリーかつコンパクトなスターバースト (Dekel et al., 2023)、明るい側を持ち上げるバースト的星形成と紫外線の変動、測光質量を膨らませる活動銀河核の「小さな赤い点」による汚染 — によって、また観測的な系統誤差：中間赤外測光による下方修正された質量と、小さな ($\sim$ 数十 arcmin²) の初期フィールドにおける宇宙分散によって、実質的に緩和されている。2025–2026 年の合意は、 Λ CDM は壊れていないとい

うものである。それでもなお残るものは、実在する鋭い残差である: $z \gtrsim 12-14$ における明るい側の紫外光度関数と星形成率密度の超過は残り続けており、JADES-GS-z14-0 は分光的に確実である。今日この驚きは、先行スタート — 最初の光の年代記と効率におけるささやかな前倒し — への要求として、そして本論文にとって決定的なことに、小スケールのパワーを抑制する暗黒物質に反対する鋭い識別子として読むのが最良である。

21.4 向きが問題である: この驚きは抑制する候補を排除する

与えられた時代における構造は小スケールの物質パワースペクトルから作られるのであり、カスプ-コア問題を和らげる候補は、まさに小スケールのパワーを取り除くことによってそうするのであって — それは初期構造をより遅く、より稀にする。温かい暗黒物質は自由流動する; ファジー暗黒物質は銀河スケールの量子圧を及ぼす。いずれも銀河ハローのスケール付近で伝達関数を切り落とし、JWST が住民で満たしたまさにその高い ν の裾を抑制する。したがってデータは片側の制約へと転じた: 高赤方偏移の紫外光度関数は今や、ファジー暗黒物質に対して $m_{\text{FDM}} \gtrsim 5.6 \times 10^{-22}$ eV、温かい暗黒物質に対して $m_{\text{WDM}} \gtrsim 1.5$ keV (より厳しい解析では $\gtrsim 3.2$ keV) という下限を課す (JWST dark-matter bounds, 2024)。 10^{-22} eV における標準的なファジー候補は、その半モード質量 $M_{1/2} \simeq 1.6 \times 10^{10} (m/10^{-22} \text{ eV})^{-4/3} M_{\odot}$ がちょうど JWST の銀河ハロー・スケールの上に落ちるため、端的に不利である。したがってこの驚きは、暗黒物質の物理として読めば、冷たいものに賛成し、ファジーと温かいものに反対する一票である — まさに GG-Theory が独立に排除する候補である (第 20 節)。

21.5 カクシオンは必要条件を十六桁の余裕で満たす

この驚きを受け入れるためにカクシオンがまず為さねばならないことは、ファジーおよび温かい暗黒物質には為しえないこと: 小スケールのスペクトルを無傷のまま残すことである。カクシオンはそれを、途方もない余裕をもって為す。第 III 部の冷たさの結果によれば、ハロー中のカクシオンのド・ブロイ波長は $\lambda_{\text{dB}} \simeq 154$ m であり (式 (16.5))、その自由流動長は $\sim 10^{-6}$ pc、そのジーンズ長は $\sim 3 \times 10^{-4}$ pc、等密度期におけるその原始的な速度は $\sim 4 \times 10^{-14}$ である; 対応する波動圧 (半モード) のカットオフは $10^{-13} M_{\odot}$ 付近にあり、銀河スケールより二十桁以上下にある。上の限界の言葉で言えば: カクシオンの質量 $8.1 \mu\text{eV} = 8.1 \times 10^{16} \times (10^{-22} \text{ eV})$ は JWST のファジー暗黒物質の床をおよそ十七桁の余裕で満たし、温かい方の限界はまったく適用されない (カクシオンは $t \simeq 0.3 \mu\text{s}$ から続く非熱的で圧力を持たないミスアライメント凝縮体であって、自由流動する熱的残存物ではない)。したがってカクシオンは ΛCDM の小スケールのパワーを完全に保つ: ΛCDM が形成する初期ハローはすべて、カクシオンも形成する。軽いボソンの暗黒物質候補の中で、それは初期構造の代償をまったく払わない唯一のものである — 必要条件は、余裕をもって満たされている。

21.6 差し出される先行スタート: 宇宙論のコンパニオン論文がなお担うもの

冷たさだけでは ΛCDM を回復するにすぎない — そしてそれ自体、明るい側で軽度の緊張にある。本論文の以前の改訂は、コンパニオンの宇宙論論文から三つのさらなるてこを挙げていた; その論文の現在の状態 (Arisaka, 2026, A10-Cosmos) は一つだけを立ったままにしており、本論文はその親論文が担うものを担い、それ以上は担わない。立っている唯一のてこは、関連する初期ハローに対する実効的な崩壊閾値の低下であり、その振幅が作業値であるようなバリオンの環境の効果である:

集団平均に対して $\delta_c^{\text{eff}} \simeq 1.43\text{--}1.33$ であり、GG-A10-Cosmos の年代記マップによって $z \simeq 10$ における $\Delta z \simeq 2\text{--}3$ に対応する（完全な $\delta_c^{\text{eff}} = 1.18$ は、裾の重み $n_{\text{GG}}/n_{\Lambda\text{CDM}} \sim \exp[(\delta_c^2 - \delta_c^{\text{eff}2})/2\sigma^2]$ が $\sigma \simeq 0.34$ において因子 ~ 500 に変えるものであるが、そこでは最も稀なハローについてのみ主張されており、 $\Delta z \simeq 4.7$ を与える）。GG-A10-Cosmos はこれを「述べられた通りに立つ；バリオンのかつ環境的である」と格付けする。以前の改訂が担っていた他の二つのは、その親論文とともに消えた：初期時刻の小スケールのパワー増幅（ $\Delta P/P \simeq 3\%$ ）はそこで撤回されており — その導出は取り下げられ、その残渣は稀な裾を誤った向きに動かす — また、バリオン–暗黒物質の流動速度による減衰はそこで値を付けられておらず、あらゆる整流チャネルが何桁もの差で失敗している；そして本論文が据え付ける境界条件の終端の下では、それには媒介粒子がまったく存在せず、最も軽いバリオンのベクトルは 3.85 TeV の Z'_B であって、その到達距離は $5 \times 10^{-20} \text{ m}$ である。先行スタートは、それが存在する場合には、最初の種に与えられるのであって大多数に与えられるのではなく、広い線形成長（したがって S_8 ）を本質的に手つかずのまま残す。

21.7 初期構造の主張に対する正直な囲い

四つの囲いがこの主張を正確に保つ。(a) 残存する緊張の多くはバリオンのである可能性が高い（高効率の初期星形成、第 21.3 節）；GG の先行スタートは、その天体物理学を置き換えるのではなく、それと組み合わせる。(b) 生き残った唯一の数値 δ_c^{eff} は GG-A10-Cosmos の作業値であって、第一原理からの数ではない；それはその論文のキル条件を担い、完全な流体力学的較正を待っており、GG-A10-Cosmos が撤回したか値を付けずに残した二つのは、ここでは主張されない。(c) ここでの先行スタートは単一パッチの台帳の効果である；それは、この系列が排除するインフレーション後の枝に属する、以下の第 21.10 節のミニクラスターのものでない（それは質量を 1.95 GHz の窓の外へ動かすであろう）。(d) 観測的な緊張がすべて系統誤差へと解消するならば、カクシオンは単に標準的な冷たい ΛCDM の初期構造を予言する — 依然として有利な側にあり、依然として代償を払わず、上の諸層は必然ではなく反証可能なボーナスとなる。

21.8 初期構造についてカクシオンが立つ位置

初期構造の評決は第 20 節の候補の評決を映しており、その映し合いこそが内容である。カクシオンは (i) ファジーおよび温かい暗黒物質を排除するまさにその JWST の限界を十六桁の余裕で満たし — 必要な冷たさである；そして (ii) GG-A10-Cosmos が作業値として担うささやかな崩壊閾値の先行スタートを、たかだか継承する — ありうる増幅であって、十分なものではない。JWST の驚きが不利とする候補は、まさに GG-Theory が構造的に排除するものである；GG-Theory が強制する候補は、まさにこの驚きが有利とするものである。観測の矢と構造の矢は同じ方向を指す — これは、天体物理学的な論証が実験室の予言のために為しうる最も強いことである。

21.9 ファジーではないという囲い、および唯一の初期構造の偶発事態

上のすべては第 III 部のファジーではないという囲いの背後に立つ： $\lambda_{\text{dB}} \simeq 154 \text{ m}$ （式 (16.5)）であるから、カクシオンの波動性は銀河スケールより十七桁下で働く。それは線形および緩やかに非線形なスケールにおける ΛCDM のあらゆる成功を再現し、そして波動圧によって小スケールの問題を解くことはない。したがってその初期構造における梃子の効きは、波動の物理からではなく、第 21.6

節ですでに展開した継承された宇宙論的な先行スタートから、そして別個の偶発事態としては、以下のミニクラスターから来る。

21.10 てこ その一: ミニクラスターの種 (インフレーション後の偶発事態)

コンパクト角の場合が因果的パッチにわたってランダム化されるならば (インフレーション後の歴史)、その大きさ 1 程度の非一様性は物質-放射等密度期に崩壊して稠密なミニクラスターとなる (Kolb & Tkachev, 1993, 1994) — インフレーション起源のスペクトルに加えられた小スケールのパワーであり、早期に非線形化する。向きの上では、これはカクシオンを JWST の緊張の有利な側、温かい候補およびファジー候補とは反対の側に置く。

定理 24.1 が採用する周期の規約における $N_{\text{DW}} = 1$ の下では、このシナリオは宇宙論的に安全である — ドメインウォールの破局はない; 代替の規約 ($N_{\text{DW}} = 5$, 未解決) では、ランダム化された歴史は安定な壁を担い、移設されるのではなく端的に排除されるであろう。囲い: 最小限の読みはインフレーション前の単一パッチの歴史であり、そこでは一つの $\mathcal{O}(1)$ の角度が観測可能な宇宙全体にわたって均一化されており (存在量から $\theta_i \simeq 1.1$ rad と読み取られる、第 III 部)、このてこは存在しない。インフレーション後の変種は、代わりに θ_i^2 を円周平均 $\langle \theta^2 \rangle = \pi^2/3$ で置き換えるが、これはベンチマークの崩壊定数において残存物を三倍から四倍過剰生成し (完全な余弦; 調和近似では 2.6)、そして目録を $f_K \lesssim 2.3 \times 10^{11}$ GeV においてのみ閉じ — $\gtrsim 25 \mu\text{eV}$ 、ミスアライメントのみから $\gtrsim 6$ GHz の線であり、窓の外にあり、いかなる欠陥の寄与があればさらに高い — 一方でミニクラスターの下部構造を付け加える。

この系列の内部では、この変種は条件付きで排除される: カクシオンには熱的に回復すべきベッチェイ-クイン・スカラーが存在せず、インフレーション後の再加熱温度 6×10^{10} GeV は f_K より因子 $\simeq 12$ 下にある; しかし主要なインフレーション中のド・ジッター・ランダム化は、本論文が予想 C-Kaxion-d と名付けるインフレーション期のピン止めによってのみ排除される (第 13.5 節; 第 VII 部、第 36.2 節)。したがってミニクラスターのてこは、C-Kaxion-d の破綻が現実のものとするであろう偶発事態として — そしてそれは線を窓の外へも動かすであろうから、理論の生きた予言としてではなくピン止めの反証子として — 登録される。

21.11 結び: 初期構造についてカクシオンが立つ位置

初期構造の評決は強い方の評決である。温かい候補とファジー候補は JWST の緊張を悪化させ (それらはデータが要求するまさにその小スケールのパワーを抑制する)、いまやそれによって遠ざける限界を課されている; 十七桁重いカクシオンは ΛCDM の予算を完全に保ち、その宇宙論のコンパニオン論文がバリオンの環境の作業値として担うささやかな崩壊閾値の先行スタートを、たかだか継承する ($\Delta z \sim 2-3$ 、そこでは定性的と格付けされている)。天体物理学がカクシオンを同定することはない; 同定するのは実験室である (第 VI–VIII 部)。しかし初期構造については、天体物理学の矢と構造の矢は同じ方向を指しており、これは天体物理学的な論証が実験室の予言のために為しうる最大のことである。

22 天体物理学的意義 II: カスプ-コア問題と回転曲線の多様性

第二の未決の小スケールの謎は、カスプ-コア問題と、その現代的でより鋭い形である回転曲線の多様性である。正直さは、ここでは第 21 節におけるのとは異なる姿勢を要求する。初期構造につい

てはカクシオンの寄与は定量的に強く、定理に錨を下ろしていた; カスプ-コアについてはそれはより弱く、その唯一の候補となるてこは真に大きさが未決である。我々は問題を完全に展開し、カクシオンに何ができて何ができないかを正確に述べ、何が定理級であり何が未解決の計算であるかを全体にわたって印す。

22.1 問題の定量化

冷たい暗黒物質の暗黒物質のみのシミュレーションは、スケール半径の内側で中心に発散する「カスプ」なナヴァロ-フレンク-ホワイト型の密度プロファイル (Navarro, Frenk, & White, 1997)、すなわち $\rho \propto r^{-1}$ (内側の対数傾き $\gamma \rightarrow 1$) を持つハローを形成する。しかし多くの矮小銀河および低表面輝度銀河の回転曲線と恒星運動学は、中心の「コア」— $\rho \rightarrow \text{const}$, $\gamma \rightarrow 0$ が $\sim 0.5\text{--}2\text{ kpc}$ にわたる — を好み、その内側の密度は NFW の期待値より数倍から十倍低い (Bullock & Boylan-Kolchin, 2017)。

より現代的で鋭い言明は、回転曲線の多様性である (Oman et al., 2015)。外側（ピーク）の円運動速度 $V_{\text{max}} \sim 30\text{--}100\text{ km s}^{-1}$ を固定したとき、 2 kpc で測られる円運動速度 — 中心の暗黒物質密度の明快な代理量 — は、NFW 的にカスプな系から強くコアを持つ系まで、およそ四倍の幅を張る。無衝突の ΛCDM は狭い $V_{2\text{kpc}}\text{--}V_{\text{max}}$ 関係を予言し、この散らばりを再現できない。したがって謎は抽象的な「コア対カスプ」ではなく、同じハロー質量における両者の共存である: 成功する理論はコアとカスプ、そしてその間の連続体を生み出し、それが正しい銀河の性質と相関していなければならない。

22.2 標準的な解決策とその限界

バリオン的フィードバックと、そのエネルギーの下限。 超新星に駆動される繰り返しのガス流出は中心の重力ポテンシャルを揺らがせる; 時間依存のポテンシャルは暗黒物質にエネルギーを渡し、カスプを均してコアにすることができる。これは $M_{\star} \sim 10^7\text{--}10^9 M_{\odot}$ のガスに富む矮小銀河ではよく働く (FIRE および NIHAO シミュレーション)。しかしそれはエネルギー論が定める硬い下限を持つ: カスプをキロパーセクのコアに変えるには中心の束縛エネルギーに匹敵するエネルギーの注入が必要であり、古典的矮小銀河ではそれは $10^{53}\text{--}10^{54}\text{ erg}$ の程度であって、 $M_{\star} \lesssim 10^6 M_{\odot}$ では積算された超新星の予算はこれを下回る (Bolchini, 2022)。したがってガスに乏しい古典的矮小楕円体銀河と超微光矮小銀河 — 最も暗黒物質に支配された系であり、 $M_{\star} \ll 10^6 M_{\odot}$ を持つ — はカスプを保持すると期待されるが、そのいくつかではコアが推定されている。フィードバックは、問題が最も明快であるまさにその場所で破綻する。

自己相互作用暗黒物質と、そのダイヤル。 暗黒物質の弾性自己散乱は内側ハローを熱化して等温のコアにし、その半径は粒子がハッブル時間におよそ一度散乱する場所によって定まる。矮小銀河と渦巻銀河の回転曲線を合わせるには、矮小銀河の速度 ($v \sim 10\text{--}50\text{ km s}^{-1}$) において断面積 $\sigma/m \sim 0.5\text{--}5\text{ cm}^2\text{ g}^{-1}$ が必要であり、しかも速度依存であって、銀河団の速度 ($v \sim 10^3\text{ km s}^{-1}$) では $\lesssim 0.1\text{--}1\text{ cm}^2\text{ g}^{-1}$ まで落ち、銀河団と衝突合体系の制限を尊重しなければならない (Kaplinghat et al., 2016; Tulin & Yu, 2018)。SIDM が多様性に対する第一の粒子的解決であるのは、まさにそのコアの大きさが同時に二つのものに依存するからである: バリオン分布 (バリオンが多いほど井戸は深くなりコアは縮む) と、ハローの重力熱力学的な位相 — 初期のコア膨張に続く後期のコア崩壊であり、そこでは内側ハローが再収縮して高密度になる — である。この二パラメータの振る舞いは、観測されたものに匹敵する

カスプからコアへの広がり再現する (Fischer et al., 2024)。その代価は、調整された速度依存の関数 $\sigma(v)/m$ である — 数ではなく曲線である。

ファジー暗黒物質、いまや不利。 $m \sim 10^{-22}$ eV における波動圧はソリトンのコアを生む; しかし同じ抑制は第 21 節の JWST とライマン α の制限によって排除されている。波動圧によるコア形成機構は、成り立ちうる選択肢としては閉じつつある。

縮退。 ガスに富む系では、コアを形成する機構としてフィードバックと SIDM は観測的に縮退している; 判別を与える領域はフィードバックが枯渇した領域である — ガスに乏しい矮小銀河と超微光矮小銀河。

22.3 カクシオンは冷たく、ファジーではない

カクシオンについての最初の二つの言明は、正直な譲歩である。それは冷たい: その暗黒物質のみのハローは Λ CDM とまったく同様に NFW 的にカスपीであり、したがってカクシオンはカスプ-コア問題を風変わりな運動学によって解消するのではなく継承する。それはファジーではない: ハロー中では $\lambda_{\text{dB}} \simeq 154$ m (第 21 節) であってキロパーセクより十五桁以上下であり、カクシオンはソリトンの波動圧のコアを作らない。カクシオンに初期構造で勝利をもたらした冷たさが、ここではファジーなコア形成機構を封じている。カクシオンは波動的暗黒物質の成功を借りることはできない。

22.4 カクシオンは自己相互作用暗黒物質ではない

第二の譲歩も、同じくらい率直に述べておくことが重要である: カクシオンは SIDM ではない。それは $U(1)_B$ の下で中性であり — バリオン数にはアノマリー項 $a F_B \tilde{F}_B$ を通じて結合するのであって、電荷としてではない — したがってカクシオン-カクシオンのゲージ力は存在せず、そのコサイン型の自己結合は $m_K = 8.1 \mu\text{eV}$ において重力的に無視できる。ゆえにカクシオンは暗黒物質-暗黒物質の弾性散乱チャンネルを持たず、SIDM の重力熱力学的なコア形成機構を継承しない。我々はその成功も借りない。

22.5 唯一の候補となる梃子と、終端がそれを閉じる理由

カクシオンの台帳が実際に担うのはバリオンの項である: X_4 のゲージ化された $U(1)_B$ 係数 (第 27 節) — ただし終端は M_{lock} より下にそのチャンネルを残さないで、それが供給しうる梃子が何であれ、質量を持つセクターの到達範囲によって制限される。ゼロでないバリオンの結合は、暗黒物質の中心とそのバリオンが完全には脱結合していないことを意味する: 最も高密度の領域では二つの流体の間でエネルギーが交換されうる — 有効理論級の暗黒物質-バリオン相互作用によるコア形成機構であり (Boddy & Gluscevic, 2018)、フィードバック (純粋にバリオンの) と、SIDM (暗黒-暗黒) と異なる。大きさが十分であれば、二つの構造的な美点が従う。

1. **フィードバック非依存性。** このポータルは、暗黒物質とバリオンが高密度で共存するところならどこでも作用する — 超新星の予算が破綻するガスに乏しい領域と超微光の領域を含めて。それはまさに、フィードバックを打ち負かす残差、すなわち問題の最も明快な部分に対する候補である。

2. **新しいダイヤルはない。**光子チャンネルに対するその強さはパラメータを持たない(台帳の $-2/5$ の項)。速度依存の関数 $\sigma(v)/m$ を合わせなければならない SIDM とは違い、カクシオンのポータルは全体の大きさをただ一つ導入するにすぎない — そしてその大きさは実験室で測定可能な結合に結びついている(下記)。

22.6 大きさ、いまや計算済み: ポータルはコアを作らない

ポータルが越えねばならない閾値は、フィードバック機構に下限を与えるのと同じエネルギー論によって定まる: 古典的矮小銀河をハッブル時間内でコア化するには、核子あたりの有効な暗黒物質-バリオン断面積 $\sigma_{\chi b}^{\text{thr}} \simeq 2 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$ が必要である(等価には、エネルギー移送として SIDM 規模の $\sigma/m \sim \mathcal{O}(1) \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$)。本論文が未解決の計算として事前登録したものは、いまや実行された(第 73.4 節): ゲージ化された $U(1)_B$ 結合は $1/f_K$ 抑制を受け ($f_K \simeq 7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}$)、誘起される散乱はさらに運動量抑制を受けるので (Boddy & Gluscevic, 2018)、 $\sigma_{\chi b} \sim m_K^2 v^2 / \pi f_K^4 \simeq 3 \times 10^{-110} \text{ cm}^2$ となる; ド・ブロイ占有数の全体によるコヒーレント増強という極端な場合 ($\rho_{\text{loc}} = 0.45 \text{ GeV cm}^{-3}$ において $N \simeq 2.0 \times 10^{26}$ 、その二乗)を入れてさえ、 $\lesssim 10^{-57} \text{ cm}^2$ にしか達しない。したがってポータルは閾値に三十二桁から八十五桁足りない。暗黒-バリオン・ポータルは矮小銀河をコア化しない。終端の下では結論はいっそう強固になるだけである: M_{lock} より下にチャンネルがない以上、コア化の大きさは計算された数よりさらに下に抑えられ、その数はすでに無視できるものであった。その結果は、未解決のヘッジに代わる明快で確定的な予言である: カクシオンは標準的なカスपीな冷たい暗黒物質のハローを形成し、カスプ-コア問題はカクシオンにとってバリオンのである。

22.7 カクシオンが銀河中心について予言すること

ポータルが不活性であると計算された以上(第 22.6 節)、銀河中心についてのカクシオンの予言は確定的であり、自己相互作用型の対案とは反証可能な形で異なる。

- **カスピーなハロー、バリオンのコア。**カクシオンは標準的な NFW 的にカスピーな暗黒物質ハローを作る; 実在するコアが何であれ、それは無衝突の ΛCDM とまったく同様に、バリオンのフィードバックによって刻まれたものである。カクシオンはカスプ-コアを和らげも悪化させもしない。
- **重力熱力学的なコア崩壊はない。**暗黒-暗黒散乱を持たないので、カクシオンは内側ハローを熱化せず、SIDM の後期の再カスプ化をまったく生じない。コア崩壊した矮小銀河の集団が確認されれば(高密度の再カスプ化)、それはカクシオンよりも SIDM を支持することになる — これは大きさの計算を経ても生き残る明快な判別子である。
- **実在する台帳の項、ただし読み出されるのは加速器においてのみ。**バリオンの項は本物であり台帳に固定されているが、天体物理学的には沈黙しており、— 終端の下では — ハロースコープにおいても沈黙している: その露出は質量を持つセクターのものであり、3.85 TeV にある (Arisaka, 2026, P1-KK)。銀河はこの項が作用し損なう場所である; 加速器はそれが狩られる場所である。

22.8 カスプ-コアにおけるカクシオンの立ち位置

ここはカクシオンの天体物理学的な物語が最も弱い唯一の場所であるが、第 73.4 節の計算はいまやその立場を保留ではなく確定的なものにしている。カクシオンは (i) カスプ-コアを悪化させない

(それは冷たく、ファジーでも温かくもない) ; (ii) SIDM ではない (暗黒-暗黒の梘子を持たない) ; そして (iii) 暗黒側のコア形成の梘子も供給しない — その唯一の候補チャンネルである暗黒-バリオン・ポータルは、終端が M_{lock} より下でそれを閉じる以前にすでに、矮小銀河をコア化するには三十二桁から八十五桁弱すぎると計算された。したがってカクシオンは標準的なカスपीな冷たい暗黒物質を予言し、コアはバリオンのフィードバックに委ねる。これは詫びるべき弱点ではなく閉じた予言である: 銀河中心はカスピーであり、観測されるコアはバリオンのであり、回転曲線の多様性は天体物理学的である。決定的なことに、カスプ-コア問題は、カクシオンが暗黒物質であるための要件では初めからなかった — 残存量、冷たさ、寿命、そして二つの実験室的な指紋は、銀河中心がどうであろうとすべて成り立つ。それらをコア化したかもしれない暗黒-バリオン結合は実在し固定されているが、銀河を動かすにはあまりに微弱であり、実験室では共鳴の上でのみ姿を現す。これこそが論文全体を貫く筋である: カクシオンを同定するのは銀河中心ではなく実験室である (第 VI-VIII 部)。

22.9 第 IV 部が確立したこと

本部はカクシオンを暗黒物質候補の場合の中に位置づけ、この枠組みが支持する最も強い主張を引き出した。四つの結果が立っている。

1. **この場には強制された候補が存在しない (第 19 節)。** 主要な対抗馬はどれも空の結果に締め上げられている — WIMP は立ち現れつつあるニュートリノ・フォグと LHC による弱スケール超対称性の排除との間に、ステライル・ニュートリノとファジー暗黒物質は X 線とライマン α のデータによって遠ざけられ、原始ブラックホールは小惑星質量の窓に閉じ込められている — そしてそのどれ一つとして強制されておらず、自らの質量を予言せず、自らの残存量を導出しない。この分野は五十年で最も広い問いに立ち返った: 暗黒物質がどこにあるかではなく、それが何であるかという問いに。
2. **GG-Theory の内部では、カクシオンが唯一の答えである (第 20 節)。** それは必要であり — グリーン-シュワルツのビアンキ恒等式 (定理 T-Kaxion-1) によって強制され、暗黒物質の問いが立てられる前から存在している — かつ十分である — π に固定された目録は、校正されたベンチマークにおいて一般的な角度で飽和する。対抗馬はいずれも、他の理由で採択された憲法上の条項によって排除される: WIMP に対しては超対称性がないこと、アクシオンに対してはペッチェイ-クイン・スカラーがなく残留する強い CP 問題もないこと、ステライル・ニュートリノに対しては固定されたレプトン・セクター、暗黒光子に対しては強制されたゲージ群、原始ブラックホールの優勢に対しては固定されたインフレーション・セクターである。データが不利とする候補は、まさに憲法が禁じる候補である。
3. **初期構造については、カクシオンが唯一有利である (第 21 節)。** JWST の驚きは初期の小スケール構造をより多く要求し、それが抑制型の候補 (ファジー暗黒物質と温かい暗黒物質) を遠ざける; カクシオンはそれらの制限を十六桁の余裕でぐり抜け、せいぜい、その宇宙論コンパニオン論文が作業値として担う穏当な崩壊閾値の先行分を継承するにとどまる。観測の矢印と構造の矢印は同じ方向を指している。
4. **カスプ-コアについては、カクシオンは閉じた計算済みの予言を行う (第 22 節)。** 唯一の候補となる暗黒側の梘子、すなわち暗黒-バリオン・ポータルは、終端がそれを閉じる以前にすでに、矮小銀河をコア化するには三十二桁から八十五桁弱すぎると計算された (第 73.4 節) ; したがってカクシオンは標準的なカスピーな冷たい暗黒物質のハローを予言し、コアはバリオンので、重力

熱力学的なコア崩壊はない。カस्पーコアはカクシオンが辞退する機会であって、通過せねばならない試験ではない。

本部を貫く筋は一文である：天体物理学はカクシオンを制約し、文脈づける — 初期構造については有利に、カस्पーコアについては中立に — が、それを同定はしない。それは残りの各部が実験室に委ねるところである。

23 第 IV 部を平易な言葉で：この候補はどう比較されるか、そして区別するには何が要るか

暗黒物質の候補を書き下すのは容易であり、間違いうる候補を書き下すのは難しい。本部はその違いについてのものである。

この採点表は、現象論的な問いではなく構造的な問いを尋ねる。その候補の存在は、他の理由で採択された何かによって強制されているか。その質量スケールは強制されているのか、それとも選ばれたものか。その初期条件は強制されているのか、それとも選ばれたものか。それは結合-質量平面上の一本の線に載るのか、それとも平面のどこでもよいのか。ある候補が優れた物理でありながら四つすべてに否と答えることはありうるし — 一覧のいくつかは優れた物理である — そしてこれらの答えは、自然がどの候補を選んだかについては何も語らない。それらが語るのは、各候補がデータと比較されうようになる前に、どれだけの部分を人手で供給しなければならないかである。

これは実際的な理由から重要である。平面を占める候補は、動くことによって空の結果を吸収できる；点にある候補にはそれができない。カクシオンは点にあり、論文の残りはその事実を使い切る：周波数が述べられ、必要とされる深さが述べられ、その両方に到達する実験はそれを見るか、さもなければそれを終わらせるかである。

本部の後半における天体物理学的な到達範囲は、同じ硬貨の裏面である。光子結合を持つ軽い擬スカラーは恒星の中と磁化した環境の中に帰結を持ち、本論文はそれらを検査する。実験室を生き延びて恒星の中で破綻する候補は、どのみち死んでいるからである。

第 V 部

基本量の導出

質量、光子結合、残存量、そして寿命 — シリーズの定理から

本部はカクシオンの基本量 — 質量、光子結合とバリオンの結合、残存量、そして寿命 — を、シリーズの定理と一つの宣言された較正から導出する。較正の後に自由パラメータは一つもない。図 7 は連鎖の全体を一頁で予示する：憲法から出発し、バルクの幾何、整数台帳、そしてランタイムを経て、四つの反証可能な数へと下る。以下に続く各節が、その各矢印を順に埋めていく。

24 強い CP の整列と、QCD 感受率の正当性

24.1 憲法上の割り当て

憲法は強い CP 問題を好みに委ねない。GG-A1-Constitution (Arisaka, 2026, A1-Constitution) の問題 P7 はそれをシリーズの内部で解決済みと宣言しており、シリーズは一つの機構を担い、それをここではそのグレードのまま述べる。第一の言明は GG-A9-SM のものである (Arisaka, 2026, A9-SM): 強い CP 角はトポロジカル台帳の保護されたゼロであってスケール・プロファイルによって抑制されるのであり、GG-A9-SM はそれを「その場しのぎに挿入された追加のアクシオン様の場によってではなく、幾何学的に」保護する — そこでは導出条件付きとグレードづけられ、裸の角のみ、その補題 L9 の上で — 符号、および一次を超える浅い巻き付きの漏れについて。カクシオンはその構造的な保護に、動力的な緩和を加える：そのグルーオンのポータルは、射影が残す残差が何であれ、それを CP 保存点へと転がらせる。両者は GG-A9-SM のグレードにおける一つの物語であり、本論文の緩和はそのグレードを引き上げるのではなく継承する；窓と単一線の本数が、憲法上の反証子である。本部は、この緩和が正当であること — カクシオンが実際に正しい強さでグルーオンのトポロジカル電荷に結合すること — を示すことから始まる。下流のすべて（質量、そして質量を通じて本論文のあらゆる周波数）がそれに懸かっているからである。

24.2 グルーオンのポータルの定理

Theorem 24.1 (T-Kaxion-2: グルーオンのポータル). 定理 8.2 の仮定の下で、カクシオンの境界有効ラグランジアンはグルーオンの演算子

$$\mathcal{L} \supset \frac{\alpha_s}{8\pi} \frac{a_K}{f_K} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu}, \quad (24.1)$$

を含み、ここで採用した周期の規約においてカラー・アノマリー係数は単位 ($N = 1$) であり、したがってその規約におけるドメインウォール数は $N_{\text{DW}} = 1$ である（アノマリー・コンパニオン論文の κ と $t = 5$ を明示した降下は未解決であり、 $N_{\text{DW}} = 5$ を与えうる）。

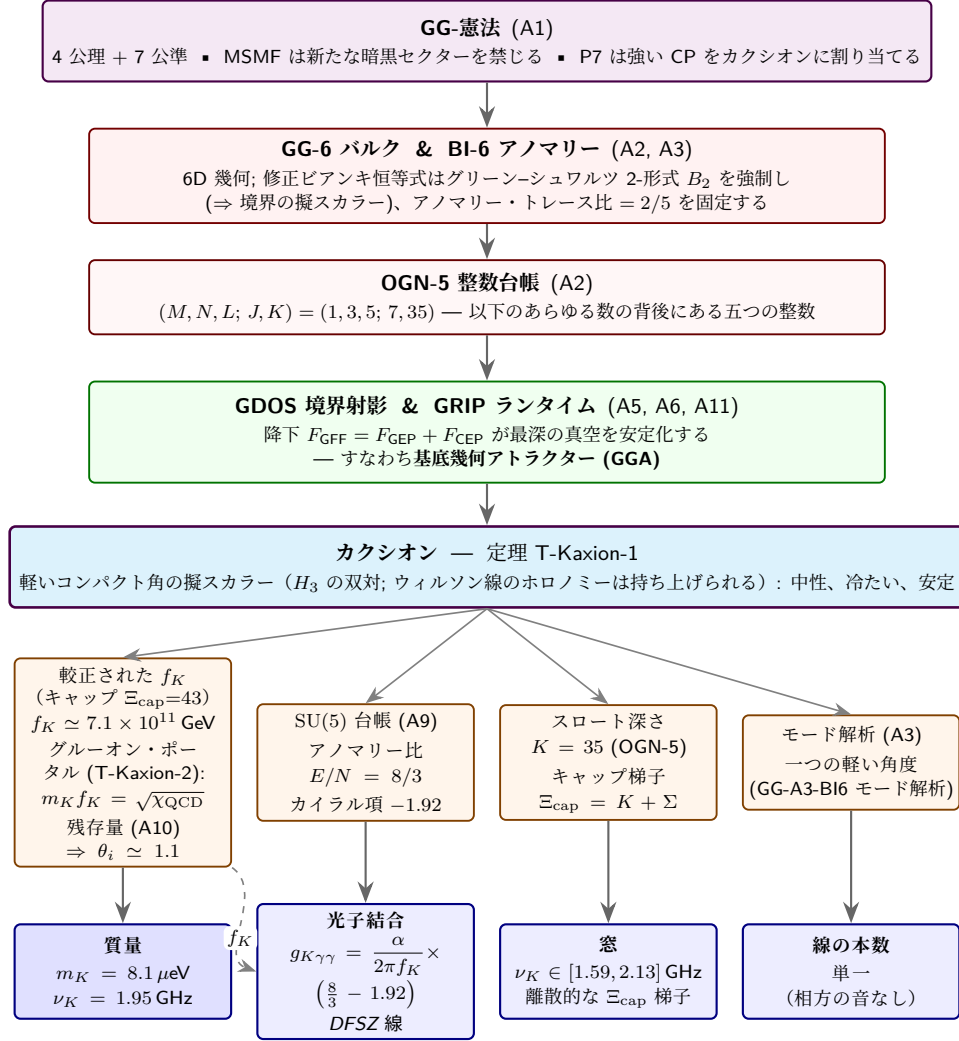


図 7: カクシオンの導出の流れ: 憲法から四つの反証可能な数へ。下向きの各段は、較正された一つのスケールを超えて自由パラメータを追加しない。憲法 (GG-A1-Constitution) は六次元のバルクと BI-6 アノマリー (GG-A2-GG6, GG-A3-BI6) を強制し、それらは五整数の OGN-5 台帳を担う; GDOS 境界則と GRIP ランタイム (GG-A5-GDOS, GG-A6-GRIP, GG-A11-Origin) が最も深い真空 — 基底幾何アトラクター — を選択して安定化させ、それとともにカクシオンを選ぶ (定理 8.2)。四つの鍵となる量は、名を持つ上流の材料から従う: 質量は π に固定された残存量 (GG-A10-Cosmos) とグルーオンのポータル $m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ から; 光子結合は DFSZ 線上の $E/N = 8/3$ から; 窓は喉の深さ $K = 35$ から離散的なキャップの梯子を通じて; そして線の本数 — 単一 — はアノマリー・コンパニオン論文のモード解析から従う。破線の連結は、質量を定めるのと同じ崩壊定数 f_K が光子結合をも定めることを記録している。

証明. GG-A3-BI6 のチャーン–サイモンズで改良された場の強さ (6.13) は、台帳係数 $b = -1$ を伴う $SU(5)$ チャーン–サイモンズ形式 $\omega_3(A_5)$ を含む。GG-A5-GDOS の境界簡約 (T6) と双対化 (9.2) の下で、流入項 (6.15) は — すべての台帳の項を変えずに運ぶのと同じアノマリー流入パッケージ (T9.7) によって — 境界演算子 $(a_K/f_K) \text{Tr } F_5 \tilde{F}_5$ へと、(6.15) が係数一で書かれる単位系において単位の重みをもって降下する; アノマリー・コンパニオン論文の、類 $\hat{X} = (t/8\pi^2)X_4$ に対する整数性のデータ $t=5$ とその規格化定数 κ は、 2π 周期の $B_{r\theta}$ ゼロモードの周期規格化された崩壊定数としての f_K の定義に吸収されており、両者を明示した降下は第 XI 部において未解決の帳簿項目として登録されている (異なる周期の規約ではこの整数は $t=5$ でありうる。その場合 $N_{\text{DW}} = 5$ となるが、単一パッチの条項によりいずれにせよ壁は問題とならない)。カラー群 $SU(3)_c$ は $SU(5)$ の中に破れていないブロックとして埋め込まれており (GG-A2-GG6 T3; ホソタニ機構による破れは $SU(3)_c$ を無傷のまま残す)、基本表現上のトレースは指数一でカラー・ブロックに制限される。式 (24.1) は $N = |b| = 1$ とともに従い、 $a_K \rightarrow a_K + 2\pi f_K$ の下での相異なる真空の標準的な数え上げにより $N_{\text{DW}} = N = 1$ となる。 ■

物理的な描像。カクシオンはグルーオン結合を与えられる必要がない; それはバルクをアノマリー・フリーにしたまさにその台帳の項から一つを継承する。理論が無矛盾でないことを禁じるのと同じ帳簿づけが、コンパクト角にグルーオンと語り合うことを義務づける。これこそが、ここで強い CP の解決が付け足しではないという正確な意味である: 緩和機構は、理論がすでに担うことを要求されていた装備の上に乗っている。

24.3 緩和、残差、そして品質問題

緩和。 (24.1) を手にすると、物理的な真空角は場の組み合わせ $\bar{\theta}_{\text{eff}} = \bar{\theta} + \langle a_K \rangle / f_K$ であり、ポテンシャルは QCD 自身が供給する: 角の関数としての QCD の真空エネルギーは主要次で $V(\bar{\theta}_{\text{eff}}) = \chi_{\text{QCD}} [1 - \cos \bar{\theta}_{\text{eff}}]$ であり、ヴァファ–ウィッテンの定理 (Vafa & Witten, 1984) — ベクトル的なゲージ理論に対して証明されており、緩和した点での QCD はまさにそれである — は、厳密な真空エネルギーの最小が $\bar{\theta}_{\text{eff}} = 0$ に位置することを保証する; そこへ到達する緩和は標準的なアノマリー由来のポテンシャルであって格子によって直接示されており、定理をまったく必要としない。カクシオンはそこへ転がる; CP は動力学的に回復される。これはペッチェイ–クイン機構の緩和であり (Peccei & Quinn, 1977; Weinberg, 1978; Wilczek, 1978)、幾何が強制した場によって実行される — ただし、緩和したいかなる角も担う標準的な下限を伴う: CKM 位相の弱い CP 破れが最小を $|\bar{\theta}_{\text{eff}}| \sim 10^{-17}$ だけずらす、これは中性子の制限をはるかに下回る。カクシオンが存在するとき、コードブック自身の $\bar{\theta}$ は $\langle a_K \rangle$ に吸収されるので、世界が見る残差はこの緩和した最小である; 以下に述べる GG-A9-SM の静的な制限は、カクシオンなしのコードブックの残差である。

残差。 GG-A9-SM は静的なコンパニオンの制限を供給する: いかなる残留角の幾何学的抑制も

$$|\bar{\theta}| \lesssim \sin\left(\frac{2\pi}{L}\right) \frac{e^{-K}}{2^J} = 0.951 \times \frac{6.31 \times 10^{-16}}{128} \simeq 4.7 \times 10^{-18}, \quad (24.2)$$

であり、これは中性子 EDM の制限 $|\bar{\theta}| \lesssim 10^{-10}$ を七桁以上下回っており、GG-A9-SM のグレード (導出条件付き) である。カクシオンが存在するとき、物理的な残差は緩和した最小 $|\bar{\theta}_{\text{eff}}| \sim 10^{-17}$ であり、GG-A9-SM の数は裸の角の制限である; 両者は二つの段階で読まれた一つの機構であり、どちらも CKM の下限より下の予言としては印字されない。

品質。 ペッチェイ-クイン型の解決に対する標準的な反論は品質問題である: 大域的な $U(1)_{PQ}$ は量子重力によって尊重されず、低い次元のプランク抑制された演算子は一般に最小を 10^{-10} よりはるかに大きくずらす。カクシオンは、一つの但し書きを伴って構造的に保護されている。そのシフト対称性は何らかのスカラー・ポテンシャルの大域的対称性ではない; それは二形式 B_2 のゲージ不変性であり (第 9.1–9.2 節)、ゲージの冗長性は重力的な演算子によって破られえない。破れは台帳自身が指定するトポロジカルなものである — 式 (24.1) と、同じ台帳を通じた $\text{tr } R^2$ への結合およびアーベル的な項への結合である; 重力的な項はトポロジカルな密度であってプランク抑制されたポテンシャルではなく、意図された類 — 区間と円の積であり、ワールドシート・インスタントンのための閉じた二サイクルを持たない — の上では最小を 10^{-10} の水準でずらすとは期待されない、ただしこれは計算されていない; 「免疫がある」と言えば、台帳の完全性に依拠する保護を言い過ぎることになる。これはモデル非依存のストリング・アクシオンが享受するのと同じ保護であり、ここでは構造の全体が選ばれたのではなく強制されている。

24.4 帰結: 感受率が質量を所有する

(24.1) が単位係数を担うので、QCD スケールより下の温度におけるカクシオンのポテンシャルは、 $\bar{\theta}_{\text{eff}} \rightarrow a_K/f_K$ とした QCD の θ 真空エネルギーそのものであり、最小における曲率は厳密な関係

$$\boxed{m_K^2 f_K^2 = \chi_{\text{QCD}}(0)} \quad \chi_{\text{QCD}}^{1/4}(0) = 75.5 \pm 0.5 \text{ MeV} \quad (24.3)$$

を格子から (Borsanyi et al., 2016) とする。すなわち $\sqrt{\chi_{\text{QCD}}} = (5.70 \pm 0.08) \times 10^{-3} \text{ GeV}^2$ ($\pm 1.3\%$) である。式 (24.3) は、あらゆる紫外の詳細とは独立に、 $N = 1$ を持つ任意の QCD 結合アクシオンに対して成り立つ; 精密なカイラル摂動論の形は $m_K = 5.70(7) \mu\text{eV}$ ($10^{12} \text{ GeV}/f_K$) である (Grilli di Cortona et al., 2016)。(24.3) において自由なまま残る数は一つ: 崩壊定数である。それを閉じることが次節の唯一の仕事である。

24.5 感受率の数値はどこから来るのか

格子の値 (24.3) はブラックボックスではない; カイラル摂動論はこれを四つの測定された定数から導出しており、カクシオンの質量誤差の一パーセントごとがここに遡るのだから、この二行の計算は表示しておく価値がある。最低次では、QCD のトポロジカル感受率は

$$\chi_{\text{QCD}} = \frac{m_u m_d}{(m_u + m_d)^2} m_\pi^2 f_\pi^2, \quad (24.4)$$

であり、クォーク質量の前因子は、いずれかのクォークが質量ゼロであればトポロジを完全に回転させて消し去りうることを表している (質量ゼロのアップクォークという抜け道であり、格子分光によって閉じられた)。 $m_u = 2.16(11) \text{ MeV}$ 、 $m_d = 4.67(9) \text{ MeV}$ ($r \equiv m_u/m_d = 0.462$ であり、したがって $r/(1+r)^2 = 0.216$)、 $m_\pi = 134.98 \text{ MeV}$ 、 $f_\pi = 92.1 \text{ MeV}$ を用いると:

$$\chi_{\text{QCD}}^{1/4} = \left[0.216 \times (134.98)^2 \times (92.1)^2 \right]^{1/4} \text{ MeV} = 76.0 \text{ MeV}, \quad (24.5)$$

これは直接的な格子決定値 $75.5(5) \text{ MeV}$ (Borsanyi et al., 2016) の 0.7% 以内にある — その差は、格子が再足し上げる次最低次 (NLO) のカイラル補正である。伝播した不確かさはクォーク質量比に支

配されている (r 上の $\pm 3\%$ は $\chi^{1/4}$ 上で $\pm 0.3\%$ 、 $\sqrt{\chi}$ 上で $\pm 0.6\%$ を与える) ; (24.3) が $\sqrt{\chi}$ 上に担う $\pm 1.3\%$ は格子自身の 75.5(5) MeV であり、いずれにせよ感受率はカクシオンの誤差予算のうち最小のものである。読者が (24.4) から受け取るべきは構造的な要点である: カクシオンの質量スケールは m_π 、 f_π 、およびクォーク質量 — 標準模型の最もよく測定された部門からの四つの数 — を、系列の閉包からの一つの数で割ったものとして組み立てられる。他には何も入らない。

25 π -ロックを通じたバルク正規化の較正

25.1 この導出の基本規則

本節では何一つ権威に基づいて受け入れない; GG-A10-Cosmos の工学的公式さえも一から再導出する。以下で許される入力はちょうど四つである: (i) π -ロックされた目標値 $\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/(2\pi^2)$ (GG-A10-Cosmos、その閉パッケージ予想のもとで導出条件付き、そのコードブックの予想 VIII (補題 VIII; 条件付き定理 T-Cosmos-17) ; 第 III 部) ; (ii) ベンチマークのキャップ荷重 $\Xi_{\text{cap}} = 43$ (第 26.3 節) であり、以下の閉包は一般的なミスアライメント角においてバルク正規化を較正し、その角度を返す; (iii) 格子感受率、その零温度値と温度指数 (Borsanyi et al., 2016); および (iv) 標準的なフリードマン運動学。すべての定数は評価され、すべての段階は検査可能であり、最終的な数値はその完全な誤差予算を担う。

25.2 パイプライン、端から端まで組み上げる

第 III 部は物理を導出した (預金-計数-償還、式 (15.3)–(15.6)) ; ここでは数値を組み上げる。連鎖は

$$\Omega_K h^2 = m_K(0) \times \underbrace{\frac{\frac{1}{2} m_K(T_{\text{osc}}) f_K^2 \theta_i^2}{\frac{2\pi^2}{45} g_{*s}(T_{\text{osc}}) T_{\text{osc}}^3}}_{n/s \text{ 開始時}} \times \underbrace{\frac{s_0}{\rho_{\text{crit}}/h^2}}_{\text{今日の帳簿}}, \quad (25.1)$$

であり、ここで宇宙誌的定数は $s_0 = 2891.2 \text{ cm}^{-3}$ および $\rho_{\text{crit}}/h^2 = 1.0537 \times 10^{-5} \text{ GeV cm}^{-3}$ 、その比は $2.744 \times 10^8 \text{ GeV}^{-1}$ である。開始温度は、格子の質量立ち上がり $m_K(T) = m_K(0)(T_{\text{QCD}}/T)^b$ 、 $b = 4.08$ 、 $T_{\text{QCD}} = 150 \text{ MeV}$ 、および $g_* = g_{*s} = 73$ を固定した (12.3) からの H のもとで、 $3H(T_{\text{osc}}) = m_K(T_{\text{osc}})$ を解いて定まる (格子に基づく表は 0.5–1 GeV にわたって g_* を 62 と 84 の間に置く; 表を用いた積分は正規化を -2% 動かし、これが以下の予算のその行である)。(25.1) を瞬時開始の規則 $m_K(T_{\text{osc}}) = 3H(T_{\text{osc}})$ のもとで通すと — 行ごとの監査は付録 E.1 である — 見積もり $0.090 \theta_i^2 (f_K/10^{12} \text{ GeV})^{1.165}$ が得られる。この見積もりは過小に数える: $m_K(T) \propto T^{-4.08}$ が上昇し続ける間も場は凍結したままであり、したがって量子の数は、瞬時規則が仮定するよりも遅く、より大きな質量において確定する。同じ入力 (輻射優勢、 $g_* = g_{*s} = 73$ 、べき則の立ち上がり、調和ポテンシャル) のもとで運動方程式 (12.2) を開始点を通して直接積分すると、主正規化が得られる

$$\Omega_K h^2 = 0.135 \theta_i^2 \left(\frac{f_K}{10^{12} \text{ GeV}} \right)^{1.165} \quad (\text{調和領域, } \theta_i \lesssim 1), \quad (25.2)$$

指数は式 (15.6) の導出された $(b+3)/(b+2)$ であり、積分はこれを再現する ($f_K = 7.07 \times 10^{11} \text{ GeV}$ において 0.0898 、 $0.1345 \times 0.707^{1.165} = 0.0898$ に対して)。表化された $g_*(T)$ 、 $g_{*s}(T)$ とエントロピー

保存を用いて積分を繰り返すと正規化は -2% 動き (0.132 へ; g_* を $0.5-1$ GeV の範囲の両端 62 または 84 に固定すると最大 $\pm 7\%$ 動く)、断熱的な計数を読み取る切り替え点 ($T = 0.25$ と 0.20 GeV の間) はこれを 0.1% 未満しか動かさない。瞬時の見積もりは付録 E.1 に解析的な足場として保持されており、数値としてではない。

しかし式 (25.2) は記録用の計算ではなく、本改訂は両者を分離する。その計算は、Borsanyi et al. (2016) の表化された $g_\rho(T)$ 、 $g_{*s}(T)$ および $\chi_{\text{QCD}}(T)$ — 表 S2 と S7、状態方程式については $\log_{10}(T/\text{MeV})$ における三次スプライン、感受率については $\ln T$ における形状保存補間 — の上で、完全な余弦ポテンシャルを用い、 $T_i = 3$ GeV から $T_f = 0.35$ GeV まで (12.2) を積分し、収量を秤動する振りの厳密な楕円作用から読み取る。これはべき則の立ち上がりも固定した g_* も用いず、第 15.3 節と第 29 節の予算が現在担っているのはこれである。これに対して、式 (25.2) はベンチマークにおいて Ω_K が 11% ほど高い。その二つの近似が逆方向に働き、打ち消し合わないからである：べき則の立ち上がりを伴う固定した g_* は高く、調和的な力は低い。本論文の以前の改訂は両者を別々に通し、非調和補正を固定 g_* の基準線に適用していた; それが印刷されていた閉包角の由来であり、第 15.3 節は算術を公開したうえで訂正後の値を述べる。

25.3 閉じた形でのパイプライン

いかなる数値を信頼するよりも前に、学ぶ者はパイプラインを一つの閉じた形の式として見るべきである。立ち上がり質量のもとで開始条件を解くと

$$T_{\text{osc}} = \left[\frac{m_K(0) T_{\text{QCD}}^b M_{\text{Pl}}}{4.98 \sqrt{g_*}} \right]^{\frac{1}{b+2}}, \quad (25.3)$$

となり、(25.3) を $m_K(T_{\text{osc}}) = 3H(T_{\text{osc}})$ とともに (25.1) に代入すると、計算全体は次へと畳み込まれる

$$\Omega_K h^2 = \underbrace{\frac{45}{4\pi^2} \frac{4.98 \sqrt{g_*}}{g_{*s}}}_{\text{kinematics}} \underbrace{\frac{s_0/(\rho_{\text{crit}}/h^2)}{M_{\text{Pl}}}}_{\text{今日の帳簿}} \underbrace{\frac{\sqrt{\chi_{\text{QCD}}} f_K \theta_i^2}{T_{\text{osc}}}}_{\text{物理}}, \quad (25.4)$$

ここで三つの括弧は、各因子がどの種類の数であることを明確に分離する：純粋な運動学的定数; 宇宙誌的な帳簿付け; そして物理 — 感受率 (標準模型)、崩壊定数 (未知量)、選ばれた角度の二乗 (実行時)、および硬化するばねの記憶を担う開始温度の逆一乗。誤差予算 (表 12) のすべての指数は、(25.3) を伴う (25.4) から一見して読み取れる: $\Omega \propto f_K^{1+1/(b+2)} = f_K^{1.165}$ 、 $\Omega \propto \theta_i^2$ 、 $\Omega \propto (\sqrt{\chi})^{1-1/(b+2)}$ 、 $\Omega \propto T_{\text{QCD}}^{-b/(b+2)}$ 、 $\Omega \propto g_*^{1/2+1/(2(b+2))}/g_{*s}$ 。基準点 $f_K = 10^{12}$ GeV、 $\theta_i = 1$ で (25.4) を評価すると瞬時開始の見積もり 0.090 が得られる; 積分された正規化 (25.2) は、凍結場の過渡が供給する因子 1.49 だけ大きく、この見積もりの行ごとの数値計算は付録 E.1 にある。

25.4 精密計算文献に対する交差検証

(25.2) を用いる前に、我々はこれを検証する。 $\theta_i = 1$ かつ $\Omega_K h^2 = 0.12$ と置くと $f_K = 0.90 \times 10^{12}$ GeV、すなわち $m_K = 6.3 \mu\text{eV}$ が得られる。最低次のコミュニティ公式 $\Omega h^2 \simeq 0.12 (f_K/9 \times 10^{11} \text{ GeV})^{1.165} \theta_i^2$ は同じ主張である; NLO 感受率と完全な $g_*(T)$ 輸送を用いた精密計算 (Gorghetto & Villadoro, 2019; Grilli di Cortona et al., 2016) は、その $\chi(T)$ 入力がいったん揃えられれば、質量においてこれのおよそ $\pm 10\%$ 以内に収まる。我々は文献の質量を単一のものとして二桁で引用する

ことはしない: 出版された数値はその $\chi(T)$ 表において、また非調和因子を含めるか否かにおいて異なっており、以下で計上する残差はそれらの相互のばらつきである。

二つの改良は、いずれも出版された文献で利用可能であり、新たな理論なしに予算を絞り込む。第一に、感受率の温度依存性はそもそもパラメータ化する必要がない: Borsanyi et al. (2016) の格子計算は QCD クロスオーバーを通じて $\chi(T)$ を表化しており、開始条件をべき則フィットの上ではなく表の上で評価すれば、予算の単一で最大の行を担うパラメータ化の自由度が取り除かれるであろう; 本論文の積分は同じ論文の指数を用いたべき則を使用し、その行を b の行として計上する (同じ論文の指数を伴うその表は、その行を退役させるであろう)。第二に、相対論的自由度 $g_*(T)$ 、 $g_{*s}(T)$ は関連する温度の全域でパーセント水準まで知られており (Saikawa & Shirai, 2018)、輸送の項目を退役させる。

残るのは、我々の最低次パイプラインを NLO 文献に整合させることであり、我々はこれを制御されない誤差としてではなく、残差を計上した較正として扱う。計上された 5% は、具体的には $\chi(T)$ 入力を揃えたときの精密計算の相互のばらつきであり — 引用されたその全帯域ではない。その $\chi(T)$ と g_* の内容はすでにこの表自身の行に担われている (ここで二重に計上すれば予算を過大に述べることになる)。凍結パスに向けて一つの留保が記録される: 文献の誤差を「すでに項目化された」部分と「残差」部分へ分解するこの扱いは、出版された数値に対する我々の読みであり、元の誤差表に対する行ごとの再監査がこれを確認すべきである; もし残差がその保守的な上限 8% により近いと判明すれば、閉包角に対する総予算は $\pm 4\%$ から $\pm 5\%$ へ緩む — 中心値はすべて変わらず、質量はいずれにせよ手つかずのままである。

さらに二つの行項目が明示的に扱われ、両者は互いに引き合う。閉包角 $\theta_i \simeq 1.18$ rad (第 15.3 節) において余弦ポテンシャルは緩やかに非調和であり、これは同じ表の上で計算された調和的な力に対して、閉包が要求する角度を 4.0% 下げる; そして、べき則の立ち上がりを伴う固定した $g_* = 73$ の上ではなく表化された $g_*(T)$ と $\chi_{\text{QCD}}(T)$ の上で積分することは、これを約 5% 上げる。以前の改訂は第一のものを、第二のものを受けていない基準線に適用し、1.12 rad を印刷していた; 二つを合わせれば 1.18 を与える。これらの項目はいずれも質量に触れない: f_K をその較正されたベンチマークに固定すれば、質量は $\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}/f_K$ であり、格子感受率の $\pm 1.3\%$ のみを継承する; 上記のすべての熱力学的な項目は角度を動かすのであって、線を動かすのではない。これがここでの「第一原理」の正直な意味である: 透明な導出であり、この分野の最良の出版された数値計算に係留され、すべての残差が名指しされ、それが実際に動かす量に対して計上されている。

25.5 正規化、系列に対して交差検査する

同じ検証は、系列が一貫して担わねばならない唯一の数値をも守る。 $\Omega_K h^2 \simeq 0.12 (\theta_i/(1/2\pi))^2 (f_K/1.3 \times 10^{13} \text{ GeV})^{1.165}$ という形のもっともらしく見える工学的公式 — これは $\theta_i = 1/(2\pi)$ に対して $f_K = 1.3 \times 10^{13} \text{ GeV}$ において $\Omega_K h^2 = 0.12$ を含意するであろう — は正しくありえない: その点で (25.2) を評価すると $\Omega_K h^2 = 0.068$ 、目標より因子 1.8 だけ下が得られ、したがってそのような正規化はいずれも崩壊定数を因子 $1.8^{1/1.165} \simeq 1.6$ だけ過小に述べ、質量を同じ因子だけ過大に述べることになる。我々はこの検査を、反証公準の精神に則って率直に記録する: 系列は一つの正規化を担うか、さもなければ系列ではない。GG-A10-Cosmos は現在、同じ正規化を担っている — 積分された $0.135 \theta_i^2 (f_K/10^{12} \text{ GeV})^{1.165}$ 、閉包角 $\theta_i = 1.18 \pm 0.04$ rad、一つの較正されたスケールとしての崩壊定数、QCD のものとしての質量、そして本論文の予想 C-Kaxion-d としての単一パッチの歴史 — そして自身の以前の言明はその記録において撤回されており、したがって二本の論文は一つの教義を

述べ、本論文のすべての数値は積分されたパイプラインから下ってくる。二本の論文の間の一つの不一致は生きており、それは覆い隠されるのではなく第 13.5 節に記録されている：ピン止めされない分岐がマイクロ波の空に対して何を含意したであろうか、ということである。

25.6 閉包

Ω_K 、 f_K 、 θ_i の間の関係は、バルク正規化が未解決 (O14) と認められた時点で二つの未知量を持ち、そのうちの一方は取り決めによって固定されねばならない。本論文はここで一度だけ、どちらであるかを述べる。較正の約束はスケールである：

$$f_{\text{bulk}} \equiv 3.04 \times 10^{13} \text{ GeV} \quad \text{at} \quad \Xi_{\text{cap}} = 43, \quad \text{hence} \quad f_K = \frac{f_{\text{bulk}}}{43} = 7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}, \quad (25.5)$$

これは事前に宣言され、その後動かされない (第 26.3 節)。すると閉包角は出力となる。 $\Omega_K h^2 = \Omega_{\text{DM}} h^2 = 0.1215 \pm 1.5\%$ (表 7) と置き、記録用の計算 — 第 25 節の表化された完全余弦の積分 — を角度について解くと：

$$\theta_i = 1.18 \pm 0.04 \text{ rad} \quad (\text{tabulated } \chi_{\text{QCD}}(T), \text{ 完全な余弦}); \quad 1.17 \text{ rad 測定された } 0.1200 \quad (25.6)$$

— 一般的な $\mathcal{O}(1)$ のミスアライメント角である。どの量が約束を担うかは趣味の問題ではなく、その理由は公開されるべきものである。もし代わりに角度が宣言されていたなら、スケールは、そしてそれとともに実験室の線は、熱輸送の関数となり、他の誰かの格子計算が改良されるたびに動くことになる：以前の改訂の輸送のもとでは、同じ宣言された角度は線を 1.95 ではなく 1.78 GHz に置いており、これは述べられた連続誤差 $\pm 25 \text{ MHz}$ に対して 173 MHz のずれである。反証子は、そのように漂う周波数に対して事前登録することはできない。したがってスケールが宣言され、角度が動くことを許される。正直な読みはそれ以外は変わらない：存在量は自由な f_K にフィットされたのではないが、周波数が存在量から独立でもない — ベンチマークの行は、一般的な角度が在庫を飽和させる行であり、閉包は構成上その角度を返す。検査可能なのは角度が一般的であること (1.18 rad であり、調整された端のどこにも近くない) であり、これに負荷をかけるのは、その絶対レートが調整された角度を含意するような確認された線である。質量は、格子感受率を除く上記の予算のすべての項目によって手つかずのままである。

26 質量と実験室の線

26.1 単一の崩壊定数からの質量

崩壊定数をその較正されたベンチマーク $f_K = 7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}$ (第 26.3 節) に置くと、感受率の関係式 (24.3) はそれ以上の自由度なしに質量を固定する：

$$m_K = \frac{\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}}{f_K} = \frac{(5.70 \pm 0.08) \times 10^{-3} \text{ GeV}^2}{7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}} = 8.1 \mu\text{eV} \quad (\pm 1.3\%) \quad (26.1)$$

これに対応する実験室の周波数は

$$\nu_K = \frac{m_K c^2}{h} = 1.95 \text{ GHz } (\pm 25 \text{ MHz}), \quad (26.2)$$

であり、ここで $1 \mu\text{eV} \leftrightarrow 241.80 \text{ MHz}$ を用いた。これが唯一の物理的な線である：第二の周波数は存在せず、付録 C.1 のバルク正規化スケールは対角化の中間物であって、伝播する場の崩壊定数ではない。本キャンペーンの用語では（第 10.5 節）、(26.2) の周波数 ν_K は区間の数 — 離散的なキャップ窓を担うアドレス — であり、円の寄与は本数である：一つの軽い角度、一本の線。本論文の探索戦略は、一句で言えば、区間によって窓を探索し、円が固定する本数を確認せよである。

26.2 崩壊定数とその残余の窓

崩壊定数は、バルク正規化を整数のキャップ荷重 Ξ_{cap} で割ったものとして書かれる（第 9.3 節、付録 C.1）。バルク正規化スケールを f_{bulk} と書けば、

$$f_K = \frac{f_{\text{bulk}}}{\Xi_{\text{cap}}}, \quad f_{\text{bulk}} \simeq 3.04 \times 10^{13} \text{ GeV}, \quad \Xi_{\text{cap}}^{\text{bench.}} K + N + L = 43, \quad (26.3)$$

となり、したがってベンチマークの荷重は $f_K \simeq 7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}$ と上記の数値を与える。 f_{bulk} の三桁目が担われているのは表 11 がそれを要求するからである： 3.04×10^{13} はすべての行を再現する唯一の三桁の値であり、これを 3×10^{13} に丸めればベンチマークの質量は $8.2 \mu\text{eV}$ に動くことになる。 Ξ_{cap} を固定するキャップ計算はまだ完成していない：これがコンパクト角の質量一意性予想であり（その仮定を列挙したうえで、第 26.3 節に自己完結的に述べられている）、我々はこれを名指しのうえで囲い込む。 f_{bulk} の来歴はその傍らに述べられねばならない： $3.04 \times 10^{13} \text{ GeV}$ は較正されたものである — 第 III 部の残存量の閉包を通じて固定されたのであって、幾何から導出されたのではない；それを導出するであろう計算（反自己双対部門とキャップの向き付けの約束であり、アノマリー・コンパニオンの未解決問題 O14 として登録されている）は未解決であり、いかなる閉じた形も特別なものとして印刷されない。その残余は一つの整数であり、離散的な窓（ $\Xi_{\text{cap}} \in \{35, \dots, 47\}$ ）に広がる。この窓は $\nu_K \simeq 1.59\text{--}2.13 \text{ GHz}$ に写る（表 11）。第 26.4 節はベンチマークを動機づけるアンザッツを与える；それを置き換えるであろう計算が出るまでは、決定的探索の装置は点ではなく窓を標的として扱うべきである（第 VIII 部）。バルク・スケール f_{bulk} は中間的な正規化であって、いかなる伝播する場の崩壊定数でもない — 物理的な f_K は一つであり、したがって線も一本である。

表 11: 離散的な Ξ_{cap} 窓: 許容される各キャップ荷重 $\Xi_{\text{cap}} = K + \Sigma$ が単一の崩壊定数 $f_K = f_{\text{bulk}}/\Xi_{\text{cap}}$ を、したがって観測量を固定する。 $\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ 上の $\pm 1.3\%$ の格子誤差はすべての行に適用される; バルク正規化はベンチマークの行において較正されているため、他の行はそれに対する比であって、独立な予言ではない。許容されるすべての値は K に $\{N, L, J\}$ の部分集合和を加えたものである (第 26.4 節); ベンチマークの $\Xi_{\text{cap}} = 43$ には印を付けた。

Ξ_{cap}	構成	m_K [μeV]	ν_K [GHz]
35	K	6.6	1.59
38	$K + N$	7.1	1.72
40	$K + L$	7.5	1.81
42	$K + J$	7.9	1.90
43	$K + N + L$ (ベンチマーク)	8.1	1.95
45	$K + N + J$	8.4	2.04
47	$K + L + J$	8.8	2.13

26.3 コンパクト角の質量一意性予想、その陳述と導出

式 (26.3) のキャップ繰り込み指数 Ξ_{cap} は、絶対質量が依存する唯一の量であり、かつ、較正されたバルク正規化とともに、本論文が定理ではなく名前付きの予想として担う質量導出の構成要素である。これほど多くがこの量に寄りかかっている以上 — そして読者が宇宙論の論文に手を伸ばすことなくこれを見る資格を持つ以上 — 我々はここで自己完結的にこれを述べ、GG-6 幾何から直接に再構成する: 精密な定義、精密な陳述、アンザッツから切り離された唯一の導出済みの節、そして詳細な物理的描像である。一つの事実を通して視野に置くべきである: Ξ_{cap} は、較正されたベンチマークに対して単一の線がどこに位置するか — したがって単一の質量と振動数 — をパラメトライズする; それが動かすのは線がどこに位置するかだけであり、予測を同定する *DFSZ* アドレスや単一線の本数を動かすことは決してない。以下の予想は、窓の内部におけるカクシオンのアドレスを制御するのであって、その指紋を制御するのではない。

対象の定義。

Definition 26.1 (キャップ繰り込み指数). a_{GS} をテンソル残余 — バルクのグリーン-シュワルツ正規化における、ただ一つの軽いコンパクト角の擬スカラー — とし、 a_K をその正準正規化された形とする (持ち上げられた方向からこれを分離する回転 (9.4) は、正規化には何の役割も果たさない)。 f_{bulk} をバルクのグリーン-シュワルツ正規化スケール (対角化の幾何学的な中間量であって、伝播する場ではない) とし、 f_K を、ハロスコープが結合する場である物理的固有状態 a_K の崩壊定数とする。キャップ繰り込み指数とは、二つの正規化の比であり、アンザッツによって正の整数 Ξ_{cap} としてパラメトライズされる、

$$f_K = \frac{f_{\text{bulk}}}{\Xi_{\text{cap}}}, \quad m_K = \frac{\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}}{f_K}.$$

したがって Ξ_{cap} は、一つの場の二つの正規化のあいだの比のパラメトライズである。その比がそもそも整数であるか、また整数ならどれであるかは、以下のアンザッツの内容である; 幾何が額面どおりに与えるのは、テンソルのノルムとウィルソン線のノルムとのあいだの e^K 程度の因子であり、絶対正規化はアノマリー・コンパニオンの未解決問題 O14 である。質量一意性の問いは、幾何が Ξ_{cap} を固定するか否かであり、本論文はそれが固定することを示してはいない。

陳述。

予想 MU (コンパクト角の質量一意性)。GG-6 幾何は Ξ_{cap} を一意に決定し、その値は

$$\Xi_{\text{cap}} = K + N + L = 35 + 3 + 5 = 43,$$

であって、単一の物理的崩壊定数は $f_K = f_{\text{bulk}}/43 \simeq 7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}$ 、質量は $m_K = 8.1 \mu\text{eV}$ となり、カクシオンは $\nu_K = 1.95 \text{ GHz}$ にただ一本の実験室的な線を持つ。

この予想は一つの導出済みの節と、アンザッツである二つの節とを持ち、論文全体の誠実さは、その線がどこに引かれるかを正確に述べるにかかっている。我々はいまそれを行う。

何が導出済みであり、何がアンザッツであるか。

Ansatz 26.2 (キャップ荷重の梯子). スロート深さ K を持つ GG-A2-GG6 の正準計量と、OGN-5 台帳 $(M, N, L; J, K) = (1, 3, 5; 7, 35)$ のもとで:

- (i) (導出条件付き、O14 は未解決のまま再陳述される) 二つの境界ノルムは e^{2K} だけ異なり、いずれの額面どおりの読みも較正された f_K を再現しない (付録 C.1); したがって物理的崩壊定数はいずれのバルク・ノルムでもなく、式 (26.3) のバルク・スケール f_{bulk} は帳簿上の量 $\Xi_{\text{cap}} f_K$ であって、伝播する線ではない;
- (ii) (アンザッツ) 二つの正規化の比は、加法的な形 $\Xi_{\text{cap}} = K + \Sigma$ の正の整数であり、 Σ は式 (26.4) の七つのキャップ荷重の一つである;
- (iii) (したがって、(ii) のもとで) $\Xi_{\text{cap}} \in \{35, 38, 40, 42, 43, 45, 47\}$ 、すなわち $\nu_K \in [1.59, 2.13] \text{ GHz}$ (表 11) であり、ベンチマーク行は第 15.3 節のとおりに較正される。

正当化と、その限界。ステップ 1 (指数的非対称性 $\Rightarrow$ (i))。正準計量 $ds_6^2 = e^{-2r} \eta dx^2 + dr^2 + d\theta^2$ 、 $r \in [0, K]$ の上でバルクのテンソル運動項を簡約すると (付録 C.1)、テンソル部門とウィルソン線は二つの境界運動ノルムを与える: 赤外優勢な $Z_{\text{GS}} = 2\pi \int_0^K e^{2r} dr = \pi(e^{2K} - 1) \simeq \pi e^{2K}$ (C.1) と、紫外優勢でオーダー 1 の $Z_\theta = 2\pi \int_0^K e^{-2r} dr = \pi(1 - e^{-2K}) \simeq \pi$ (C.2) である。二つのノルムは二つのプロファイルであり、本改訂はどちらの場がどちらを担うのかを明確に述べる。以前の改訂は、この対を一つのテンソルの二つのカイラリティに帰し、両者のあいだは向き付けの規約が決めるとしていた。その帰属は明示的な検査に耐えず、しかもその検査は印刷できるほど短い。同じ背景の、閉じた源のないスカラー切断において — h_3 の脚がすべて四次元ブロックにある $H = h_3 + dr \wedge d\theta \wedge a_1$ — 閉性は $d_4 h_3 = 0$ と $\partial_r h_3 = 0$ を強制し、そのような三形式に対する六次元のホッジ重みは $\sqrt{-g_6} (g_4^{-1})^3 = (e^{-4r} R_\theta)(e^{6r}) = R_\theta e^{2r}$ であるから、 $\sigma = \pm 1$ として $a_1 = \sigma R_\theta e^{+2r} *_4 h_3$ となる: 指数は両方の符号に対して e^{+2r} である。カイラリティは相手の符号を反転させるが、その動径方向のノルムには手を触れない。したがってテンソル自身のノルムは Z_{GS} であり、オーダー 1 の Z_θ は、本節がすでに後段で述べていたもの — ウィルソン線の積分であり、別の場に属するもの — である。アノマリー・コンパニオンが未解決として登録するもの (未解決問題 O14) は、それに応じて再陳述される: 残余が二つのカイラリティ規約のどちらに従うかではなく、境界源か、結合したモード部門か、あるいは真に自己双対なテンソルが要求する拘束付き作用が、そもそもテンソル部門の内部に指数的な分離を供給するか否か、である。そのいずれかが提示されるまで、節 (i) はそれに条件付きで成り立ち、本論文はそうのように格付けする。ノルムは $e^{2K} = e^{70} \simeq 2.5 \times 10^{30}$ だけ異なる; 正準正

規化は場をそのノルムの平方根で割るから、軽い場の正準正規化はバルクのそれから遠く隔たっており（回転 (9.4) はこれに何の役割も果たさない：回転は正準正規化を保つ）、バルク正規化それ自身が正準となるような配位 — $\Xi_{\text{cap}} = 1$ — は何桁も外れる。ゆえに (i) が成り立つ。オーダー 1 の積分 (C.2) はウィルソン線のものである；テンソルとウィルソン線は一つの積分を共有する別々の場であり、ここで問題になるのはテンソルのノルムだけである。このステップは値を定めるものではない：幾何が額面どおりに与える因子は e^K であり、 $\Xi_{\text{cap}} = 43$ は、いまだ定式化されていない計算の代わりに立つベンチマークである；較正された f_K は $K/2$ に近い降下深さに対応する — これは興味深いことであり、証明ではない。

ステップ 2 (ii) の背後にあるアンザッツ)。このアンザッツは、二つの正規化の比をスロート自身の整数単位で読む：スロート深さ $K = 35$ — 曲率単位で測ったワープの e-フォールド数であり、GG-A2-GG6 で固定されており、何かのフラックス数ではない — に、区間の紫外終端（「キャップ」）が寄与すると取られる整数 Σ を加えたものであって、ここで Σ は台帳整数 $\{N, L, J\}$ の部分和であり、三つのうち高々二つしか現れないものである — $M = 1$ は除外され、三つ組 $N + L + J$ は取り決めによって除外される。したがって窓の二つの端それぞれがアンザッツの一部である（2.27 GHz、 $\Xi_{\text{cap}} = 50$ における線は、カクシオンではなく「対」の規則を退けることになる）。このいずれも導出されていない：GG-A3-BI6 の許容クラスはカラーを伴う積 $\mathcal{M}_4 \times I_r \times S^1_\theta$ であってオービフォールド・キャップを持たず、 K に等しい量子化フラックスは提示されておらず、本論文にもその親論文にも $K + \Sigma$ の形の整数を生む計算は存在しない。このアンザッツは、同じ整数がシリーズの他の場所でもどのように機能するかによって動機づけられており、離散的な窓が乗っているのはこれである。

ステップ 2a（加法的な形への一つの経路、閉じている）。正規化の比をスロート自身の単位の整数にするための明白な機構は加法的な運動荷重であり、それは閉じている。付録 C.1 の原始的な双対化恒等式 $F^2 = 1/(4\pi^2 Z)$ のもとで、加法的な寄与 $Z \propto \Xi$ は崩壊定数を荷重の逆平方根として送る：スロートの三十五単位にキャップの八単位を加えると $f/f_{35} = \sqrt{35/43} = 0.902$ となり、 $1/43$ とはならない。そしてその仕方で $1/43$ を再現するには、ノルム比 $43^2 = 1849$ が、したがって八単位ではなく 1848 の追加バルク単位が必要になる。ゆえに (ii) のアンザッツは運動荷重についての言明ではなく — Ξ_{cap} は二つの正規化スケールの比をパラメトライズする — 予想 MU が待つ計算は、その比に別の経路で到達しなければならない。我々はこの経路が閉じていることを自らの利害に反して記録する。読者が最初に試みるのがこの経路だからである。

ステップ 3（数え上げ $\Rightarrow$ (iii)）。 $(N, L, J) = (3, 5, 7)$ のもとで七つの荷重は $\Sigma \in \{0, 3, 5, 7, 8, 10, 12\}$ を与え、したがって $\Xi_{\text{cap}} \in \{35, 38, 40, 42, 43, 45, 47\}$ となり、そして式 (26.3) と振動数変換を通じて $\nu_K \in [1.59, 2.13]$ GHz — 表 11 の諸行 — となる。バルク正規化はベンチマーク行で較正されるから（第 15.3 節）、他の行はそれに対する比である：窓は較正された点に $\Xi_{\text{cap}}/43$ を掛けたものである。アンザッツ 26.2 の項目 (i) は、読者が正準計量から一行ずつ検査できる部分であり、それがいま担う条件も同じ仕方で検査可能である。項目 (ii)–(iii) はアンザッツであり、窓の離散性はそこから継承されるのであって、導出されるのではない：アンザッツが成り立つならば、予測は七つの振動数からなる有限の窓に住み、F-Kaxion-1c/1d はこの格付けを明示したうえでその窓に対して事前登録されている。

予想のまま残るもの：一つの整数。 予想 MU のうちアンザッツ 26.2 を超える部分はすべて、二つのものに帰着する：アンザッツそれ自体と、その内部で、七つの荷重 Σ のどれをキャップが担うか、である。いずれも、オービフォールド・キャップを持たないアノマリー・コンパニオンの許容クラス

の上で、本論文が名指しできる計算によって決まるものではない: ここでいう「キャップ」とは区間の紫外終端であり、その荷重を定義する計算 — 多様体、クラス、被積分量 — はいまだ定式化されていない。ベンチマークを $\Sigma = N + L$ として印付けるフラックス帳簿の議論（紫外の族整数とランク整数がキャップに、赤外の二進的シームの J が境界に）は第 26.4 節の主題である; それは動機づけであって導出ではない。定義的な計算が存在するまで、誠実な言明はアンザッツ 26.2 の窓であり、 $\Xi_{\text{cap}} = 43$ はその、印を付けられた較正済みの行である。

物理的描像 I: スロートが正規化を定める。 第 9.3 節の角度は、ある場所で正規化され、別の場所で読み取られる。そして両者のあいだの変換こそがスロートである。場は、スケール・プロファイル e^{-2r} が赤方偏移の K e-フォールド分を余さず走り切ったバルクの深部で正規化される; 検出器が行う読み取りはスロートの末端に位置する。一方のレート他方のレートへ変換することは、振動数に、幾何の整数単位で測ったスロート深さ K に、キャップを加えるものを足したものを掛けることに当たる。質量一意性予想とは、この変換因子が調整可能なダイヤルではなく、理論がすでに所有する整数である — 小さなキャップ荷重によって鋭くされたスロート深さ K である — という主張である。本段落と次の二段落における描像は、アンザッツの背後にある直観であって、その導出ではない: 幾何は因子 e^{2K} だけ隔たった二つの額面どおりのカイラルなノルムを与えるが、そのいずれも較正された f_K ではない; この変換を 43 整数単位として読むことがアンザッツである。

物理的描像 II: 線は二本ではなく一本。 物理的崩壊定数は一つであり、したがって線も一本である。バルク正規化スケール f_{bulk} は、異なる振動数における代替の予測ではない: それはグリーン-シュワルツ方向がバルクで担う正規化であり、波動関数繰り込みが裸の場をその物理的正規化に関係づけるのと同じように、アンザッツの整数 Ξ_{cap} によって正準的な f_K に関係づけられる。 Ξ_{cap} は、アンザッツのもとでは、調整可能なパラメータではなく幾何が所有する整数である; いまだ存在しないのは、幾何がそれを所有することを示し、離散的な窓の内部でその値を固定するであろう計算である。決定的に重要なこととして、存在量は物理的な f_K で計算される（第 15.3 節）: 残存量と実験室の線は同一の崩壊定数を用いるから、ハロスコープが読み取る質量は、宇宙論的振動を定めた質量である。

物理的描像 III: なぜ整数は逃げ口上ではなく贈り物なのか。 アンザッツのもとでは、絶対質量に残る不確かさは連続的な誤差棒ではなく、七つの候補振動数のリストであり、その離散性こそが、この予想を恒久的なものではなく処分可能なものにしている。これは二つの独立な仕方で退けることができる。理論によって: キャップ荷重を定義する計算は、ひとたび定式化されれば Σ を返して窓を一点に潰す — あるいは $K + \Sigma$ の形でない何かを返してアンザッツを退ける。実験によって: 固定された f_K のもとで格子が線に残す $\pm 1.3\%$ において (45–136 MHz の段間隔に対して ± 25 MHz)、表 11 に照らして読まれた発見振動数は、42/43 (1.8σ 隔たる) を除くすべての段の対を分解する: 段の上の線はその分解能で Ξ_{cap} を直ちに測定し、段と段のあいだで確認された線は、カクシオンとそのアドレスと本数には手を触れないまま、梯子のアンザッツを退ける。これが、絶対質量が、現在のところアンザッツで格付けされた窓の内部の較正済みベンチマークであるとはいえ、それでもなお鋭く検証可能であるという、その意味である。

26.4 キャップ指数: ベンチマークから定理へ

表 11 の窓は誤差棒ではない; それは一つの未決定の整数であり、表それ自体が、それを制約する構造を示している: Ξ_{cap} の許容値はすべて、 K に残りの台帳整数 $\{N, L, J\}$ の部分和を加えたものである、

$$\Xi_{\text{cap}} = K + \Sigma, \quad \Sigma \in \{0, N, L, J, N+L, N+J, L+J\}, \quad (26.4)$$

ベンチマークは $\Sigma = N+L$ 、すなわち $\Xi_{\text{cap}} = 35 + 3 + 5 = 43$ にある。本小節は、ベンチマークを選び出す物理的議論を、フラックス帳簿のレベルで、それを定理へと昇格させるであろう計算とともに記録する。

帳簿の議論。 アンザッツのもとで、 Ξ_{cap} は、キャップ— スロートをその紫外端で閉じる幾何 — がスロット自身の K 単位にどれだけの運動正規化を加えるかを測る。キャップは任意の量子を担ってよいわけではない: それはスロットを貫くフラックス線の終端であり、問いは、どの線が赤外境界ではなくそこで終端するか、である。台帳整数はこの問いにおいて明快に分かれる。族射影子のフラックス (N 単位) とゲージ・ランクのフラックス (L 単位) は $\text{SU}(5) \rightarrow \text{SM}$ の破れのデータを符号化する — 紫外の構造であり、ゲージ対称性が完全である場所、すなわちキャップにおいて固定される。対照的に、二進的シームの深さ (J 単位) は赤外のデータである: それは $\alpha^{-1} = 2^J$ と GG-A9-SM のレプトン二進性とを定める境界シームの深さであり、キャップではなく境界で終端する。したがってキャップは (N, L) の対を担い、 J を担わない:

$$\Sigma = N + L \implies \Xi_{\text{cap}} = K + N + L = 43. \quad (26.5)$$

この議論のもとで、表 11 の窓はその太字の行に潰れる: $\nu_K = 1.95 \text{ GHz}$ に、ただ一本で立つ線である。

位置づけ、誠実に囲う。 式 (26.5) はフラックス帳簿のアンザッツであって、定理ではなく、いまだ良設定の計算でもない。確立されているもの: 部分和の構造 (26.4) (アンザッツを与えたうえでの台帳の算術); 台帳整数の UV/IR 分割 (N, L が紫外、 J が赤外 — 同じ整数がシリーズの他のあらゆる場所で機能するのはこの仕方である)。行われていないもの: カラーを伴う積であってオービフォールド・キャップを持たない、アノマリー・コンパニオンの許容クラスの上での、キャップ荷重を定義する計算である; そのような計算の多様体、クラス、被積分量は書き下されておらず、それらが書き下されるまで「 $\Sigma = N+L$ 」は動機づけられた印であって、結果ではない。その計算を定式化することは本論文の最も鋭い単一の未解決項目であり、我々は第 XI 部でそのように登録する。それがなされるまで、本論文の実験的な指針は変わらない — 窓を掃引せよ — が、窓はいまや内部構造を持つ: 印を付けられた行、その印のための議論、そしてそれを決する名前付きの計算である。GG-A10-Cosmos のコンパクト角質量一意性予想は、GG-A10-Cosmos がまさにこの整数で述べているものであり、その積分が閉じたその瞬間に閉じる。

27 光子結合、因子ごとに

27.1 厳密なマッチング公式

グルーオン・ポータル (24.1) を持つ任意のアクシオンについて、低エネルギーの光子結合はアノマリー・マッチングとカイラル動力学によって固定され、一つの比を超えるモデルの自由度は存在しない:

$$g_{K\gamma\gamma} = \frac{\alpha}{2\pi f_K} \left[\frac{E}{N} - \frac{2}{3} \frac{4m_d + m_u}{m_d + m_u} \right] = \frac{\alpha}{2\pi f_K} \left[\frac{E}{N} - 1.92(4) \right]. \quad (27.1)$$

(27.1) の構造は透明な一段落に値する。そこに現れるすべての因子が強制されているからである。第一項は紫外である: E/N は、ポータルを生成するフェルミオンが何であれ、その電磁アノマリーとカラー・アノマリーとの比である — 純粋な群論である。第二項は赤外であり、避けがたい: QCD スケールの下では、グルーオン結合 (24.1) は軽いクォークの軸性回転によって取り除かれ、その回転は中性中間子にアクシオン成分を沈着させる; したがって物理的なアクシオン状態は π^0 および η と混合し、それらの二光子結合がモデル非依存の $-1.92(4)$ を還流させる (最低次では $m_u/m_d = 0.462$ として $-\frac{2}{3}(4m_d+m_u)/(m_d+m_u) = -2.03$; 次主要次数のカイラル補正が -1.92 をもたらす (Grilli di Cortona et al., 2016)). QCD に結合する任意のアクシオンは — そして定理 24.1 はカクシオンをその一つにした — このカイラルな通行料を支払う。(27.1) における微細構造定数は光子のものであり、光子のスケールで評価される: $\alpha = \alpha(0) = 1/137.036$ であり、これは、ハロスコープが、いかなる走る閾値よりも十二桁下にあるマイクロ eV の量子を変換するからである。

27.2 $E/N = 8/3$: 台帳が比を固定する

Theorem 27.1 (T-Kaxion-3: アノマリー比). カクシオンについて、 $E/N = 8/3$ が厳密に成り立つ。

証明. 定理 24.1 により、カラー・アノマリーは (6.13) の $\omega_3(A_5)$ 項からのみ降下する。電磁アノマリーも同じ項から降下し、他のいかなる項からも降下しない: 光子は $SU(5)$ の内部の生成子であり (GG-A2-GG6 T3)、一方で残りのアーベル台帳の項は F_B と F_{Q_i} — バリオン的小およびインフォーマショナルなゲージ場 — に結合するが、光子はツリー準位でこれらに対して盲目である (GG-A3-BI6 が譲歩するループの B - Y 運動項混合は、混合の二次で E/N に入り、無視できる)。したがって両アノマリーはともに同一の完全な $SU(5)$ 構造上のトレースであり、完全な統一多重項については比は埋め込みのみによって固定される: $E/N = \text{Tr } Q_{\text{em}}^2 / \text{Tr } T_{\text{color}}^2 = 8/3$ 、これは古典的な大統一の値である (Kim & Carosi, 2010)。光子が $SU(5)$ の内部にあり、アノマリー流入が完全多重項のトレースであるという言明 — それ自体が定理である (GG-A2-GG6 T3) — を超えて、GG-6 固有の入力は一切入らない。 ■

群論は一度は素手で見ておく価値がある。というのも、これはどの学生でも標準模型の電荷の表と突き合わせて確認できる計算だからである。 $SU(5)$ の $\bar{\mathbf{5}}$ を取る: その状態は反ダウン三重項 ($Q = +\frac{1}{3}$ 、三つのカラー) とレプトン二重項 ($Q = 0, -1$) である。電磁アノマリーの重みは $E(\bar{\mathbf{5}}) = \sum Q^2 = 3 \times \frac{1}{9} + 0 + 1 = \frac{4}{3}$; カラーの重みは単一のカラー三重項のディンキン指数 $N(\bar{\mathbf{5}}) = \frac{1}{2}$ である。比: $\frac{4/3}{1/2} = \frac{8}{3}$ 。次に $\mathbf{10}$: クォーク二重項 ($Q = \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}$ 、それぞれ三つのカラー)、反アップ三重項 ($Q = -\frac{2}{3}$)、陽電子 ($Q = +1$): $E(\mathbf{10}) = 3(\frac{4}{9} + \frac{1}{9}) + 3 \cdot \frac{4}{9} + 1 = 4$; カラーの内容は二重項一対と三重項一つで、 $N(\mathbf{10}) = \frac{3}{2}$ 。比: 再び $\frac{4}{3/2} = \frac{8}{3}$ である。すべての完全な $SU(5)$ 多重項が個別に $8/3$ を返す — だからこそ定理はバルク

のフェルミオン内容の目録を必要とせず、その内容が完全な多重項を満たすという言明 (GG-A2-GG6 T3 によって強制される) のみを必要とするのである。

括弧の赤外側も同様に確認可能である。軽いクォークの軸性回転 $q \rightarrow e^{i\gamma_5 a_K Q_a/2f_K} q$ (質量混合を最小化するように配分された $\text{tr } Q_a = 1$ を伴う) によって (24.1) のグルーオン結合を取り除くと、光子結合は主要次数で $-\frac{2}{3}(4m_d + m_u)/(m_u + m_d)$ だけずれる — 算術を担うのは π^0 と η の極である。数値的には、 $r = m_u/m_d = 0.462$ として:

$$-\frac{2}{3} \cdot \frac{4+r}{1+r} = -\frac{2}{3} \times \frac{4.462}{1.462} = -2.03 \xrightarrow{\text{NLO}} -1.92(4), \quad (27.2)$$

であり、次々主要次数のずれとその誤差は、働いているカイラル展開そのものである (Grilli di Cortona et al., 2016)。組み立てると: $E/N - 1.92 = 8/3 - 1.92 = 0.75(4)$ 。したがってカクシオンの光子結合の両半分はいずれも公開された計算である: 誰でも五行で再現できる紫外の群論と、その誤差棒が級数のものではなく標準模型のものである赤外のメソン混合である。

一つ注意: $8/3$ は同じ群論の理由 (完全多重項) により DFSZ の値でもある; その帰結は実験的に黄金であり、以下で引き出される。アノマリー係数はトポロジによって保護された整数である — それらは走らず、スロートによる希釈も許さず、電弱のものではなく赤外の α と対になる。

27.3 数値と誤差

(27.1) の括弧は $8/3 - 1.92(4) = 0.75 \pm 0.04$ ($\pm 5.4\%$; 誤差はすべて標準模型のカイラル項によるものである — $8/3$ は厳密である) と評価される。したがって

$$g_{K\gamma\gamma} = \frac{0.75(4)}{137.036 \times 2\pi f_K} = (1.2 \pm 0.07) \times 10^{-15} \text{ GeV}^{-1} \quad (27.3)$$

となる。ここで単一の崩壊定数はその較正されたベンチマーク $f_K = 7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}$ にあり、 f_K を固定したときの誤差はカイラル括弧のもの (5.4%) に格子の感受率の 1.3% を二乗和で加えたもの (合計 $\pm 5.5\%$ 、さらに絶対スケールには離散的な Ξ_{cap} の窓が加わる) である。

27.4 カクシオンは DFSZ 線の上にある

$E/N = 8/3$ であるから、任意の質量におけるカクシオンの光子結合は同じ質量における DFSZ アクシオンのそれに等しい: 標準的な $(m_a, g_{a\gamma\gamma})$ 排除平面において、カクシオン線は DFSZ 線であるが、そこに入るのは第 26 節の単一の質量においてであり、その離散的な窓の内側である。実験上の利便性は誇張しがたい: ハロスコープ文献における公表済みおよび計画中の「DFSZ 感度」の言明はすべて、再スケールなしにそのままカクシオンに適用される。カクシオンを DFSZ アクシオンから区別するものは、その場合、光子結合ではなく、DFSZ が持たないもののすべてである: 予言される絶対質量 (DFSZ は何も予言しない)、単一線の本数を伴う囲われた窓、そして f_K におけるペッチェイ-クインのスカラー・セクターの不在である。カクシオンが反証可能なのは到達距離ではなく同定においてである — まさに第 VI–VIII 部の設計哲学である。

27.5 バリオンの項と、それが実験室のチャンネルを開かない理由

光子チャンネルを固定したのと同じ降下が、台帳のバリオンの項を運ぶ。アーベル的な項は a_K を $F_B \tilde{F}_B$ に、トレース比の重み (6.17) を伴って結合させる: アノマリー・コンパニオンの正規化のもとで、バリオンの項は次の位置にある

$$\frac{\text{Tr}(B_0^2)}{\text{Tr}(Y_0^2)} = \frac{L - N}{L} = \frac{2}{5} \text{ ハイパーチャージ項の,} \quad (27.4)$$

これはパラメータを含まず、フレーム不変である (光子に対する相対的な振幅を求めるならば、電磁的な埋め込みのトレース正規化も併せて固定する必要があるが、本論文はそれを行わない)。この項は実験室のチャンネルを開かない: $U(1)_B$ を終端させる境界条件がそのゼロモードを取り除き、最も軽いバリオンのベクトルは M_{lock} における Z'_B であり、 μeV の凝縮体が実験室の周波数で駆動できるバリオンのものは何もない。カイラル準位で生き残る核子スピン結合は、KSVZ 級のシートについて第 VIII 部で、それぞれの囲いとともに引用される。

28 残存量の再確認と寿命

28.1 ループを閉じる

自己無撞着性は、導出された対 (m_K, f_K) が、それを閉じた残存量を再現することを要求する。ベンチマーク $f_K = f_{\text{bulk}}/43 = 7.07 \times 10^{11} \text{ GeV}$ と閉包角度 $\theta_i = 1.18 \text{ rad}$ を用いて記録の計算を前向きに走らせると: 開始条件は $T_{\text{osc}} = 1.04 \text{ GeV}$ を与え、開始時の質量は $m_K(T_{\text{osc}}) = 4.7 \times 10^{-4} m_K(0)$ 、回収された密度は $\Omega_K h^2 = 0.1215 - \pi$ にロックされた目標である。(他所で印刷されている三桁の $f_K = 7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}$ では 0.122 を返す; この差は f_K の丸めによるものであり、パイプラインの丸めによるものではない。) ループは構成上閉じるのであり、我々はそう明言する: ベンチマークはそれを閉じるように較正されたのだから、これは算術の確認であって物理の確認ではない。

28.2 寿命: 安定性は仮定ではなく導出される

カクシオンの唯一の運動学的に開いた崩壊は二光子への崩壊であり、各光子のエネルギーは $m_K/2$ である ($\sim 0.98 \text{ GHz}$ の量子の対 — マイクロ波光子)。その率は $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ と同じ教科書的な手順から従う: 演算子 $-\frac{g_{K\gamma\gamma}}{4} a F \tilde{F}$ は二光子振幅 $\mathcal{M} = g_{K\gamma\gamma} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon_{1\mu}^* k_{1\nu} \epsilon_{2\rho}^* k_{2\sigma}$ を与える; 二乗し、偏極について和を取り、同種粒子因子 $\frac{1}{2}$ を伴う二体位相空間を積分すると $\Gamma = g_{K\gamma\gamma}^2 m_K^3 / 64\pi$ が得られる。

擬スカラー結合 (27.1) に対する $a \rightarrow \gamma\gamma$ の幅は教科書どおりのものである

$$\Gamma_{K \rightarrow \gamma\gamma} = \frac{g_{K\gamma\gamma}^2 m_K^3}{64\pi}, \quad \tau_K = \Gamma^{-1}. \quad (28.1)$$

数値的には、(26.1) と (27.3) を用いて:

$$\tau_K = \frac{64\pi}{g_{K\gamma\gamma}^2 m_K^3} \simeq 1.7 \times 10^{50} \text{ s} \simeq 4 \times 10^{32} t_U, \quad (28.2)$$

となる。ここで $t_U = 4.35 \times 10^{17} \text{ s}$ である。誤差 ($\tau \propto g^{-2} m^{-3}$: $\pm 12\%$) は三十二桁の余裕に対して無関係である。電子への崩壊は十一桁の差で運動学的に禁止されており ($m_K \ll 2m_e$)、ニュートリノへの崩壊はヘリシティと結合の両方で関連性を超えて抑制されており、天体物理的な光子浴における誘導崩壊はこれらの結合において観測できるほどには何も短くしない。宇宙論的な時間にわたる安定性 — あらゆる暗黒物質フィットが暗黙に仮定するもの — は、カクシオンにとっては三十二桁の余裕を伴う出力である: 系 8.3 が、いまや数値を伴って得られる。

29 誤差収支と定理対予想の台帳

29.1 項目別の収支

すべての誤差は乗法的であり、対数空間で二乗和により合成される; 離散的 (非ガウスの) な不確かさは分離して保持し、窓として引用する。

以前の改訂が担っていた二つの行が以下では欠けているが、その欠如は省略ではなく本改訂の変更の実質そのものである。べき則の感受率指数 ($b = 4.08 \pm 0.2$, 4.8%、かつては最大の行) とアンカー ($T_{\text{QCD}} = 150 \pm 10 \text{ MeV}$, 2.3%) は、記録の計算がもはや用いない質量の立ち上がりをパラメータ化していた。表化された $\chi_{\text{QCD}}(T)$ の上で積分することが両者を退役させ — まさに以前の表のコメント欄がそうなると予測したとおりに — 代わりに表自身が引用する誤差を担う。以下の帯が $\pm 6\%$ ではなく $\pm 4\%$ である理由はそれである。

表 12: 四つの主要な予言に対する誤差収支、二つのブロックに分けて示す。第 15.3 節の較正の慣行のもとで、 f_K を固定したときの質量と周波数は格子の感受率のみを継承する；ミスアライメント・パイプラインの熱力学的な項目はすべて閉包角度に入る。「GG」の出典はシリーズ内部のものである；「SM」の出典は標準模型の入力である。指数は、調和的なスケーリングから仮定するのではなく記録の積分の上で測定したものである ($\partial \ln \Omega_K / \partial \ln \theta_i = 2.17$, $\partial \ln \Omega_K / \partial \ln f_K = 1.163$) : $\theta_i \propto \omega^{0.46} f_K^{-0.54}$; $m_K = \sqrt{\chi}/f_K$; $g_{K\gamma\gamma} \propto [E/N - 1.92]/f_K$ 。

出典	種別	θ_i への効果	コメント
π にロックされた目標 $\rightarrow \omega$	GG	0.7%	目標は導出条件付き (GG-A10-Cosmos、パーセント水準で効く宣言済みのエポックを伴う) ; $h = 0.674$ は GG-A10-Cosmos と共有される Planck フィットの CMB ブランチの慣行である (回廊自身の H_0 の広がりには下の離散行である)
格子 $\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ ($\pm 1.3\%$)	SM	0.5%	開始条件を通じて閉包に入る
$\chi_{\text{QCD}}(T)$ の各点包絡	SM	2.5%	Borsanyi et al. (2016) の表化された誤差をコヒーレントに動かしたものの: Ω において $\pm 5.2\%/+5.5\%$
EOS 内挿の選択	SM	0.7%	表 S2 上の三次スプラインに対して形状保存: Ω において $+1.5\%$
$g_*(T)$ 、 $g_{*s}(T)$ の輸送残差	SM	1%	Borsanyi et al. (2016) の表 S2 対 Saikawa & Shirai (2018)
NLO マッチング残差	SM	2.3%	精密計算どうしの相互の広がり (Gorghetto & Villadoro, 2019; Grilli di Cortona et al., 2016)、 Ω において $\sim 5\%$
合計 (ガウスの)、 θ_i		$\pm 4\%$	ベンチマーク行において $\theta_i = 1.18 \pm 0.04$ rad
出典	種別	m_K, ν_K への効果	コメント
格子 $\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ ($\pm 1.3\%$)	SM	1.3%	f_K を固定したとき線に乗る唯一の連続誤差: $\pm 0.1 \mu\text{eV}$, ± 25 MHz
f_{bulk} の較正	GG	慣行	$\Xi_{\text{cap}} = 43$ における宣言済みの入力 $f_{\text{bulk}} \equiv 3.04 \times 10^{13}$ GeV がベンチマーク行 (25.5) を定義する; 閉包角度はその出力であり、上記の帯を担う。この慣行は事前に宣言されており、ヌルの後に動かされることはない。アドレスが熱輸送に追従しないよう、それは角度の側ではなくスケールの側で述べられている: 代わりに $\theta_i(\text{bench})$ を宣言していたなら、本改訂で輸送が補正された際に線は 1.78 GHz へ動いていたであろう。ガウス誤差はなく、導出もない (O14)
カイラル括弧 1.92(4) ($g_{K\gamma\gamma}$ にのみ加わる)	SM	5.4%	$\Rightarrow f_K$ を固定して $g_{K\gamma\gamma}$ の合計 $\pm 5.5\%$
単一パッチの歴史	GG	仮定	角度のインフレーション期のピン止めを条件として名指しされている (予想 C-Kaxion-d、第 13.5 節) ; インフレーション後の変種 (θ_i をランダム化したもの) は線を $\gtrsim 6$ GHz へ、窓の外へ動かす
$\Xi_{\text{cap}} = 43$ (キャップ荷重; f_K を固定する)	GG	離散	梯子 $\Xi_{\text{cap}} \in \{35, 38, 40, 42, 43, 45, 47\} \Rightarrow \nu_K \in [1.59, 2.13]$ GHz ; この梯子はアンザッツである (第 26.4 節)
H_0 の慣行 (Planck フィット 対 回廊)	GG	離散	本シリーズが導出した $H_0 = 66.6\text{--}67.4$ は ω を最大 -2.4% ずらす (コホートの正準値 66.6 において、 $\theta_i \propto \omega^{0.46}$ に従って $\theta_i \rightarrow 1.17$ rad) — これは慣行の選択であって、ガウス誤差ではない

29.2 なぜ数パーセントではないのか？（そして、いつそうなるのか。）

GG-A9-SM の読者には、同じプログラムが二十八個の標準模型パラメータを千分の一からパーセントの水準で与えたというのに、カクシオンの質量が実際には何を担っているのかを問う権利がある。答えには二つの部分があり、重要なのは第二の部分である。

標準模型の成功は代数的なロックである: $\alpha^{-1} = 2^J$ 、 $\sin^2 \theta_W = L^2/4N^3$ 、 $v = M_{\text{lock}}(2/L)^N$ — 台帳の整数による有限の表式であり、一度だけ評価される。 f_K を固定したときのカクシオン質量も代数的であって $m_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}/f_K$ であり、格子の $\pm 1.3\%$ のみを担う; 第 25 節の QCD 熱力学 — $\chi(T)$ 、 $g_*(T)$ 、開始の輸送 — は線ではなく閉包角度に入る。質量の本当の不確かさはこれとは種類が異なり、パーセントでは表せない: f_K の絶対正規化は導出されたものではなく較正されたものであり (O14)、幾何の離散的な残差は梯子 $\Xi_{\text{cap}} \in \{35, 38, 40, 42, 43, 45, 47\}$ 、すなわちベンチマークの周りの $-19\%/+9\%$ の窓（その中心の周りで $\pm 14\%$ ）である。幾何は梯子と本数を厳密に供給する; それはまだ段を供給しない。

その系として言えるのは、改善がどこから来うるかについての言明である。 $\chi(T)$ に関する格子の取り組みは存在し (Borsanyi et al., 2016)、輸送の表も存在する (Saikawa & Shirai, 2018); 本改訂はそれらの上で積分しており、そのことが以前の収支の最大の二行を退役させ、新たな理論なしに角度の帯を $\pm 6\%$ から $\pm 4\%$ へ持ち込んだのであり、次々主要次数のマッチングを引き締めればそれは $\pm 2\%$ に向かうであろう。標準模型の側には線を狭められるものは何もない: $\pm 1.3\%$ において梯子の段どうしは原理的にはすでに互いに分解されており（その間隔は ± 25 MHz に対して 45–136 MHz である; 42/43 の対だけは 1.8σ でしかない）、したがって窓の内側で線が確認されれば、その分解能で Ξ_{cap} を読み取ることになる。線を狭めるものは幾何の側にある — O14 の背後にある計算と、キャップ荷重に対する定義的な計算（第 26.4 節） — そしてそれが存在するまでは、ベンチマークではなく窓が予言である。

29.3 マスター台帳

表 13: 第 II–V 部のすべての荷重を担う主張に対する定理対予想の台帳。中間の各部の荷重を担う主張はすべて一度ずつ現れ、それが何の上に立つか、定理であるか囲われた予想であるか、そしてどれだけの余裕を担うかを伴う。第三列こそ最初に読むべき列である。というのも、そこは本論文が自らの主張のうちどれがまだ証明されていないかを述べる場所だからである。定理だけを印刷する枠組みは、読むのはより容易でも、有用ではないであろう。

主張	親	位置づけ	誤差
カクシオンは存在する (T-Kaxion-1)	GG-A2-GG6 T1–T6、 GG-A3-BI6、 GG-A5-GDOS、 GG-A6-GRIP	定理	—
グルーオン・ポータル、 $N=1$ 、 $N_{\text{DW}}=1$ (T-Kaxion-2)	GG-A3-BI6 の台帳 + GG-A5-GDOS の降下	定理 (採用した周期の慣行では $N=1$; N_{DW} は未解決で、1 または 5)	—
$\bar{\theta} \rightarrow 0$; 残留 (24.2)	GG-A9-SM (裸の角度) + T-Kaxion-2 の緩和	導出条件付き (GG-A9-SM)	物理的な残留 $\sim 10^{-17}$ (緩和の CKM 下限) ; GG-A9-SM の 4.7×10^{-18} は裸の角度に対する限界である
$m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$	T-Kaxion-2 + 格子	定理 + SM 入力	$\pm 1.3\%$
線の本数: 単一 (パートナーなし)	モード解析 (GG-A3-BI6) ; 第 VI 部	導出条件付き (五件の登録済み露出、第 9.4 節)	構造的
バリオン的な項: M_{lock} 以下にチャンネルなし	終端 (GG-A3-BI6) ; 第 VI 部	定理	構造的
$E/N = 8/3$ (T-Kaxion-3)	GG-A2-GG6 T3 + GG-A3-BI6	定理	厳密
残存量の目標 $\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/2\pi^2$	GG-A10-Cosmos	導出条件付き (GG-A10-Cosmos 予想 VIII / T-Cosmos-17; C-Kaxion-c)	$\pm 1.5\%$ (ω として)
$\theta_i = 1.18 \text{ rad}$ (初期角度)	残存量の閉包	出力 (一般的)	$\pm 4\%$; 宣言済みのベンチマーク・スケールが Ω_{DM} を飽和させる角度 Ω_{DM} の唯一の飽和源
ミスアライメントの完全性	GG-A10-Cosmos、名指しされている	予想	
f_K (単一の崩壊定数)	較正された f_{bulk} (O14) ; キャップ荷重 $\Xi_{\text{cap}}=43$	較正済み/ベンチ	梯子 $\Xi_{\text{cap}} \in \{35, \dots, 47\}$
m_K, ν_K (一本の物理的な線)	式 (26.1)–(26.2)	較正済み (f_K を経由)	$\pm 1.3\%$ + 窓
$g_{K\gamma\gamma}$ (DFSZ 線)	式 (27.3)	較正済み (f_K を経由)	$\pm 5.5\%$
寿命 $\tau \gg t_U$	式 (28.1)	導出済み	32 桁の余裕

29.4 第 V 部が確立したこと

憲法と系列の諸定理のみから出発し — いかなるものも権威によって受け入れず、その途上で系列が担わねばならない唯一のミスアライメント規格化を再導出しながら (第 25.5 節) — 我々は次を確立した: 強い CP の割り当てを正当なものにするグルーオン・ポータル (T-Kaxion-2); 較正されたベンチマークにおける単一の崩壊定数 $f_K = 7.1 \times 10^{11}$ GeV (キャップ荷重 $\Xi_{\text{cap}} = 43$ 、バルク規格化は残存量の閉包を通じて較正されている)、およびそれとともに定まる唯一の物理的な線 — 質量 $8.1 \mu\text{eV}$ 、周波数 1.95 GHz、 f_K を固定したときそれぞれ $\pm 1.3\%$ — であって、これはキャップに対する定義的な計算が未了のまま、荷重の離散的な窓の内側にある (第 26.4 節); そのベンチマークが観測された残存量を飽和させるミスアライメント角、すなわち一般的な $\theta_i \simeq 1.1$ rad; 厳密な DFSZ 線上の光子結合 $g_{K\gamma\gamma} = (\alpha/2\pi f_K) \times 0.75(4)$; M_{lock} 以下にチャンネルを持たない、台帳に固定されたバリオンのエントリー; そして宇宙の年齢を三十二桁上回る寿命。すべての数値は、それが動かす量に対する誤差を伴う; どのパーセンテージにも覆われない唯一のもの — f_K の絶対規格化 — は未解決として名指しされている; そしてシート全体は第 VII–VIII 部の実験によってキルされるか確認される。

平たい言葉で言えば、この部は暗黒物質理論が決してなし得ないことを行なった: 試験の前に解答を書いたのである。質量、周波数、明るさ、寿命 — そのいずれもが、五つの整数と一つの較正されたスケールから始まり、その後は調整可能なものを一切通らない算術の連鎖の終端である。ここから論文は性格を変える: 幾何は語るべきことをすべて語り終え、残るページはすべて機械についてのものである。第 VI 部は、機械が最初に問い質す二つのシグネチャーを研ぎ澄ます。

30 第 V 部を平たい言葉で: 四つの数値と、それぞれの出どころ

この部のために本論文は存在する。四つの量が導出される: 質量、光子結合、残存量、そして寿命である。

質量は、QCD アクシオンの文献が数十年にわたって用いてきた関係 — 質量と崩壊定数の積はトポロジカル感受率の平方根に等しい — から得られる。ただし違いは、ここでは崩壊定数が一度の較正の後には自由でないことである: そのベンチマークは観測された残存量を通じて一度だけ設定され、幾何の整数がその周りの梯子を固定する。光子結合は電荷の割り当てから得られ、その割り当てもまた選ばれたものではない; それは埋め込みが許すものであり、だからこそカクシオンは DFSZ 線の近くではなく線上に落ちる。残存量は前の部の宇宙論から従う。寿命は結合から従う。

誠実な会計は中心値ではなく誤差予算の側にある。枠組みの整数は不確かさを持たない; その唯一の較正されたスケール、その梯子、そしてその条件付きの諸前提は予算の GG 側の行であり、バンドではなく窓として引用される — したがって、ここで引用されるガウスのバンドはすべて標準模型の側から来る: 感受率の格子値、QCD 転移温度、相対論的自由度の数である。それらのそれぞれがどのように伝播するかは、キャプションの指数が語る。周波数がどれほど堅固かを知りたい読者は、中心値ではなく指数を読むべきである。

この部が主張しないのは、これら四つの数値が厳密であるということである。主張するのは、それらが調整可能でないということであり、これは別の、そしてより有用な性質である。

第 VI 部

固有の指紋

単一の線、囲われた窓、そして本数テスト

31 単一の線と本数

31.1 主張

本論文のスペクトル的な主張は本数である：コンパクト角のセクターは ちょうど一つ の軽い QCD 結合した擬スカラーを与え、したがってちょうど一本の暗黒物質の線を与える — それは第 V 部の 囲われた窓の内側にあり、いかなる間隔にも相棒のトーンを伴わない。この本数は、組み上げられた 諸構造からの導出条件付きの帰結であり、第 9.3 節の親論文に裏打ちされた二つの理由による — 円の ホロノミーは円の曲率スケールで細谷機構により持ち上げられること、および境界アノマリーが単一のテンソルの流入によって一度だけ担われること — そしてこれは、親論文が担う五つの登録された 露出（九つのモード）の未解決の質量が重い、あるいは QCD 結合していないことを条件とする（第 9.4 節）。コンパクト角のセクターの一つの角度が軽いままにとどまり、一本の線が鳴る；それ以外の何かが鳴るかどうかこそが、本数テストが問うことである。

31.2 本数テスト

窓の内側の任意の周波数において確認された暗黒物質の線を、窓の別の場所に第二の分解された線がないか調べるのが要するのは、走査がすでに取得したデータの再解析である — 新しいハードウェアも、新しい積分時間も要らない。事前登録された言明：本論文のカクシオンは 単独で 立つ；窓の内側にあって第一の線と同じグレードで確立された第二の軽い QCD 結合した線（第 33 節のハローのラインシェイプを持つ二つの持続的な超過であって、そのそれぞれが同じ系統的ベトーを生き延びるもの）は、本数を反証し、それとともに、本数が依拠する親論文の登録された露出に関する条件付き前提をも反証する（第 9.4 節） — そしてそれは、どの露出が軽かったかを告げる。このテストは誠実な向きに両側的である：それは枠組みを確認することはできない — 多くのモデルが一本の線を生む — が、本数を安価にキルすることはできる — カクシオン、そのアドレスおよび窓は立ったままであり、登録されたモードの一つが軽いと名指しされる — そして窓を横切るあらゆる走査が、それを無償で実行する。

32 バリオンのエントリー、一度だけ述べる

BI-6 台帳のバリオンのエントリーは X_4 の $-\frac{2}{5}$ であり、アノマリー・コンパニオンの規格化のもとでのトレース比 $\text{Tr}(B_0^2)/\text{Tr}(Y_0^2) = (L - N)/L$ である。これを一度だけ述べるのは、その実験室的な帰結が否定的なものだからである： M_{lock} 以下にバリオンのチャンネルは存在しない。 $U(1)_B$ を終

端させる境界条件はそのゼロモードを取り除く; 最も軽いバリオンのベクトルは 3.85 TeV の Z'_B である (Arisaka, 2026, P1-KK) — これは継ぎ目の運動項が消える場合、すなわち $\rho_K = 0$ に置かれている; GG-A3-BI6 が O15 として登録する大きさの継ぎ目項はこれを ~ 22 TeV へ動かすが、それは不在をいっそう強めるだけである — そして μeV の凝縮体は、実験室の周波数において駆動すべきバリオンのものを何も持たない。台帳のエントリーは実在し、その実験室スケールでの帰結はその不在である: カクシオンの測定可能なポータルは第 V 部の光子結合とグルーオン結合である; バリオンのセクター自身の露出は、GG-P1-KK と GG-A3-BI6 が登録する八重項-重力子のパターンと、重い塔の流入の帳簿付け (O13) であり、ディリクレ・ベクトルそれ自体は軽いクォークによってツリー準位では生成されない。核子のスピン結合はカイラル準位で生き残り、第 VIII 部でその囲いとともに引用される KSVZ 級のシートの上にある — そしてそのシートは、この f_K においてそれらを到達不能な場所に置く。

33 有限 Q のモルフォロジーと反証子

33.1 実際の受信機で線がどのように見えるか

観測されるモルフォロジーを支配する幅は二つある。凝縮体の線幅は銀河の速度分散によって決まり、 $\delta\nu/\nu \simeq v^2 \sim 10^{-6}$ ($Q_a \equiv \nu/\delta\nu \simeq 10^6$) である: 実験室の線において約 2.0 kHz である。現実的な負荷 Q 値における受信機の帯域幅、 $1/Q_L \sim 10^{-5}$ は、それを余裕をもって含む。囲われた窓の内側の一つの周波数にある、キロヘルツ幅の単一の線: モルフォロジーの上では、この探索は古典的なハロスコープ探索であり、公表されたあらゆる走査プロトコルが修正なしに適用される。

33.2 ラインシェイプと探索テンプレート

完全を期するため、探索が当てはめるべきスペクトル形状を述べる。ビリアル化した等方的なハローは、このトーンに標準的な非対称プロファイルを与える

$$f(\nu) \propto \sqrt{\nu - \nu_0} \exp\left[-\frac{3(\nu - \nu_0)}{\nu_0 \langle v^2 \rangle}\right] \quad (\text{銀河系フレーム}), \quad \nu \geq \nu_0, \quad (33.1)$$

これは静止質量の端 ν_0 から立ち上がり、幅は $\sim \nu_0 \langle v^2 \rangle \simeq 10^{-6} \nu_0$ である — 低周波側の鋭い端は静止質量であり、裾は運動エネルギーである。実験室はハローの風に乗っているので、探索が当てはめるテンプレートは第 IX 部の実験室系の形 — 端は ν_0 、極大はその $\simeq 0.6$ kHz 上、半値全幅は $\simeq 1.8$ kHz — であり、ここに示したものはその銀河系における親にあたる; テンプレートはいずれにせよ単一トーンの形状である; 第 31.2 節の本数テストは、同じスペクトルの上で、同じプロファイルによる第二の線の探索として走る。

33.3 事前宣言された反証子

この部の結果を GG-A1-Constitution の反証公準 (MF) のもとにまとめる:

F-Kaxion-1. 本論文のカクシオンは、以下のいずれか一つが確立された場合に排除される: (c) 閉じた窓 $\nu_K \in [1.59, 2.13]$ GHz の走査が完了し、持続的な線が見出されないこと。ただしその深さは次のように定義される: 窓内のすべての周波数において 90% 信頼度の排除 $g_{90} \leq 0.8 g_{\text{DFSZ}}$ が、公称局所密度 $\rho_{\text{loc}} = 0.45 \text{ GeV cm}^{-3}$ において、第 IX 部の標準ハローのラインシェイプを用いて評価

されること（因子 0.8 は、 $\pm 5.5\%$ の結合誤差と、 $\sqrt{p}$ として伝播させた第 IX 部の $\pm 22\%$ のハロー密度事前分布との二乗和 12% に対する 1.6σ の余裕であり、これによってシートの DFSZ 線は掠められるのではなく排除される; 「DFSZ 深さ」とは、本論文がこの語句を用いる場所すべてにおいてこの基準を意味し、公称密度で g_{DFSZ} そのものにしか到達しない走査は部分的なヌルとして登録される）— これが窓のキルであり、七つの荷重 $\Xi_{\text{cap}} \in \{35, 38, 40, 42, 43, 45, 47\}$ に対して事前登録されているので、窓全体にわたるヌルは梯子のその後の身分にかかわらず有効となる。(c) がキルするのは、較正されたベンチマークと、その梯子、およびそれを配置したインフレーション前の読みである; 較正の規約は事前に宣言されている — すなわち $\Xi_{\text{cap}} = 43$ において $f_{\text{bulk}} \equiv 3.04 \times 10^{13} \text{ GeV}$ とし、 $\theta_i(\text{bench}) = 1.18 \text{ rad}$ をその出力とする — そしてヌルの後にこれが動かされることはない。(d) 窓の外側の周波数における、確認されたアクシオン様の暗黒物質の線 — これが位置のキルであり、(c) と同じ対象をキルする; ランダム化された角度の質量 ($\gtrsim 6 \text{ GHz}$) における線は、代わりにインフレーション期のピン止め C-Kaxion-d をキルし、2.27 GHz における線は梯子の「対」規則をキルする。(e) 窓の内側で確認された線であって、その結合が $> 5\sigma$ で DFSZ 軌跡から外れているもの — これがアドレスのキルであり、 $E/N = 8/3$ を、そしてそれとともに定理級のシートを反証する。そして本数テスト: 窓の内側にあって第一の線と同じグレードで確立された 第二の 軽い QCD 結合した線は、本数 (T-Kaxion-5) を反証し、どの登録されたモードが軽いかを同定する; カクシオン、そのアドレスおよびその窓は立ったままである。(識別子 F-Kaxion-1a および 1b は未割り当てである。)

33.4 発見のシーケンスがどのようなものか

反証子には建設的な鏡像がある: 候補の線がカクシオンの発見へと格上げされていく、段階を追ったプロトコルである。段階 1 — 線。第 IX 部の実験室系テンプレート ((33.1) をブーストした形) を持つ持続的な超過であって、空洞の再同調、再走査、および標準的な系統的ベトーを生き延びるもの。段階 2 — アドレス。囲われた窓の内側にあり、 $E/N = 8/3$ の DFSZ 線上にある周波数 — 第 V 部が定める位置であり、その較正された規格化はそのものとして格付けられている。段階 3 — 本数。第 31.2 節の本数テスト: 線は窓全体にわたって単独で立つ。段階 4 — 変調。第 IX 部の年周および日周の指紋であり、いかなる地上のアーティファクトもこれを共有しない。四つすべてを通過した候補は、本論文が付与しうる強さにおけるカクシオンである; 残るのはコミュニティによる再現である。

つまり指紋は一つであり、そのどこにも自由なつまみは残されていない: 較正されたベンチマークの周りのキャップ荷重の離散的な窓の内側にある、キロヘルツ幅の単一の線が、DFSZ の位置に、単独で存在する。窓は梯子を周波数帯として読み出したものであり、その配置は第 V 部でそのものとして格付けられた較正であり、その梯子はそのものとして格付けられたアンザッツである; アドレスは台帳の定理である。すべての条項は、その親が担いうるグレードで述べられている。

34 第 VI 部を平たい言葉で: 一本の線と、それが単独であることの安価なテスト

周波数だけでは指紋にならない。いくつもの候補を同じ場所に座るように仕立てることはできるし、単一の走査における単一の線は、これの証拠というよりは何かの証拠にとどまる。

この部が代わりに提供するのは、囲い、アドレス、そして本数である。囲い: 線は、幾何の整数からアンザッツによって読み出された狭い周波数帯の内側、すなわち一度だけ較正され事前に宣言され

た音高の周りに、落ちなければならない。アドレス: その帯の内側で、結合は、実験家がすでに自らの排除プロットに描いている一本の特定の模型線の上に乗っていなければならない。本数: 線は単独でなければならない — 幾何はこの種の軽い場をちょうど一つだけ供給するので、帯の内側の第二の線は、本論文が述べるとおりの本数をキルし — そして親論文の登録されたモードのどれが軽いかを名指しする — 空の帯がそうするのと同じ確かさで。

この部が提供するものは、スペクトルよりも装飾的でなく、逃れるのがより難しい: 一本の線が、一つの帯の中に、単独であり、あらゆる走査がすでに取得しているデータで部分的に検査できる。

第 VII 部

検出

原理、現行の実験、そして見通し

35 ハロスコープの原理と QGI 読み出し

35.1 共鳴変換

シキヴィーのハロスコープ (Sikivie, 1983) は、第 V 部のポータルを電力に変換する。静的な場 B_0 の中で、電磁結合は振動する凝縮体 $a_K(t) = \theta_0 f_K \cos(m_K t)$ を、ちょうど $\nu_K = m_K/2\pi$ で振動する実効電流密度に変え、それが重なり合うあらゆる電磁モードを駆動する。共鳴において、体積 V 、形状因子 C 、負荷 Q 値 Q_L の空洞が取り出すのは

$$P_{\text{sig}} = g_{K\gamma\gamma}^2 \frac{\rho_{\text{loc}}}{m_K} B_0^2 V C \min(Q_L, Q_a), \quad (35.1)$$

であり、これが記憶するに値する構造である：密度の因子は一つ（二つではない — 場は古典的である、第 III 部）、逆質量が一つ、そして装置の技のすべてが $B_0^2 V C Q$ に入っている。数値的には、代表的な設計空洞（ $B_0 = 8$ T、 $V = 100$ L、 $C = 0.5$ 、 $Q_L = 10^5$ 、 $\rho_{\text{loc}} = 0.45$ GeV/cm³）における実験室固有状態について：

$$P_{\text{sig}} \simeq 2.4 \times 10^{-22} \text{ W} \times \left(\frac{g_{K\gamma\gamma}}{1.2 \times 10^{-15} \text{ GeV}^{-1}} \right)^2, \quad (35.2)$$

すなわち毎秒およそ二百個のマイクロ波光子であり — 衰れなほど小さく、しかも完全に検出可能であって、これがこの分野の変わらぬ奇跡である。（この数値の背後にある自然単位から SI 単位への換算は、付録 D.1 で一度だけ段階を追って実行しており、論文のあらゆる電力をそこまで辿れるようにしてある；サーベイの行は Q_L に吸収された臨界アンテナ結合を引用するのに対し、第 X 部の過結合の KAXIO 予算はそのアンテナ因子 $\beta/(1+\beta)$ を明示的に担う。）それに対抗して立つのはシステム温度における雑音である：ディック放射計の式は、実験室系テンプレートに対する整合フィルタの実効幅 $\Delta\nu_{\text{eff}} = (\int g^2 d\delta)^{-1} \simeq 2.9$ kHz を伴って、S/N 比 $\text{SNR} = (P_{\text{sig}}/k_B T_{\text{sys}}) \sqrt{t/\Delta\nu_{\text{eff}}}$ を与える（第 IX 部；凝縮体の線幅 $\nu/Q_a \simeq 2.0$ kHz はスケールであってフィルターではない）。標準量子限界 $k_B T_{\text{sys}} \rightarrow h\nu$ (1.95 GHz において 94 mK 相当) において、式 (35.2) は同調ステップあたり数分で 5σ を与える；実験のコストは決して一つの周波数ではなく 走査 である — だからこそ、自らの周波数を事前に名指しする理論（第 V 部）は、この事業全体の経済を変えるのである。

35.2 系列自身の理論における測定イベントとしてのハロスコープ

工学に入る前に、この実験を、それが試す枠組みの内側に置く構造的な注意を一つ述べる。系列の量子力学論文 (GG-A8-QM) は、測定を完全なランタイム・イベントとして導出する：装置のスイッ

チを入れることは、系-装置の結合したランドスケープを再編成する（内生的で予定された GRIP-Out — GG-A7-Qi4 の探索から確定への切り替えの、実験室における実例である）；それに続く登録は一つのポインター盆地への GRIP-In 降下である；そして安定な記録が停止である。ハロスコープの実行は、磁石と増幅器を伴った、まさにこの解剖学である：空洞とその読み出し系に励起を与えることは、それ以前には存在しなかった記録の盆地を開く（GRIP-Out の序章である）；凝縮体に駆動された空洞場が記録された光子数へと緩和することが GRIP-In であり；記録された各スペクトルが停止である — それは、系列のあらゆる記録が永続的であるのと同じ理由で永続的である。自然界で最も純粋な GRIP-In の標本を狩る実験それ自体が GRIP のイベント連鎖である；検出器と検出されるものは一つの文法の上で動く。

35.3 QGI 読み出し

系列が好む定式化は、この指紋を生来のものにする。空洞と凝縮体からなる系は駆動された調和振動子である — 境界則の量子幾何インターフェース（QGI）による読みである（GG-A5-GDOS T6、ランジュヴァンのドレスコード）：各受信機モード x_i は次に従う

$$\ddot{x}_i + \frac{\omega_i}{Q_L} \dot{x}_i + \omega_i^2 x_i = g_i \mathcal{A} \cos \omega_K t + \xi_i(t), \quad (35.3)$$

ここで駆動周波数は囲われた窓の内側の $\omega_K = 2\pi\nu_K$ 一つであり、 g_i はポートの光子結合、 ξ_i は熱的・量子的な雑音である。本論文のあらゆる同定テストは、 $\mathcal{A}$ についての無知を生き延びる (35.3) の性質である：囲いの内側での駆動の位置、および囲いが許すいかなる場所にも第二の駆動が存在しないこと。第 VIII 部の検出器構想は、窓全体にわたって読まれた (35.3) のハードウェアによる実現である。

35.4 応答、端から端まで導出する

式 (35.1) は通常そのまま引用される；学生は一度、それが導かれる様を見ておくべきである。四つの段階がポータル・ラグランジアンから光子率へと我々を導く。

段階 1: 有効電流。 ポータル項 $-\frac{g_{K\gamma\gamma}}{4} a_K F \tilde{F}$ をマクスウェル作用とともに変分すると、静的な外部磁場 $\mathbf{B}_0$ 中でアンペールの法則が変更される：

$$\nabla \times \mathbf{B} - \partial_t \mathbf{E} = \mathbf{J}_a, \quad \mathbf{J}_a = g_{K\gamma\gamma} \mathbf{B}_0 \partial_t a_K, \quad (35.4)$$

これは磁石の磁場に平行な振動する電流密度であり、その振幅は $|\mathbf{J}_a| = g_{K\gamma\gamma} B_0 \sqrt{2\rho_{\text{loc}}}$ である ($\langle \dot{a}_K^2 \rangle = \rho_{\text{loc}}$ を用いた)。ハロスコープが行うことのすべては、(35.4) のなす仕事を収穫することである。

段階 2: モード方程式。 空洞の場を固有モード $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \sum_n e_n(t) \mathbf{E}_n(\mathbf{x})$ で展開する。マクスウェル方程式をモード n に射影すると、まさに QGI 振動子 (35.3) が得られ、駆動の強さは電流とモードの重なりによって固定される — すなわち形状因子

$$C_n = \frac{|\int dV \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{E}_n|^2}{B_0^2 V \int dV |\mathbf{E}_n|^2}, \quad (35.5)$$

これは純粋に幾何学的な数である（理想的な円筒の基本モードでは $C_{010} \simeq 0.69$ 、実機化されたものでは $\sim 0.4\text{--}0.5$ ）。

段階 3: 共鳴における定常状態。 固有振動数で駆動される減衰振動子は、駆動のなす仕事が散逸と釣り合うまで立ち上がる: 振幅 $\propto Q_L \times$ 駆動、蓄積エネルギー $U \propto Q_L^2$ 、取り出される電力 $P = \omega U / Q_L \propto Q_L$ 。定数を最後まで運ぶと（空洞が線幅より鋭い場合、立ち上がりは凝縮体のコヒーレンスで飽和し、したがって $\min(Q_L, Q_a)$ となることに注意する）:

$$P_{\text{sig}} = g_{K\gamma\gamma}^2 \frac{\rho_{\text{loc}}}{m_K} B_0^2 V C \min(Q_L, Q_a), \quad (35.6)$$

これが (35.1) である。最も有用な読み方はただ一つ: $1/m_K$ はコヒーレンス配当である — より軽い凝縮体はよりゆっくり振動し、空洞が量子あたりより長く積分することを許す。

段階 4: 光子と時間。 カクシオンのベンチマークにおいて、式 (35.2) の代表的なパラメータを用いた (35.6) は $P = 2.4 \times 10^{-22}$ W を与える。すなわち率は

$$\dot{N}_\gamma = \frac{P}{h\nu} = \frac{2.4 \times 10^{-22}}{(6.63 \times 10^{-34})(1.95 \times 10^9)} \simeq 1.8 \times 10^2 \text{ photons/s.}$$

量子限界の雑音 ($k_B T_{\text{sys}} \rightarrow h\nu$) に対して、線上で 5σ に達する整合フィルター時間は、テンプレートの実効幅 $\Delta\nu_{\text{eff}} = 2.9$ kHz（第 IX 部）を用いて $t = (5 k_B T_{\text{sys}} / P)^2 \Delta\nu_{\text{eff}} \simeq 2.1$ s である — 理想化された下限である。カクシオン窓の全体 (544 MHz, $Q_L = 10^5$ において 2.7×10^4 個の空洞帯域幅) を掃引すると、理想化された実稼働時間で一日程度を要する; 実際のキャンペーンは形状因子、デューティ・サイクル、同調のオーバーヘッドとして $10\text{--}100$ を支払い、数週間から数か月に落ち着く — まさに現在の DFSZ キャンペーンが動作している規模である。この結論は強調に値する: DFSZ 結合において、名指しされた窓とともに、カクシオン探索は一つのキャンペーンであって、一つの時代ではない。

そして本数テスト。 同じ伝達関数が、第 VI 部で主張された単一モードの盲目性を定量化する: 一つの周波数に同調した受信機は、窓内の代表的な離調（たとえば $\Delta\nu/\nu = 2.5\%$ ）にある仮想的な第二の線を $|\chi(\nu')/\chi(\nu)|^2 \simeq [2Q_L \Delta\nu/\nu]^{-2} = (2 \times 10^5 \times 0.025)^{-2} = 4 \times 10^{-8}$ だけ抑圧する — 七十四デシベルである。窓を横切る走査にとって本数テストはすでに取得されたデータの再解析である; キャンプにとってそれは意図的な再同調あるいは第二のモードであり、単一モードのキャンプの副産物では決してない; この数の背後にある伝達関数の代数は付録 D.2 である。

36 現在および近未来の実験

36.1 決定的な単純化: カクシオンは DFSZ 線上にある

定理 27.1 は実験的な問いを一文に圧縮する: 任意の質量におけるカクシオンの光子結合は DFSZ アクシオンのそれに等しく、したがってハロスコープ文献にあるすべての DFSZ 感度の記述はカクシオンにそのまま適用される。DFSZ はコミュニティの正典的な困難目標である; 三十年にわたる装置開発が、ここ数年になってようやくそこに到達し始めた。「誰かがカクシオンを見ることができる

か」という問いには、したがって鋭い答えがある: ある — カクシオン窓の内側で $DFSZ$ 到達深度を実証する実験は、それを発見するか、その窓をキルするかのいずれかである (第 33 節の本数テストの但し書き付き: 窓を横切る走査は第二の線に対する再ビン化も行うべきである)。

36.2 唯一の窓: 二つの離散的な問いを閉じる

カクシオン・シートにおけるすべての連続量は、ベンチマークが較正された時点で固定される (第 V 部)。二つの離散的な問いは、原理的には予測を何倍にもし得た — コンパクト角の宇宙論的歴史と、検出器がその周波数を読む枠である — そして、より制約の弱い枠組みであればメニューを提示せざるを得なかったであろう。本シリーズは第二の問いを定理によって閉じ、第一を名指しされた条件付き (C-Kaxion-d) として担い、その結果は単一の実験室窓である:

$$\nu_K \in [1.59, 2.13] \text{ GHz (benchmark 1.95 GHz)}, \quad m_K = 6.6\text{--}8.8 \text{ } \mu\text{eV (benchmark 8.1)} \quad (36.1)$$

— 一本の線が、単独で立ち、この窓の中にあって他のどこにもない: カクシオン窓である。本小節は、線を動かしたであろう二つの代替案を棄却することによって一意性を導出する — 一つは定理によって、一つは条件付きで。

36.2.1 棄却される第一の代替案: ランダム化された角度の歴史

インフレーション後 (ランダム化された角度) の歴史 — θ の独立な値をもつ因果パッチ、欠陥の残骸、選ばれた $\theta_i \simeq 1.1 \text{ rad}$ の代わりに円周平均 $\langle \theta^2 \rangle = \pi^2/3$ — は、崩壊定数の単位あたりより多くの暗黒物質を作り、したがってより小さい f_K とより重い線において在庫を閉じる: 一様な角度にわたって完全な余弦を積分すると、閉包はミスアライメントのみから $f_K \lesssim 2.3 \times 10^{11} \text{ GeV}$ へ、質量は $\gtrsim 25 \text{ } \mu\text{eV}$ ($\nu \gtrsim 6 \text{ GHz}$) へと移り、窓の上方に出る — これはよく知られたインフレーション後の QCD アクシオン質量スケールであり、ミスアライメントのみではそれを $28 \text{ } \mu\text{eV}$ 付近に置く (Borsanyi et al., 2016); ランダム化された円周値の場が担わざるを得ない欠陥の寄与はこれをさらに押し上げるが、ここでは計算しない (バルク張力の欠陥ネットワークはそれ自体が排除されるであろう)。この仮説には物理的な前提条件がある: 角度がランダム化されていなければならない、既知の機構はちょうど二つである — 熱的回復 ($T \gtrsim f_K$) あるいはド・ジッター揺らぎ ($H_{\text{inf}}/2\pi \gtrsim f_K$) である。カクシオンは第一を構造的にも数値的にも封じる; 第二が条件付きである。

熱的回復の構造的排除: 回復すべきペッチェイ・クイン・スカラーが存在しない。PQ アクシオンにおいて、角度は複素スカラー $\Phi = \rho e^{i\theta}$ の位相である: $T \sim f_a$ より上では動径モードが回復し ($\langle \rho \rangle = 0$)、位相は意味を失い、冷却時には各ハップル・パッチが独立な θ を選び、宇宙ひも (Φ の巻き付き) が不可避の残骸として伴う。その筋書きのすべての段階が動径モードを必要とする。カクシオンにはそれがない: 定理 8.2 により、その方向は強制された二形式の双対と剛な円のホロノミーであり — すなわち、その「崩壊定数」がどの秩序変数の真空期待値でもなく幾何学的な規格化 (付録 C.1) であるような、ゲージトポロジカルな角度である。バルク・スケール以下のいかなる温度においても、その熱的回復が角度を消し去り得るような場は存在せず、別々のパッチがその経路によって別々のダイヤルを獲得し得るような熱的な時期も存在しない。これはモデル非依存 (弦型) のアクシオンが共有する構造的性質であり — 回復すべき動径モードがない — カクシオンにとってそれは

存在定理の系である: スカラーは一度も付け加えられなかった。これはド・ジッター・ランダム化については何も語らず、そのランダム化は動径モードを必要とせず、C-Kaxion-d の別個の問いである。

物理的な描像。PQ アクシオンの角度は、文字盤を溶かして鋳直すことのできるダイヤルの上に住む — 動径場を熱すれば目盛りは消える; 冷やせばあらゆる近傍が自分自身の目盛りを描く。カクシオンのダイヤルは幾何そのものに刻み込まれている。針は回すことができる (第 III 部のミスアライメント); 文字盤は決して溶かせない — しかしインフレーションは針を回し得たのであり、C-Kaxion-d が回さなかったと述べているのはまさにそのことである。一つの宇宙、一つの文字盤、そして条件付きの下で、一つの初期角度。

定量的な側面: 数が排除するもの、しないもの。 熱的回復は数と構造の両方によって排除される: 一次インフレーション後の再加熱温度は $T_{\text{rh}} \simeq 6 \times 10^{10}$ GeV (GG-A10-Cosmos) であって f_K より $\simeq 12$ 倍低く、そしていずれにせよ回復すべき動径モードが存在しない。ド・ジッター・ランダム化は数によっては排除されない: GG-A10-Cosmos の一次インフレーションは $H_1 \simeq 1.5 \times 10^{13}$ GeV をもつので (GG-A10-Cosmos が現在印字しているとおり、 $r = 0.0038$ と $A_s = 2.1 \times 10^{-9}$ から)、軽い角度は e-フォールドあたり $H_1/(2\pi f_K) \simeq 3.4$ rad を受け取り、ランダム化されるであろう — これこそ、単一パッチの歴史がインフレーション期のピン止め、すなわち第 13.5 節の予想 C-Kaxion-d の上に乗っている理由である。角度が沈着するロック交差は即座であり、低曲率である; その曲率スケールを H_2 と書けば、

$$H_2 \simeq \frac{M_{\text{lock}}^2}{\sqrt{3} \bar{M}_{\text{Pl}}} = \frac{(3.85 \times 10^3)^2}{1.73 \times 2.44 \times 10^{18}} \text{ GeV} \simeq 3.5 \times 10^{-12} \text{ GeV}, \quad (36.2)$$

であり、したがって解放の時期そのものにおいて角度をランダム化し得るものは何もなく、

$$\frac{H_2}{2\pi f_K} \simeq \frac{5.6 \times 10^{-13}}{7 \times 10^{11}} \simeq 8 \times 10^{-25}, \quad (36.3)$$

そしてロック交差温度 — 輻射のハッブル率がロック盆地の曲率 H_2 に等しくなる温度であり (再加熱温度ではない; 第二のインフレーションは存在しない)、第 III 部の T_{lock} である — は

$$T_{\text{lock}} \simeq \left(\frac{90}{\pi^2 g_*} \right)^{1/4} \sqrt{H_2 \bar{M}_{\text{Pl}}} \simeq 1.6 \text{ TeV}, \quad (36.4)$$

であって、角度が乱され得るいかなるスケールよりもはるかに下である。(GG-A10-Cosmos の年表は、同じ即座の交差を、それが始まる浴の温度 $T = M_{\text{lock}} \simeq 3.85$ TeV、 $t \simeq 1.6 \times 10^{-14}$ s によって標識する; 二つの標識は一つの事象を挟んでいる。) これらのマージンが確立するのは、解放の時期が静かであるということである。それらが確立しないのは、単一パッチの歴史そのものである: それには角度が一次インフレーションを通じてピン止めされていたこと (C-Kaxion-d) が必要であり、この歴史は名指しされた条件付きとして — 台帳では仮定され、ミニクラスター個体群あるいは等曲率の検出によってキルされ得るものとして — 担われるのであって、強制されたものとしてではない。この条件付きの下では、ミスアライメント角は第 V 部が用いたとおりに残存量へ入り、ランダム化された角度の歴史は棄却された仮説である; それがなければ、ランダム化された歴史こそ数が選ぶものであり、それは線を $\gtrsim 6$ GHz、すなわち窓の外に置く。(第 IV 部への一つの系: ランダム化された歴

史のミニクラスター現象論は、この条件付きの下では無効であり、C-Kaxion-d の破れが生きたものとするであろう不測の事態として、そこで囲われている。)

36.2.2 なぜ線がギガヘルツ窓にあるのか

残る問いは、ギガヘルツ帯のどこに線があるのか — とりわけ、なぜバルク規格化スケールのみが示唆するはるかに低い周波数ではなく、そこに位置するのか — である。物理的な崩壊定数は正準規格化された軽い固有状態のそれであり、 $f_K = f_{\text{bulk}}/\Xi_{\text{cap}}$ である; 線がバルク・スケール付近に位置し得る唯一の道は極限 $\Xi_{\text{cap}} = 1$ であって、本シリーズはその抜け道を二重に閉じる:

(i) ノルムは指数関数的に非対称である。付録 C.1 の成分簡約は、テンソルの運動ノルムを πe^{2K} (赤外重み付き) として与え、これに対しウィルソン線の積分は 1 のオーダーの π (紫外重み付き) である — $e^{2K} = e^{70} \simeq 2.5 \times 10^{30}$ という不整合である。これほど非対称な系はその方向を混ぜない — 階層がそれらを脱結合させ、いかなる混合角も e^{-K} で抑圧される — そしてその理由により、軽い場の正準規格化はバルク規格化から遠く隔たっている: 「 $\Xi_{\text{cap}} = 1$ 」は赤外で増強されたノルムと 1 のオーダーのノルムとが一致することを要求するが、これは二つの規格化を定義するまさにその積分において三十桁ずれた主張である。

(ii) どのノルムか、そしてどの値かは、未解決である。伝播する残余がどのカイラリティを担うかは O14 の向き付けの規約であり、バルク規格化と正準規格化の比の値は、第 26.3 節のアンザッツが Ξ_{cap} として径数化するものである — 七つの装填 $\Xi_{\text{cap}} \in \{35, 38, 40, 42, 43, 45, 47\}$ のうちベンチマークは $K+N+L = 43$ であり、そのベンチマークは閉包を通じて較正されている。線がギガヘルツ窓に位置するのは較正がそこに置くからである; 幾何の寄与は、それがバルク・スケールには位置し得ないということである。

物理的な描像。裸の場とその物理的な規格化は任意の規約で書くことができる — しかし部屋中のマイクロフォンが聞くのは正準的な周波数であって、帳簿上のそれでは決してない。物理的な線は正準規格化された場の固有振動数である — バルク規格化スケールにはなく、そして較正されたベンチマークにおいては、ギガヘルツ窓の中にある。

36.2.3 一意性、そして採点表

二つの代替案がともに棄却された今、予測は単数である: 一つの窓、すなわち式 (36.1) であり、その残余幅は本計画の唯一の未完の幾何学的項目 — 絶対規格化 (O14) とキャップ装填のための定義的計算 — であって、梯子アンザッツの下では連続体によってではなく離散的な OGN-5 窓によって挟まれている。この一意性はそれ自体が二重に反証可能である: 窓の排除は較正された配置とその梯子をキルし (F-Kaxion-1c)、他のどこかで確認されたコンパクト角的な線もまた同様であって (F-Kaxion-1d)、ランダム化された角度の質量における線は代わりにピン止めの条件付きをキルする — 一方、窓の内側の第二の線は本数をキルし、登録された様態を名指す。これは、いかなる調整可能な競合者も再現し得ない特徴である:

PQ アクシオンのメニューは、その分岐が自由なモデル選択であるがゆえに、決して収束し得ない — KSVZ か DFSZ か、あるいはインフレーション前か後かを、原理的にすら決定する計算は存在しない。カクシオンの二つの問いのうち一方は計算可能な答えをもち、その計算は済んでいる; もう一方は名指しされたキル役をもつ名指しされた予想である。したがって第 VIII 部のハロスコープ計画はパラメータ空間を走査しているのではない; それは印を付けた段をもつ事前登録された窓を掃引しているのであり、一本の線が単独で立ち、他の場所では沈黙であることを期待している。

表 14: なぜいかなる調整可能な競合者もこの兆候を再現し得ないか。各モデルについて、表はそれが担う連続的なダイヤルの数、選ばなければならない離散的な分岐の数、そしてその両者が合わさって印を付けた段をもつ囲われた窓を固定するか否かを数える。カクシオンの行は最後の列への答えが「はい」である唯一の行であり、それがこの主張の内容のすべてである: 連続的なダイヤルをもつ候補は領域を予測するのであって、領域は、囲われた窓が見逃され得るような仕方では見逃され得ない。本節の反証子は窓に対して述べられている。

モデル	連続的なダイヤル	離散的な分岐	囲われた窓か
WIMP	m_χ, σ (各々数桁)	—	いいえ: 窓ではなく平面
PQ アクシオン	f_a (10 桁), θ_i	前/後; E/N	いいえ: 分岐は自由な選択
一般の ALP	m, g は無制約	—	いいえ
カクシオン	一つ (較正済み)	二つ: 閉じた、条件付き	はい、条件付き: 1.59–2.13 GHz (ベンチ 1.95)

36.3 実験のランドスケープ

以下の比較はすべて唯一の窓 (36.1) に対してなされる; より広い実験計画の見取り図については、コミュニティのレビュー (Adams et al., 2023; Irastorza & Redondo, 2018) を参照。表 15 はこの分野を一行ずつ概観し — 帯域、実証された深さ、そして窓に対する立ち位置 — 丁寧に読むだけの見返りがある: 窓より上の行はすでに達成された DFSZ 深さを示し、高質量の行は KSVZ のみの深さを示し、そしてちょうど三つの行 (CAPP、ADMX-EFR、HAYSTAC) が、以下に続く掘り下げを受けるに足るだけ重要である。

表 15: カクシオン窓に対する実験のランドスケープ。感度は DFSZ 線 (= カクシオン線) に対して引用されている; 範囲は引用された刊行物による。この表のいかなるものも本論文の仕事ではない。各行は、ある共同研究が公表または告知したものであり、彼ら自身が引用する深さで引用されている。

実験	質量被覆	深さ	カクシオン窓との関係
窓の内側で公表済み			
IBS-CAPP (8TB) (Lee et al., 2020)	6.62–6.82 μeV (1.60–1.65 GHz)	$\simeq 4\times\text{KSVZ}$	$\simeq 10.2\times\text{DFSZ}$; 窓の内側にある唯一の現代的探索であり、その 544 MHz のうち 50 を覆う。
UF (Hagmann et al., 1990)	5.6–7.0, 7.6–8.1 μeV	$\sim 30\times\text{DFSZ}$	パイロット; その 1.70–1.84 GHz の空隙が $\Xi_{\text{cap}} = 38, 40$ の段を含む。
RBF (Wuensch et al., 1989)	4.5–10.2 μeV	$\sim 10^2\times\text{DFSZ}$	パイロット実験; 窓の全体。
窓を覆うと告知済み			
ADMX 四空洞アレイ (Yang et al., 2020)	5–9 μeV (1.21–2.18 GHz)	記載なし	その帯域は七つのアドレスすべてを含む; 感度も開始時期も述べていない設計・試作研究。
DFSZ 前線、およびダイヤルの残り			
ADMX (ADMX Collaboration, 2025)	2.7–4.2 μeV	DFSZ	DFSZ 実証済み; 窓より下 — 技術のベンチマーク。
ADMX 1.1–1.3 GHz (ADMX Collaboration, 2025b)	4.54–5.41 μeV	KSVZ より良い	窓の下端に隣接; そのランでは DFSZ に到達せず。
CAPP-12TB (CAPP Collaboration, 2024)	4.51–4.59 μeV	DFSZ	第二のサイトにおける DFSZ; 窓に関係する技術 (1–2 GHz 級)。
IBS-CAPP (MAX) (Kim et al., 2024)	4.24–4.91 μeV (1.025–1.185 GHz)	DFSZ かその近傍	1 GHz より上で最も深い探索; 窓より下。
HAYSTAC (HAYSTAC Collaboration, 2025)	17.0–19.5 μeV	$2.9\times\text{KSVZ}$	質量において窓より上; スクイーズド状態読み出しが sub-SQL 雑音を切り開く。
QUAX (Crescini et al., 2020)	$\simeq 43 \mu\text{eV}$	$\sim\text{KSVZ}$	窓より上; 高周波のパスファインダー。
ORGAN	63–67 μeV	$\sim 10^2\times\text{KSVZ}$	質量において窓よりはるかに上、深さにおいて QCD 帯よりかなり上。
ADMX SLIC (Crisosto et al., 2020)	0.176–0.203 μeV	$\sim 10^5\times\text{DFSZ}$	歴史的な sub- μeV パスファインダーであり、窓よりはるかに下。
DMRadio- m^3 (DMRadio Collaboration, 2022)	$\lesssim 0.83 \mu\text{eV}$ (集中定数)	DFSZ 目標	sub- μeV 計画であり、窓より下。
ADMX-EFR (ADMX-EFR Collaboration, 2024)	8.3–16.5 μeV (2–4 GHz)	DFSZ 目標	窓の上端と重なる最初の DFSZ 計画。
MADMAX (MADMAX Collaboration, 2024); ALPHA (Lawson et al., 2019)	40–400; ~ 20 –100 μeV	KSVZ–DFSZ	窓より上; 誘電体／プラズマの概念。
CAST (CAST Collaboration, 2024)	太陽起源、全質量	$g < 6\times 10^{-11}$	文脈上の天井であり、カクシオン線より五桁近く上。

36.4 IBS-CAPP: 最も好位置にある装置

現状。アクシオン精密物理学センター (IBS-CAPP、韓国) は、現在稼働中のもののうち最も先進的なアクシオン・ハロスコープ施設を運用している。その旗艦である CAPP-MAX — 12 T のマグネット、37 リットルの超軽量銅空洞、コールドマスを 40 mK 以下に保つ希釈冷凍機、磁束駆動のジョセフソン・パラメトリック増幅器、そして総系雑音 $\lesssim 200$ mK — は、1 GHz 以上の 100 MHz を

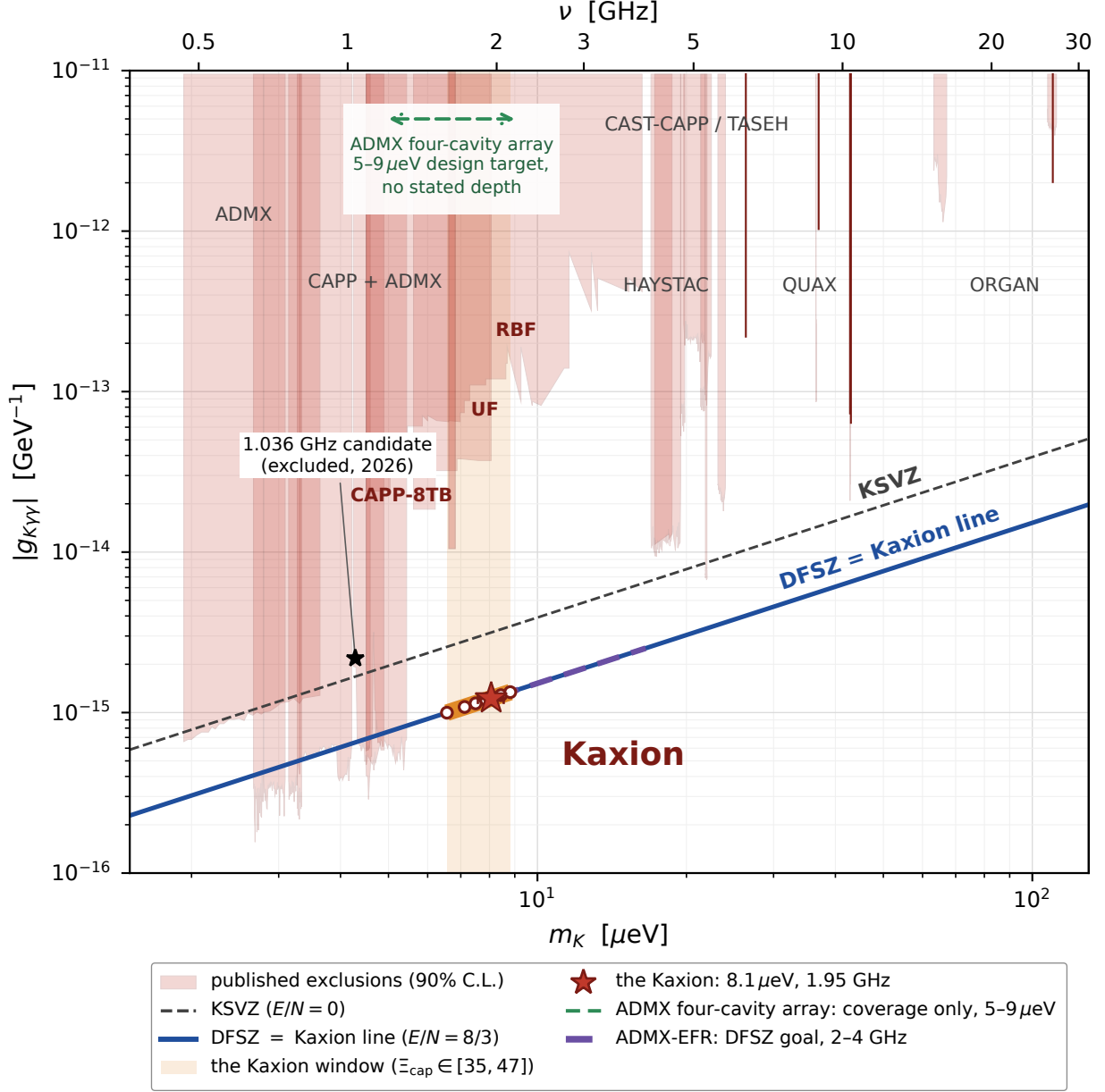


図 8: $(m_K, |g_{K\gamma\gamma}|)$ 平面におけるハロスコープ・ランドスケープに対するカクシオン。赤の領域: ADMX、CAPP (CAPP-MAX を含む)、HAYSTAC、TASEH、CAST-CAPP、GrAHal、QUAX、ORGAN の各キャンペーンおよび歴史的な RBF/UF 走査の公表された排除包絡線であり、コミュニティの AxionLimits 集成 (O'Hare, 2020) (MIT ライセンス、コンセプト DOI 10.5281/zenodo.3932429) から下側包絡線の間引きを施して数値化したものである; 垂直の線分は単一周波数の結果である。カクシオン線は DFSZ 線と一致する (定理 27.1); 単一の予測窓 (36.1) — $\nu_K \in [1.59, 2.13] \text{ GHz}$ 、ベンチマーク 1.95 GHz — が垂直の針状帯であり、離散的な Ξ_{cap} の括りが線上に描かれ、 f_K を固定したときの第 V 部のベンチマーク誤差 $\pm 1.3\%$ (m)、 $\pm 5.5\%$ (g) とともに示される。黒い星は 2026 年初頭に直面し排除された 1.036 GHz の候補 (第 37.4 節) を示す一窓の外にあり DFSZ 線より明るく、その確認はカクシオンを反証したであろう (F-Kaxion-1d)。三つの公表された探索が窓の内側に達しており、標識されている: IBS-CAPP の 8 T ランは $1.60-1.65 \text{ GHz}$ を $\sim 4 \times \text{KSVZ}$ で覆い、歴史的な UF と RBF の走査はそれより一桁上である。告知された計画は破線で、各々が述べているところまでのみ描かれている (第 36.4–36.5 節): ADMX-EFR は $2-4 \text{ GHz}$ にわたって狙う DFSZ 線の上に、そして ADMX の四空洞アレイ — 述べられた質量範囲 $5-9 \mu\text{eV}$ をもち、感度は述べられていない — は平面の上方の被覆の括りとして。窓のどこにおいても DFSZ 深さの探索は公表されていない: その内側で最も深いものは十分の一だけ足りない。領土は隣接、排除は無し。

超える帯域にわたって DFSZ 感度またはそれに近い感度で、記録的な DFSZ 走査速度 $\simeq 3 \text{ MHz/day}$ を伴う最初のアクション探索を成し遂げた (Kim et al., 2024)。カクシオンにとって決定的なことに、CAPP はすでに窓の内側で運転している: その 8 T / 165 mm ソレノイドは 1.60–1.65 GHz を掃引し、KSVZ 結合の $\simeq 4\times$ で QCD 帯に到達しており (Lee et al., 2020)、これはこれらの質量では DFSZ 線の 10.2 倍にあたる。帯域と深さはまだ組み合わせられていない: DFSZ の実証は 1 GHz 近傍の 12 T / 320 mm マグネットの上でのものであり、窓内での運転はカクシオンが乗る線の 10 倍上であった。公表されたロードマップは、約 5 年以内に 1–8 GHz を DFSZ 深さで覆い、その後 25 GHz へ向けて拡張することであり、磁場中で高い Q を保つ高温超伝導空洞と 18–25 T の HTS マグネット開発がこれを支える。走査前線は下方から窓へ向かって動いている: マルチチップのジョセフソン・パラメトリック増幅器モジュールは現在 1.2–1.5 GHz にわたって量子限界近傍の利得を供給しており、2026 年初頭には同グループが教科書的な候補検証キャンペーンを完了した — 1.036 GHz 近傍の局所 5.1σ 超過を追跡し、排除したのである (Ahn et al., 2026) — これは、カクシオン計画が要求する精査の規律を発見級の感度でまさに実証するものである (第 37 節)。

窓との適合。 8 T のソレノイドはすでに窓の下端で空洞を保持しており、CAPP の DFSZ 実証を担う 12 T / 320 mm マグネットは、窓の本体まで再同調ひとつの距離にある。窓がなお必要としているのは深さである: その内側で行われた最も深い探索は、窓の 544 MHz のうち 50 にわたって DFSZ 線に 10 倍届いておらず、窓のどこにおいても DFSZ 深さの探索は発表されていない。この帯域で運転し、かつ 1 GHz 以上で DFSZ 深さを実証した唯一のグループが CAPP である — 二つの異なるランで、二つの異なるマグネットの上で。

アップグレードは必要か。 1.95 GHz における一般的な DFSZ 検出のためには: 本質的に新しい検出器は要らない — 1.8–2.1 GHz へ同調された CAPP-MAX 級の空洞と、運転の継続である。(周波数が上がるにつれて信号電力は空洞体積とともに下がり走査は遅くなるので、2 GHz は 1 GHz よりも 1 メガヘルツあたり高くつくが、それは既存の設計体系とロードマップの中に真っ直ぐ収まっている。) カクシオンの同定 — 囲い、アドレス、本数 — のためには、解析と被覆だけが必要である: 窓を DFSZ 深さで完成させ、蓄積されたスペクトルに対して第 VI 部の本数テストを走らせることである (第 VIII 部の第二の計装モードはこれをその場で走らせるものであり、CAPP の極低温系と量子限界読み出しがすでに支えている控えめな改修である)。

具体的な提案 (費用の増加順)。 (i) [1.59, 2.13] GHz を横切るあらゆる CAPP 走査の本数テストのための再ビン化 — 窓内のスペクトルを候補の傍らの第二の線について探索する — を、ゼロのハードウェア費用で。(ii) 1.95 GHz のベンチマークの段 — CAPP-MAX 級空洞の再同調 — を優先し、そこからカクシオン計画において最も価値の高い 544 MHz を優先する。(iii) その場での本数テストのために第二の計装モードを改修で加える (第 VIII 部)。段階 (i)–(ii) は CAPP の資金の付いた計画に対して無視できる限界費用で加算的である; (iii) はパートナー・グループが共同開発しうる位置にある同定のためのアップグレードである。

> 5σ までの時間尺度。 実証された DFSZ 走査速度 (2 GHz では 1 GHz 近傍の $\simeq 3 \text{ MHz/day}$ という記録より遅い) では、544 MHz の窓を DFSZ 深さで専用に掃引することは単一空洞にとって ~ 5 年のキャンペーンであり (実証された速度を ν^{-4} に従って 2 GHz へスケールすると $\sim 0.3 \text{ MHz/day}$ となる)、1–2 年で済むのは EFR 級の多空洞アレイに対してのみである; CAPP が表明した 1–8 GHz のロードマップは窓を含んでいるが、いつそこへ到達するかを述べた公表スケジュールはない。カクシオンが DFSZ 線の上に乗っているため、ベンチマークにおける $> 5\sigma$ の超過は、そのとき感度の

突破ではなく積分時間の問題となる。同定（囲い、アドレス、本数を合わせたもの）は解析と被覆とともに、2020 年代後半から 2030 年代前半にかけて続く。

36.5 ADMX-EFR: 上端における控え

現状。親装置である ADMX は 2026 年 1 月に新たなランを開始し、より低い系雑音を通じて公称値以下のハロー密度において DFSZ へ迫りつつあり、 $5\text{--}9\text{ }\mu\text{eV}$ 領域のための四空洞コヒーレント合成系を開発している (Yang et al., 2020)。同グループ自身が公表したラン報告は逆を向いている: ADMX は今後のランが 1 GHz へ向けて下方を探ると書いており (ADMX Collaboration, 2025b)、したがって主装置はこの窓に近づいてはならず、四空洞アレイが窓へ至る唯一の ADMX の経路である。ADMX Extended Frequency Range (ADMX-EFR) は次世代の米国エネルギー省科学局 (HEP) の計画 — 第二世代の暗黒物質系列 — であり、その専用マグネットは Fermilab の Dark Wave Laboratory にすでにあり、実験は 2020 年代後半の運転を目指して設計と試作の段階にある。それは 9.4 T の MRI マグネット上でコヒーレントに電力を合成する 18 個の空洞のアレイであり、3 年のキャンペーンで $2\text{--}4\text{ GHz}$ にわたる DFSZ 感度 ($8.3\text{--}16.5\text{ }\mu\text{eV}$) に到達するよう設計されており、より大きな磁場、より高い Q の (超伝導膜または誘電体の) 空洞、およびスクイズド状態または単一光子計数による増幅器雑音の低減によって、現行の ADMX の $\sim 5\times$ の走査速度をもつ (ADMX-EFR Collaboration, 2024)。

窓との適合。ADMX-EFR の設計上の下限は 2 GHz であり、したがってカクシオンの窓の上部、 $2.0\text{--}2.13\text{ GHz}$ ($8.3\text{--}8.8\text{ }\mu\text{eV}$) のみをきれいに覆う; ベンチマークの $1.95\text{ GHz}/8.1\text{ }\mu\text{eV}$ はその下限のすぐ下に位置し、窓の本体 ($1.59\text{--}2.0\text{ GHz}$) はその設計帯域の外にある。したがって ADMX-EFR は窓の上端を受け止める控えであり、本体を覆う CAPP と相補的である。

アップグレードは必要か。重なり部分 ($2.0\text{--}2.13\text{ GHz}$) だけを覆うのであれば: 変更は不要である — それは設計帯域の中にある。ベンチマークの 1.95 GHz に到達するには、ADMX-EFR は最も低い空洞を 2 GHz より $\sim 50\text{--}100\text{ MHz}$ 下へ延ばすことになり、これは 9.4 T のボアの中での空洞寸法の調整である (アレイの最下段の要素をわずかに大きくして走らせる)。同定は再び被覆と本数テストの解析だけを必要とする; EFR アレイのコヒーレント合成と光子計数の読み出しは、微弱な DFSZ 信号によく適している。

具体的な提案。(i) 初期運転において EFR 帯域の下端 ($2.0\text{--}2.13\text{ GHz}$) を優先する — それはカクシオンとの重なりであり、余分な費用はかからない。(ii) 本数を意識した解析を行う: 候補の傍らにある窓内の第二の線はいずれも EFR 帯域の内側に落ちるので、本数テストは EFR 自身のデータの中で利用できる。(iii) 最も低い空洞を 1.95 GHz まで下げられるよう設計し、ベンチマークを射程に入れる。段階 (i)–(ii) の費用は解析とラン計画上の優先順位だけである。

$> 5\sigma$ までの時間尺度。運転がひとたび始まれば — その開始は資金の決定を待っている — $2.0\text{--}2.13\text{ GHz}$ の重なりは EFR の運転の最初の $\sim 1\text{--}2$ 年で DFSZ 深さで覆われる; ベンチマークは同じ時間尺度で下端の拡張を必要とする。CAPP の場合と同様に、DFSZ の到達距離はカクシオンの到達距離に等しい。

36.6 HAYSTAC: 高質量のフロンティア、そして技術上のパートナー

現状。HAYSTAC (Yale/Berkeley/Colorado) は量子限界を下回る読み出しを開拓している: そのスクイズド状態受信機は標準量子限界を回避し、走査を $2\text{--}3\times$ 加速する。2025 年の第 II 期の結果は

16.96–19.46 μeV ($\sim 4.1\text{--}4.7\text{ GHz}$) を $\sim 2.75\text{--}2.96\times\text{KSVZ}$ まで走査した (HAYSTAC Collaboration, 2025)。

窓との関係。HAYSTAC は質量においてカクシオンの窓の上方で、しかも DFSZ ではなく — KSVZ の — 深さで運転しているので、ベンチマークにとっての発見装置ではない。正確な注意が二つある。第一に、HAYSTAC の質量域は、存在量フレーム（帳簿付け）の読みがかつてより高い線を置いたであろう、まさにその場所である；第 V 部の正準規格化された固有状態は 8.1 μeV にある唯一の物理的な線であり、HAYSTAC の帯域より下にある — したがって 17–19.5 μeV における HAYSTAC のヌルは窓を制限しない。第二に、HAYSTAC のスクイーズド状態および光子計数の技術は、カクシオンの同定がまさに必要とするものである；そのマグネットが誤った周波数に位置しているとしても、本数テスト用受信機の読み出しにとって自然な技術上の協力者である。

36.7 近期の照準計画

三つの掘り下げは、第 36 節の決定的な単純化によって定まる一つの戦略へと収束する：カクシオンは DFSZ 線の上にあり、したがって [1.59, 2.13] GHz の内側におけるいかなる DFSZ の到達も、それを発見するか窓をキルする。この計画は各装置自身のロードマップに従い、費用の増加順に次を求める：

1. **本数テストの解析（ハードウェアはゼロ）。**窓を横切る既存および計画中のあらゆる走査を、その内側のどこかにある第二の線について再解析し、各候補についてそれが単独で立っているかを問う。これは通常の走査データを、装置上の費用なしにカクシオンの同定テストへと変換するものであり、CAPP と ADMX-EFR の双方において成り立つ。
2. **窓の優先。**再同調した CAPP の空洞をベンチマークの段 (1.95 GHz) へ、ADMX-EFR の初期運転をその帯域の下端 (2.0–2.13 GHz) へ向ける。5–9 μeV 用に設計された ADMX の発表済みの四空洞アレイ (Yang *et al.*, Springer Proc. Phys. **245**, 53 (2020)) は七つのアドレスすべてを覆うことになり、EFR は上方から最上位の二つに到達する — 両者を合わせれば窓の全体であるが、そのスケジュールはいずれも公表していない。
3. **同定のための改修。**その場での本数テストのための第二の計装モード (第 VIII 部) — 発見を同定へと変える控えめなアップグレードである。

予想される DFSZ 深さの被覆は、図 8 の CAPP と ADMX-EFR の帯域である：各共同研究が表明した（そしていくらか楽観的に外挿された）ロードマップの上では、両者とも ~ 2030 年から ~ 2032 年の間に窓の内側でカクシオン線を横切る — CAPP の日付は EFR 級の多空洞アレイを仮定したものである； $\sim 0.3\text{ MHz/day}$ の単一の CAPP-MAX 級空洞は、2027–2029 年に参入して 2032–2034 年に窓を完成させる（第 36.4 節）。主たる進路は IBS-CAPP である（この帯域で運転し、二つの異なるランで深さを実証している）；米国側の控えは ADMX-EFR（上端）であり、その開始は資金の決定を待っている；HAYSTAC は読み出し技術上のパートナーである。いずれの場合も、専用の寄与 — 本数テストの解析と多モードの改修 — は、競合する建設ではなく、資金の付いた計画に対して加算的である。

36.8 要点

三つの言明が図 8 を要約し、それぞれに領収書が付く。第一に、窓は排除されていない: 発表済みの DFSZ またはそれに近い深さの被覆は、窓より下の $5.4\mu\text{eV}$ 近傍で終わっており (ADMX の 1.1–1.3 GHz のラン; CAPP-MAX)、窓の内側では三つの探索が発表されている — 窓の 544 MHz のうち 50 にわたってカクシオン線の $10.2\times$ における IBS-CAPP の 8 T のラン、および歴史的な RBF と UF の先行実験の、それぞれ約 60–140 倍と 30–35 倍のもの — したがって窓の内側の床は、よくても予測より一桁上にある: 領域は隣接しているが、排除はない。第二に、窓は挟み込まれている: 1–4 GHz における発表済みの DFSZ 計画 — 下方からの CAPP 級の装置、上方からの ADMX-EFR — はまさに [1.59, 2.13] GHz へ収束するので、カクシオンはすでに資金の付いた、あるいは提案された装置によって発見されるか、キルされることになる。第三に、同定のためのハードウェアは準備できている: 多モードの改修は、この帯域のいかなる空洞をも無視できる費用で本数テストの装置に変える。専用の計画 (第 VIII 部) にとっての戦略的な結論: 2030 年の DFSZ 計画に相乗りする本数を意識した装置で窓を打て。

36.9 発見のカレンダー: 日付としての F-Kaxion-1c

日付を伴わないキル条件は修辞にすぎないので、我々は各装置の窓への経路をその表明されたロードマップと並べて置き、それらのロードマップが含意するであろうものを読み取る。一つの注意は、表の下ではなく上に置かれるべきである: 以下に続くものは本論文による、公表された言明からの外挿であり、誰かが発表したスケジュールではない。この窓を DFSZ 深さで覆うスケジュールを公表した計画は存在しない。一つのロードマップはそれを含んでいる — IBS-CAPP の 1–8 GHz の計画である — が、それはこの帯域を名指すことも、これにキャンペーンを結び付けることもない計画レベルの範囲としてである; 窓そのものを狙った二つの設計のうち、そのために設計されたアレイは感度も開始時期も述べておらず、DFSZ 深さを述べている計画は窓の上部にしか到達せず、かつ資金の決定を待っている。

表 16: 窓への経路。 2026 年 7 月時点で表明されたロードマップ (第 36.4–36.5 節); キャンプの行は第 37 節の事前登録された選択肢であり、掲載されたとの装置にもいつでも利用できる。日付は動くものであり、この表はここに名を挙げた誰かによる約束ではなくスナップショットである。~ 0.3 MHz/day の単一の CAPP-MAX 級空洞は、参入からおおよそ 5 年後に窓を完成させる (第 36.4 節); 以下で読み取られる 2030–2032 年の完成は、下半分を EFR 級のアレイが担うことを仮定しており、単一空洞では 2032–2034 年と読まれる。

装置	[1.59, 2.13] GHz への経路	DFSZ 深さ	窓への参入
CAPP-MAX (JPA アップグレード)	1.5 GHz から上へ	実証済み	2027–29; 深さは $\gtrsim 2030$
ADMX 四空洞アレイ	設計上 $5\text{--}9\mu\text{eV}$	表明なし	予定なし
ADMX-EFR	2–4 GHz (上端)	設計値	~2029–2032
任意の行、1.95 GHz にキャンプ	事前登録済み	可、数日で	いつでも

表を日付として読むと: 走査前線は 2027–2029 年ごろに窓の下端へ達し (CAPP が 1.5 GHz から)、EFR のキャンペーンは 2030–2032 年ごろに上端を閉じ、したがって窓の DFSZ 深さでの本数を意識した完全な掃引は、下半分を EFR 級のアレイが担うならば、資金の付いた表明済みの計画の上でもっともらしく ~2030–2032 年までに完了し、そこに単一空洞を置くならば 2032–2034 年までに

完了する — その間のあらゆる瞬間にキャンプという選択肢は開かれたままである。それが本論文があらかじめ受け入れるキルの日付であり、その日付が他者のロードマップの上での我々の算術であって表に名を挙げた誰かによる約束ではない、という明示的な了解の上でのことである：もし 2030 年代前半までに、窓が本数を意識した解析とともに DFSZ 深さで掃引され、線が現れなかったならば、F-Kaxion-1c は発火したことになる：較正された配置、それを囲う梯子、および予想 C-Kaxion-d は撤回され、そのときカクシオンはピン止めされていない枝の $\gtrsim 6$ GHz で負われるか、あるいは残存量はこのセクターのものではないことになる — これは枠組みのキルではなく、本論文もそのようなものを主張しない。その発火が誰も予定していない掃引を待っている反証子は、原理上の反証子であり、我々は表にそれ以外を含意させるよりも、そう述べる方を選ぶ。第 VIII 部は、この同じカレンダーをコホートのキルテストの時系列として描いて締めくくり（図 10）、すでに直面した一つのテストをその日付に印を付ける。

37 事前登録された単一周波数のキャンペーン：周波数にキャンプする

この部でこれまで述べたすべては、この分野の既定の姿勢を受け入れている：一般的なアクションは何桁もの周波数にわたってどこにでも位置しうるので、ハロスコープは走査する。カクシオンはその姿勢を変える。理論はその周波数をあらかじめ名指す — ベンチマークの 1.95 GHz であり、閉じた窓 (36.1) の内側にある — ので、探索は確認実験が走らされるのと同じやり方で走らせることができる：共振器を予測された線の上に停め、積分するのである。我々はこれを周波数にキャンプすることと呼び、本節はそれが何をもたらすかを定量化する。答えは二重である：探索範囲効果 (look-elsewhere) による罰則が消え、走査 — DFSZ キャンペーンで唯一高価な部分 — が削除される。どちらの要因も算術であってハードウェアではない；それらは、この帯域のあらゆる装置がそれを使うと選んだ日に利用できる。

37.1 試行因子は窓へと収縮する

走査型の探索はその広さの代償を統計で支払う。凝縮体の線幅 $\Delta\nu_a \simeq 2.0$ kHz にわたって、1–10 GHz を横断する盲目的な探索は固定の 2.0 kHz 幅で $N \simeq 4.6 \times 10^6$ 個の独立な周波数ビンを問い合わせ (ν に依存する線幅 ν/Q_a で数えると $N \approx 2\text{--}5 \times 10^6$ となる；以下の要求はいずれにせよ $7.3\text{--}7.4\sigma$ である)、いかなる単一の超過の有意度も、その試行因子 — 探索範囲効果 (look-elsewhere) — によって割り引かれねばならない。その算術は容赦がない：そのような走査における局所 5σ の超過は 1 のオーダーの大域的な誤警報確率を伴い、発見級の大域的な 5σ は局所 7.4σ を要求する — これは至る所で 2.2 倍の積分時間であり、走査のすべてのビンで支払われる。カクシオンの窓 (2.8×10^5 ビン) を事前登録すれば局所 7.0σ が要求される — 盲目的な走査に対する控えめな利得であるが、窓こそが予測であるから、これが正直な利得である。ベンチマークの段はより狭い — f_K を固定して ± 25 MHz、 2.6×10^4 ビン、局所 6.7σ — が、それは導出された点ではなく較正された行であり、本論文は導出された周波数が得るであろう一ビンへの収縮を主張しない：ここでは局所有意度は大域有意度ではなく、その差は探索カードに明記されている。

この分野はちょうど教科書的な実例を供給したところである。2026 年初頭、IBS-CAPP グループは、それまで解析不能であったデータ区間の回復を報告し、そこでは 1.036315 GHz における超過が候補選択のあらゆる基準を満たしていた — 局所有意度 5.1σ 、ビリアル化したハロー線と整合するスペクトル形状、空洞応答を追跡する信号強度である (Ahn et al., 2026)。探索範囲効果 (look-elsewhere)

による割引の後、同じ超過は大域的には 3.5σ の値しかもたなかった：異常であって、答えではない。もしその周波数があらかじめ名指されていたならば、同一のデータ集合は発見級の大域的な有意度をもったであろう — そしてそのときには、実際にそれをキルしたのと同じ精査に直面したであろう。それが、実データの上で実証された事前登録の内容のすべてである：異常と答えとの差は、周波数が先に書き下されていたかどうかである。本論文はカクシオンの窓を先に書き下し、そのベンチマークも併せて書き下す。

37.2 ベンチマークにおける S/N 比、装置ごとに

キャンプは時間の上でどれだけの費用がかかるか。表 17 は、本論文の登録された信号と雑音の機構（式 (35.1) とディック放射計の式; 付録 D.1) を、ベンチマークの 1.95 GHz と DFSZ 結合 $gK_{\gamma\gamma} = 1.2 \times 10^{-15} \text{ GeV}^{-1}$ において、三つの装置クラスについて評価する。体積の項目は正直である：公表された $\sim 1.1 \text{ GHz}$ の動作点から 1.95 GHz へ再同調された単一の CAPP-MAX 級空洞は $V \propto \nu^{-3}$ に従って縮み、37 リットルから ~ 6 リットルになる — これが高周波における体積の罰則であり、多空洞アレイはこれを修復するために存在し、そしてよく修復する：18 空洞の EFR 級アレイは窓において ~ 200 リットルを回復する。

表 17: ベンチマークにキャンプする。登録されたシキヴィー電力 (35.1) と、実験室系テンプレート（実効幅 $\Delta\nu_{\text{eff}} \simeq 2.9 \text{ kHz}$; 第 IX 部）上での 5σ までの整合フィルタ時間を、1.95 GHz、DFSZ 結合、 $\rho_{\text{loc}} = 0.45 \text{ GeV/cm}^3$ 、掲載どおりの C と $Q_L = 10^5$ 、 Q_L に吸収された臨界アンテナ結合のもとで示す（付録 D.1; 各行にわたる信号光子率は毎秒 3×10^1 – 4×10^2 である）。理想化された実時間である；10–100× のデューティ・サイクルと較正のオーバーヘッドは走査型のキャンペーンに適用され、キャンプした単一ビンのランはその較正分のみを支払う（第 X 部の KAXIO ラン計画はデューティを明示的に見積もっている）。最終行は対比のために意図的に控えめな受信機を示す：名指されたビンにキャンプすれば、4 ケルビンの半導体増幅器でさえ 1 日以内に 5σ に達する。

装置クラス	B_0	V	C	T_{sys}	P_{sig}	$t_{5\sigma}/\text{ビン}$
代表的な設計空洞 (第 35 節)	8 T	100 L	0.5	94 mK (SQL)	$2.4 \times 10^{-22} \text{ W}$	2.1 s
1.95 GHz における CAPP-MAX 級の単一 空洞	12 T	6.4 L	0.6	200 mK	$4.1 \times 10^{-23} \text{ W}$	5.4 min
EFR 級 18 空洞アレイ	9.4 T	200 L	0.4	150 mK	$5.3 \times 10^{-22} \text{ W}$	1.1 s
CAPP-MAX 級空洞、 4 K HEMT 受信機	12 T	6.4 L	0.6	4 K	$4.1 \times 10^{-23} \text{ W}$	36 h

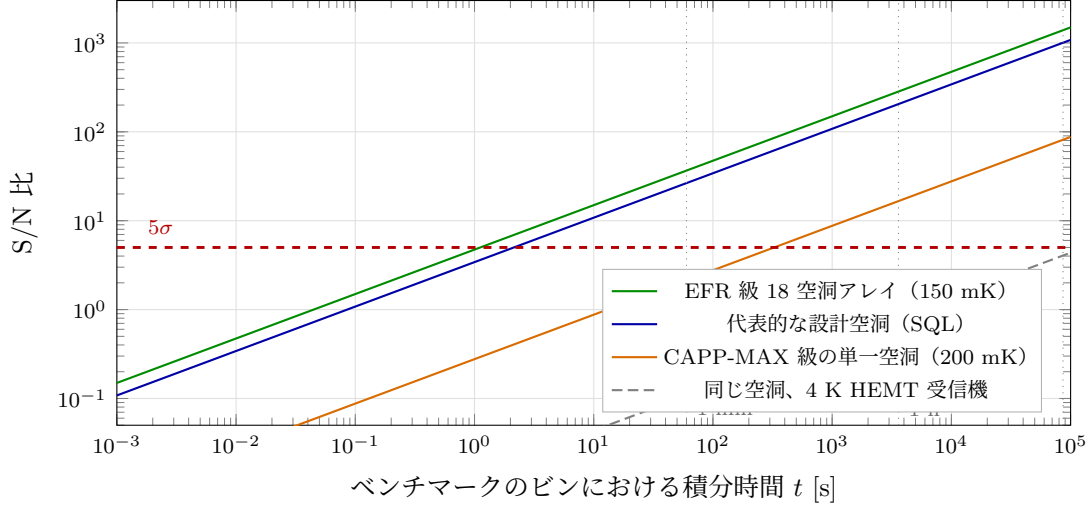


図 9: S/N 比対積分時間、ベンチマークにキャンプした場合。表 17 の装置クラスについて、1.95 GHz と DFSZ 結合におけるディック放射計的な成長 $\text{SNR} \propto \sqrt{t}$ を示す (理想化された実時間; 実験室系テンプレート上の整合フィルター、実効幅 $\Delta\nu_{\text{eff}} = 2.9$ kHz、第 IX 部)。どの曲線も発見級の 5σ を数秒から数分のうちに横切る — 意図的に控えめな 4 ケルビンの受信機でさえ 1 日以内に横切る。DFSZ 結合において、周波数があるかじめ名指されていれば、積分時間がカクシオン探索の費用であったことは一度もない; 費用は走査であった。キャンプは走査を削除する。

三つの教訓がある。第一に、名指されたビンでは、この帯域のあらゆる量子限界の装置が数秒から数分の実時間で 5σ に達する; 10–100 という走査キャンペーンのオーバーヘッドを含めれば、数分から数時間である。第二に、正直な費用はベンチマークのビンではなく窓の中にある: 予測は印を付けたベンチマークを伴う 544 MHz の窓であり、CAPP-MAX 級の空洞は、空洞帯域幅あたり一回の 5σ 局所滞留で、 ~ 100 理想化日で窓を DFSZ 深さで覆うが、10–100 の走査オーバーヘッドはこれを第 36.4 節の複数年にわたる単一空洞のキャンペーンへと変える; EFR 級のアレイは窓の全体をおよそ 8 理想化時間で覆い、暦の上では数日から数週間である。ベンチマークの段それ自体は f_K を固定して ± 25 MHz の幅をもち、キャンペーンが始まるべき場所である; 窓は QCD の残差ではなく幾何の残差であるから、いかなる格子計算の改良も窓を狭めない。(これらの帯域被覆の時間は 5σ の局所滞留である; 窓のどこかでの発見を大域的な 5σ で主張するには局所 7.0σ が必要であり、滞留時間で $\times 2$ の因子となる、第 37.1 節。) 第三に、本数テストは走査において追加の露出を要しない: 掲載されたどの装置の同調範囲も窓の有用な区間にまたがるので、窓を横切るいかなる装置にとっても、第 VI 部の同定テストはすでに取得されたデータの再解析である。キャンプはそれを要求しなければならない (再同調または第二のモードであり、第 49 節)。

37.3 キャンペーンのプロトコル

事前登録されたキャンペーンを、共同研究が月曜の朝に採用しうるプロトコルとして述べる:

1. **事前登録。** 窓 [1.59, 2.13] GHz、ベンチマーク 1.95 GHz、単一トーンのテンプレート、および本数テストは、本論文とその反証子の登録簿 (付録 E.2) によってあらかじめ固定されている; これにより第 37.1 節の試行因子は、ベンチマークの段については $\leq 2.6 \times 10^4$ ビン (大域的 5σ に

対して局所 6.7σ ）、窓については $\leq 2.8 \times 10^5$ （局所 7.0σ ）となる — どちらもデータの前に宣言されている。

2. **まずベンチマーク、次に窓。** 1.95 GHz とその ± 25 MHz の格子幅 — この分野で最も価値の高い 50 MHz — にキャンプし、次いで窓の全体 [1.59, 2.13] GHz を DFSZ 深さで掃引し、通過するにつれて第 V 部の離散的な Ξ_{cap} の梯子の段に印を付ける。窓は有限である；キャンペーンは数え上げ可能である。
3. **初日から本数を意識する。** あらゆるスペクトルを、候補の傍らにある窓内の第二の線について解析する。この帯域のどこにある候補も数日以内に確認されるかキルされる：本数テストと持続性のテスト（磁場オフ、装置間、再走査）がそれを決着させるのであり、これはまさに Ahn et al. (2026) の検証の規律である。
4. **本数テストを待機させる。** 第二の計装モード（第 VIII 部）はソフトウェアと合成による付加物である；キャンプと並行してそれを走らせれば、確認された線は検証された本数へと変わる — 検出ではなく同定である。

カクシオン探索カード — ハロスコープの共同研究が必要とするすべてを、一頁に

標的。 ベンチマーク $\nu_K = 1.95$ GHz (f_K を固定して ± 25 MHz; $m_K = 8.1 \mu\text{eV}$) ; 閉じた窓 $\nu_K \in [1.59, 2.13]$ GHz であり、これが予測そのものである; 離散的な梯子 $\Xi_{\text{cap}} \in \{35, 38, 40, 42, \mathbf{43}, 45, 47\}$ (ベンチマークは太字; 段ごとの周波数は表 31 にある)。窓の外側のいかなる周波数においてもコンパクト角の線が確認されれば、較正された配置とその梯子を反証する (F-Kaxion-1d) ; ランダム化された角の質量 ($\gtrsim 6$ GHz) における線は、枠組みではなくピン止めの条件付き言明 C-Kaxion-d を反証する。

強度。 DFSZ 線のちょうど上にある: $g_{K\gamma\gamma} = (\alpha/2\pi f_K) [8/3 - 1.92] = (1.2 \pm 0.07) \times 10^{-15} \text{ GeV}^{-1}$; 期待される空洞電力は $P_{\text{sig}} = g_{K\gamma\gamma}^2 (\rho_{\text{loc}}/m_K) B_0^2 V C \min(Q_L, Q_a)$ である — 三つの装置クラスにおける計算済みの見積もりは表 17 にある。

ラインシェイプ。 実験室系の標準ハロー・テンプレート (第 IX 部) : ν_K における鋭い低域端、その上 $\simeq 0.6$ kHz のピーク、FWHM $\simeq 1.8$ kHz、1.95 kHz 以内に電力の 77%、整合フィルタの実効幅 2.9 kHz; エネルギー重心は端より 1.38 kHz 上にあり、年周で ± 74 Hz、そして恒星日で ± 1.3 Hz (テジョン) / ± 1.2 Hz (Fermilab) 呼吸する (式 (48.1)–(48.2))。

同定のテスト。 (i) 本数: その線は窓の全域にわたって単独で立つ — 最初の線と同じグレードで確立された窓内の第二の線 (ハローのラインシェイプをもち、同じ拒否条件を生き延びる持続的な超過) はいずれも本数をキルする; 単一モードの受信機は窓内の第二の線を ~ 74 dB 抑圧するので、このテストは要求されなければならない (再解析、再同調、または第二のモード)。 (ii) アドレス: $E/N = 8/3$ の DFSZ 線の上、 $[1.59, 2.13]$ GHz の内側。

月曜の朝に、費用の増加順に。

- 窓を横切る保管済みの走査を、その内側の第二の線について再解析し、候補が単独で立っているかを問う (ハードウェアはゼロ) ;
- ベンチマークにキャンプする: DFSZ 深さでは整合させた線は数秒から数分の実時間で 5σ に達する (表 17) ; 窓の全体は理想化された滞留で数時間 (アレイ級) から ~ 100 日 (単一空洞) である;
- 窓内の任意の第二の候補周波数へ再同調する — 本数テストは 1 日以内にそれを決着させる;
- 窓を深さをもって完成させる — 囲いと本数はともに閉じる。

登録された四つのキル条件 (本数、アドレス、および F-Kaxion-1 の条項 (c) と (d); 付録 E.2) : $\square$ 本数テスト: 最初の線と同じグレードで確立された窓内の第二の線 $\Rightarrow$ 本数は反駁される; そのグレードで窓が掃引されて一つもなければ $\Rightarrow$ 本数は確認される。 $\square$ アドレス: DFSZ の軌跡から外れた確認された線が $> 5\sigma \Rightarrow$ 死。 $\square$ F-Kaxion-1c: 窓が DFSZ 深さで掃引され、沈黙 $\Rightarrow$ 較正された配置、その梯子、および C-Kaxion-d は撤回されるが、枠組みは撤回されない; カクシオンは $\gtrsim 6$ GHz で負われるか、残存量はこのセクターのものではない。 $\square$ F-Kaxion-1d: 窓の外側で確認された線 $\Rightarrow$ 同じ対象が撤回される; $\gtrsim 6$ GHz であれば C-Kaxion-d。

すべてを再現せよ。 発見のシミュレーション (スペクトル、変調、本数テストの受容; 固定されたシード) は単一の標準ライブラリの Python スクリプトであり、要請に応じて著者から入手できる (第 52 節) ; その装置ブロックを自分のものに置き換えて再実行せよ。

37.4 最初のキル・テストにはすでに直面した

反証子 F-Kaxion-1d は登録簿のなかで最も鋭い条項である: $[1.59, 2.13]$ GHz の外側のいかなる周波数であれ、確認されたコンパクト角型の線は、それがどこに現れようと、またどれほど微弱であろうと、較正された配置とその梯子を即座にキルする (ランダム化された角度の質量においては、代わりにピン止めの予想をキルすることになる)。その射程は、本論文の起草から数週間のうちに実証

された。Ahn et al. (2026) の候補は 1.036 GHz — 窓の外 — にあり、強度は KSVZ 結合の $1.3\times$ 近く、カクシオンが乗る DFSZ 線よりも電力にしておよそ一桁明るかった：周波数も誤り、かつ明るさも誤りである。もし確認されていれば、カクシオンはその週に死んでいたはずであり、調整の余地はなかった — 窓は閉じており、深さはロックされている。確認はされなかった：この超過は持続性検査と装置間検査に失敗し、DFSZ 近傍の深さに達した追試のもとで 90% の信頼度で排除された。理論は回避しようのないキル・テストに直面し、生き延びた。

一般的な論点はこの挿話よりも長く残る。F-Kaxion-1d はあらゆる周波数で噛みつくため、地球上のすべてのハロスコープは — どの帯域を走査しよう、どのモデルを標的にしよう — 確認グレードの深さで稼働しているかぎり、カクシオンのキル・テストを走らせていることになる。この分野が自らの保護のために築いてきた候補検証の機構（持続性、磁場オフ、装置間、テンプレート整合性）は、まさに本論文の反証子を執行する機構である。カクシオンは単にこの分野の精査を招くのではない；構造的に、その全体に、常時さらされている。予測が一意であるとはそういうことである：今日すでに知られている一つの窓、そしてダイヤル上の他のあらゆる場所における、反証への恒常的な申し出。

本部が確立したものをまとめる。カクシオンの窓は遠い標的ではない：それは、二つの計画 — 稼働中の IBS-CAPP と、設計済みで資金決定を待つ ADMX-EFR — が予測の要求するまさに DFSZ の深さで到達すべく建設される帯域の内側にあり、周波数を名指した探索の算術は、ベンチマーク・ビンの決定的な露出を、年ではなく分の実時間に置く。発見カレンダーはそれを日付に変える：[1.59, 2.13] GHz の掃引が DFSZ の深さで線を見ずに完了すればカクシオンは 2030 年代初頭までに退役し、他のいずこかで確認された線はそれをより早く退役させる — この分野がすでに一度、1.036 GHz 近傍で行使した条項であり、理論は生き延びた。

しかしそのランドスケープにあるすべての装置は一つの制約を共有している：いずれも一度に単一の周波数しか読まない。一回の運転のうちに窓の本数 — 線が単独で立っていること、第 VI 部が事前登録する同定テスト — を問うことのできるものはない。したがって、単にカクシオン様の線を検出するのではなくカクシオンを確認することは、予測それ自身の形に合わせて作られた装置を要求する：囲われた窓を完全に覆い、走査しながら本数を検査する受信機である。第 VIII 部はその装置を設計し、それが実験室のすでに持たない物理を何ら要求しないことを示す。

38 第 VII 部を平易な言葉で：実際にどう探すことになるか、そしてこの分野はすでにどこまで近いのか

検出原理は五十年前のものであり、改良を必要としてこなかった。強い磁場のなかに共振空洞を置く；通過する擬スカラーが空洞周波数で光子に転換する；空洞を同調させて聴く。難しさは原理にあったためしがない。信号が微小であり、興味ある周波数が未知であるために、走査が長くなるということである。

カクシオンはその文の後半を変えるのであって、前半を変えるのではない。周波数はあらかじめ述べられており、そのことが終わりの見えない走査を有界な走査に変え、有界な走査は費用を見積もり、日程に組み、完了させることができる。

本部は予測を、この分野が実際に達成してきたものと突き合わせる。いくつかの実験は、窓より低い周波数で必要な深さを実証している。他の実験は、より浅い深さで窓のなかを稼働している。正し

い場所で両方を同時に成し遂げた者はまだおらず、それが正直な要約であり、また好機でもある：この隔たりは技術の隔たりではなく、日程の隔たりである。

引用する見通しは各コラボレーション自身のものであって本論文のものではなく、それらはそのコラボレーションが引用する深さで引用されている。これは意図的である。自らの主張をよく見せるために他人の感度を再導出する論文は、それが受ける懐疑に値するであろう。

第 VIII 部 将来の検出

囲われた窓と本数テストのための専用カクシオン装置

39 多モード本数テスト受信機

原理。 単一モードのハロスコープは「 ν に電力はあるか」に答える; 本論文の本数 (導出条件付き、第 9.4 節) は、計測する価値のある第二の問いを加える: 「その線は窓全体にわたって単独であるか」。コンセプト A は、同時に計測される二つ (あるいはそれ以上) のモードを持つ受信機である — 多モード空洞、あるいは一つのシンセサイザに位相ロックされた複数の空洞 — それらは囲われた窓を横切って設定可能な間隔に置かれ、一緒に走査される。一つのモードが発見走査を担う; 他のモードは第 VI 部の本数テストをリアルタイムに、追加の実時間ゼロで走らせる。同時計数の論理は、単一線の教義が要求する反転した意味において、依然としてその存在意義を保つ: 真正のカクシオンはちょうど一つのモードを励起するのに対し、広帯域の技術的アーティファクト (利得リップル、干渉コム) は複数を一度に灯す — したがって、同時計数ではなく排他性を要求することは、単一モード走査が最も拒否しにくい種類の背景を抑制する。

設計量。 中心 1.95 GHz、副モードは [1.59, 2.13] GHz の窓を横切って設定可能、凝縮体の線幅 2.0 kHz; 線形増幅を超える改良の道筋としての単一光子計数読み出し (トランズモン量子ビット級) — 1.95 GHz において 40 mK での熱占有数は $n_{\text{th}} \simeq 0.1$ であり、量子限界増幅器に対する利得は雑音において高々 $(1 + 2n_{\text{th}})^{-1}$ の因子であって、価値はあるが決定的ではない (反論 43); 本論文のすべてのベースラインは増幅器について計算されている。

40 スピン結合、および、なぜスピン・ポートが計画されないか

カイラル・レベルにおいてカクシオンは通常核子スピン結合および電子スピン結合を持ち、その一覧表は判定とともに印刷されなければならない。カクシオンは重クォークによる完備化を持たない; KSVZ 級と共有するのは一覧表にとって重要な性質 — ツリー・レベルのクォーク結合がないこと、 $C_q^0 = 0$ 、グルーオン・ポータルのみ — であり、したがってカイラル・レベルの結合はその級について表にされたものである: $C_p = -0.47 \pm 0.03$ および $C_n = -0.02 \pm 0.03$ (Grilli di Cortona et al., 2016)、そして電子結合はループ抑制されて $C_e \sim 3 \times 10^{-4}$ である。一覧表は $C_q^0 = 0$ に依存し、完備化についてはそれ以外の何にも依存せず、その囲いは引用されるあらゆる場所に付されている; 対照的に光子結合は、アノマリー比 $E/N = 8/3$ のみによって DFSZ 線上に乗り、そのような囲いを持たない。 $f_K = 7.1 \times 10^{11}$ GeV において、あらゆるスピン・ポート — NMR 級の核子読み出し (CASPEr 型、CASPEr Collaboration, 2021) あるいは強磁性マグノンによる電子チャネル (QUAX 級、Crescini et al., 2020) — は、有用なあらゆる時間尺度において到達不能であり、しかも実務上の

問題は感度が決着をつけるより先にラーモアの算術が決着させる: $\nu_K = 1.95$ GHz において陽子ポートは $B_p = 45.8$ T を、電子ポートは $B_e = (70 \pm 7)$ mT を必要とするであろう。したがって本論文ではいかなるスピン・ポートも計画されない; カクシオンの測定可能なポータルは第 V 部の光子結合とグルーオン結合であり、バリオン部門の露出はコライダーが担う (Arisaka, 2026, P1-KK)。将来の完備化が一覧表を動かすことがあれば、スピン・ポートは光子検出に便乗することになり — すでに線を見つけた装置への後付けとして — 手探りで探索するのではなく、既知の信号の第二のチャンネルを確認することになるであろう。

41 探索戦略とロードマップ

表 18 は第 VII–VIII 部の戦略を三つの段階に凝縮する — 追加費用ゼロで今すぐ走るもの（本数テストの再ビンング）、2030 年ごろに発見か閉鎖かを決めるもの（DFSZ 窓のキャンペーン）、そして本部の同定装置が 2030 年代に加えるもの — そして各段階について、その成果物と、それが退役させる反証子を名指しする。以下の本文は同じ三つの段階をたどる。

表 18: 探索計画。段階の費用は相対的である; 深さは DFSZ = カクシオン線上にとられている。三つの段階、そのそれぞれについて、何をするか、何をもたらすか、そして他と比べてどれだけの費用がかかるか。段階 I は新しいハードウェアをまったく必要としない — それはすでに存在するデータの再解析であり、何を探すべきかを知っていることによって可能になる — それが最初に挙げられている理由であり、その費用が最も低い理由でもある。深さは DFSZ 線上で引用されており、それはカクシオン線であるから、DFSZ に到達する段階は予測に到達する。

段階	装置	標的	帰結
I (現在–)	既存の 1–2 GHz データの本数テスト再解析 (第 VI 部); 多モード先導機の後付け	KSVZ 深さでの窓; 保管データ上で走らせる本数テスト	手法の検証; 本数を意識した最初の制限
II (2030 年前後)	窓のなかのコンセプト A 多モード、光子計数; 公表された DFSZ 計画への便乗	DFSZ 深さでの [1.59, 2.13] GHz 全域	発見、あるいは窓の閉鎖
III (2030 年代)	任意の候補に対する深い再走査と変調計画 (第 IX 部の指紋)	確認され、特徴付けられた単一の線	同定: アドレス、本数、そして変調をあわせたもの

意義。 段階 II の検出は、特異性に関して、ヒッグス発見の雛形よりも強いものとなる: ヒッグスは質量なしに予測されたのに対し、カクシオンは窓（較正されたベンチマークのまわりの離散的な梯子、第 29.2 節）、結合 (DFSZ 厳密)、本数（単一、相方なし）のすべてをあらかじめ書き下したうえで現れる。段階 III の同定 — 窓全体にわたって単独であることが確認され、DFSZ アドレスにある線 — は、暗黒物質を同定すると同時に、六次元幾何のキャップ荷重を一つの周波数から読み取ることになる。逆に、計画全体がヌルで執行されれば F-Kaxion-1c が発火する: それは較正された配置、それを囲う梯子、および予想 C-Kaxion-d を退役させる — そのときカクシオンはピン止めされていない枝で ≥ 6 GHz に負われるか、さもなければ残存量はこの部門のものではない — これは反証可能な配置がまさにそう死ぬべき仕方であり、しかも本論文が主張していない枠組みのキルを伴わない。

41.1 キル・テストの時系列

本部の装置、第 VII 部の走査前線、そして第 VI 部の反証子は、一つのカレンダー上で出会う。図 10 はそれをコホートのキル・テスト時系列の慣例で描く：すでに直面し生き延びたテスト（2026 年初頭）、恒常的な張り込みオプション、下から窓に近づく走査前線、上端のキャンペーン、そして — 赤で — 線が現れなかった場合に F-Kaxion-1c が執行済みとなるキル日付である。各カードはその実施場所とその反証子を名指しする；賭けには日付が付いており、その日付は近い。

本部は、あらゆる一意な予測がいずれ直面しなければならない問い — その数字を信じるとしたら、どんな装置を作るか — から始まり、それに一度、正直に答え終えたところで閉じる：囲われた窓を DFSZ 深さで覆い、走査しながら本数テストを実行する多モード受信機であり、この分野がすでに作り方を知っているハードウェアに便乗し、2030 年代初頭に終わるカレンダー上に置かれたものである。平たく言えば：同定計画のなかで発明を待っているものは何もない；待っているのは決定である。そのような決定が何を購うのか — 日ごとに、パネルごとに — は、まさに次の部が計算するものである。

42 第 VIII 部を平易な言葉で：この予言のために作られた装置はどのようなものになるか

既存のハロスコープは、ある範囲を探索するために設計されていた。本論文の予言が正しいならば、正しい装置は一点を問い質すために設計される — そして両者は同じ機械ではない。

差は囲いと本数である。掃引する機械は一本の線を探し、そして先へ進む。この予言のために作られた機械は、一つの狭い帯域を、全深度で完全に覆い、進みながら、見出したいかなる線もその帯域内で単独であることを確認しなければならない — このことは、一つのモードですべてを掃引して通り過ぎる方式よりも、複数のモードを同時に稼働させる方式を有利にする。この要請が設計の大半を決める：モード構造、受信機系、排他性の論理である。

本部は、何が便利であるかではなく、何が要請されるかを述べる。各要請は、それを強いる部と、それが実行する反証子とに遡って辿られる。そしてその規律の理由は、提案を正直に保つことにある。背後に反証子を持たない要請は選好であり、選好とは装置が高価になっていく道筋にほかならない。

ここに現在の技術水準を超えるものは何もない。磁石は存在し、増幅器は存在し、空洞は存在する。まだ存在しないのは、囲われた窓と本数を念頭に置いてそれらを組み合わせた機械であり、本部の議論は、それを一台建設することが新しい計画ではなく穏当な一歩であるということである。

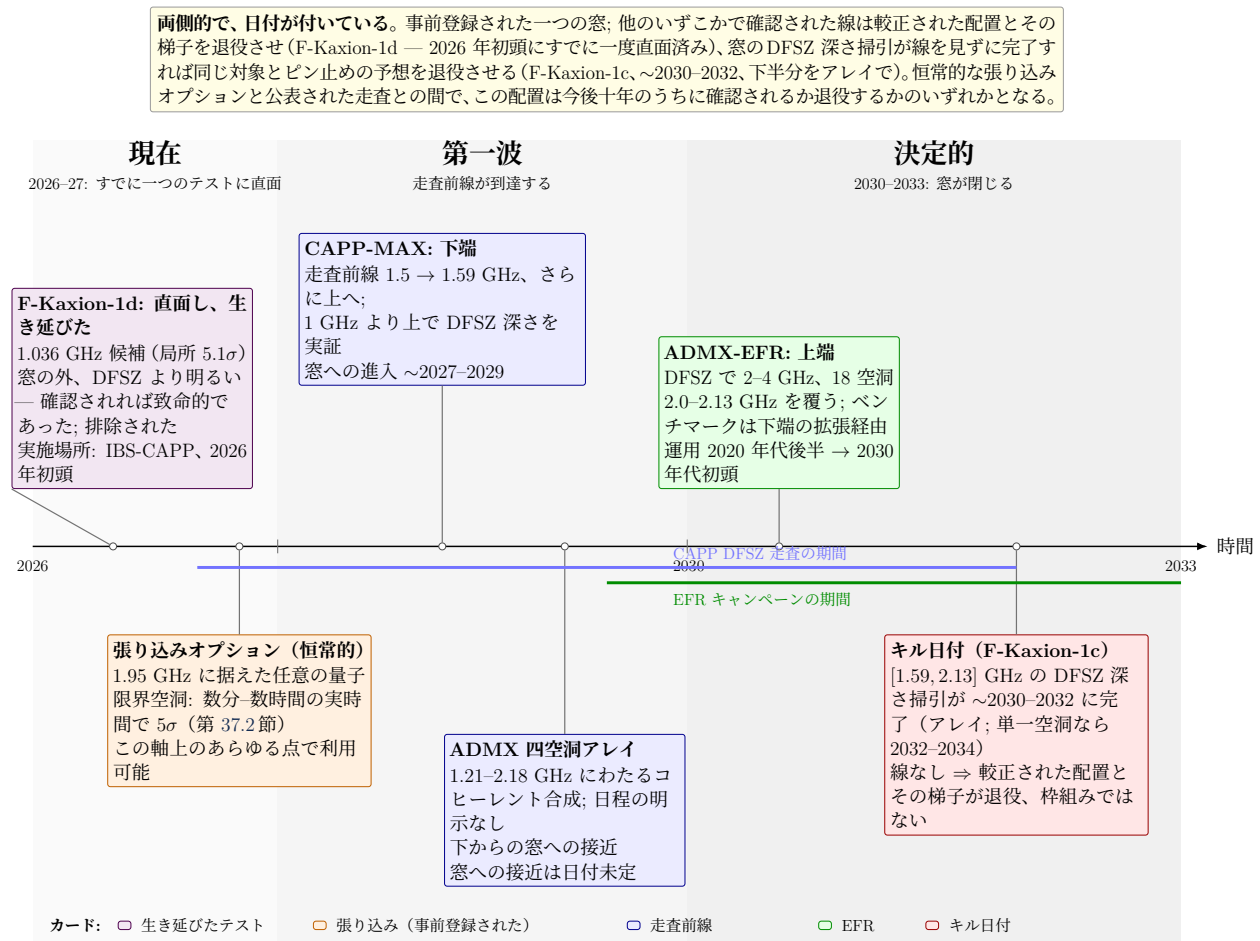


図 10: カクシオンの反証／キル・テストの時系列。表 16 の発見カレンダーを、前向きの時間軸 (2026-2033、正確な開始日付ではなく大まかなデータ取得期間の区分) 上に、コホートのキル・テスト時系列の慣例で描いたもの。すみれ色: すでに直面し生き延びた F-Kaxion-1d テスト (1.036 GHz 候補、2026 年初頭、第 37.4 節)。橙色: 恒常的な、事前登録された張り込みオプション (第 37 節)。青: 下から窓に近づく走査前線 (CAPP-MAX、続いて ADMX 四空洞アレイ)。緑: 上端を閉じる ADMX-EFR。赤: キル日付 — [1.59, 2.13] GHz の DFSZ 深さ掃引が線を見ずに完了すれば、較正された配置、それを囲う梯子、および予想 C-Kaxion-d が退役し (そのときカクシオンは $\gtrsim 6$ GHz に負われるか、さもなければ残存量はこの部門のものではない; 枠組みのキルではない)、その時期は、EFR 級のアレイが下半分を掃引するならば公表されたロードマップ上で ~2030-2032、CAPP-MAX 級の単一空洞ならば 2032-2034 である (第 36.4 節)。

第 IX 部

発見のシミュレーション

発見週のデータを事前に計算する：入力、方程式、誤差収支、そして判定

43 そもそもなぜ発見をシミュレートできるのか — そしてここで何がシミュレートされるのか

自由パラメータを持つ理論は、その発見がどのように見えるかを実験家に告げることができない；それは事後に発見を説明すると約束できるだけである。カクシオンは、その唯一のスケールがひとたび較正されれば（第 V 部）、調整可能なパラメータを一つも残さない。そしてそのことが本部になしうることを変える：信号のあらゆる性質 — その周波数、その強度、そのスペクトル形状、その季節的な呼吸、その本数 — は、すでに第 V–VII 部によって固定されている（そして表 13 のマスター台帳において、定理から予想まで一つずつ格付けされている）。したがって発見週のデータはその週が到来する前に計算することができ、本部はそれを、この主張にふさわしい水準で計算する：すべての入力パラメータはその出所と割り当てられた不確かさとともに表にまとめられ（第 44 節）、すべての式は明示され計算され（第 45–46 節）、すべての図は統計誤差と系統誤差の双方を担い、完全な誤差収支は一つの表に集められる（第 50 節）。生成器は単一の決定論的スクリプトであり、要請があれば著者から入手できる（第 52 節）。それゆえ共同研究グループはすべてのパネルを正確に再現することができ — そしてより有用なことに、自らの装置パラメータでそれを再実行することができる。

適用範囲は入力と同じ精度で述べられるべきである。シミュレートするもの：駐留させた空洞における凝縮体の線の受信パワースペクトル（振幅、形状、統計）；その年周および日周の変調；そして第 VI 部の本数検定がなぜ意図的な測定でなければならないかを定量する単一モード受容度。シミュレートしないもの、およびその理由：高周波干渉とその拒否（サイト固有であり；この分野がすでに運用している環境アンテナ・プロトコルによって運用上処理される、第 37.3 節）；極低温系の中断とデューティ・サイクル（帳簿付けの問題であり、第 VII 部を通じて引用される 10–100× のオーバーヘッド係数として織り込まれている）；受信機の利得ドリフト（解析においてベースライン・フィルタリングによって除去され、表 26 の残差としてのみ収支に入る）；そして鏡像化された JPA ビンの間の相関雑音（現行の受信機において数パーセントの効果として文書化されており、駐留した — 掃引したのではない — 測定にとっては二次的である）。いずれの省略も、その定義的性質 — 位置、形状、本数 — を模倣しえない信号に対する工学的な摂動である。

44 シミュレーションのパイプラインとその入力

図 11 がパイプラインである。三つの入力ブロックが二つの物理モジュール（信号と雑音）、スペクトル生成器、そして解析チェーンに供給される；系統収支はすべての出力へ伝播する。三つのブロックが意図的に分離されているのは、それらの認識論的地位が異なるからである：理論シート（表 19）

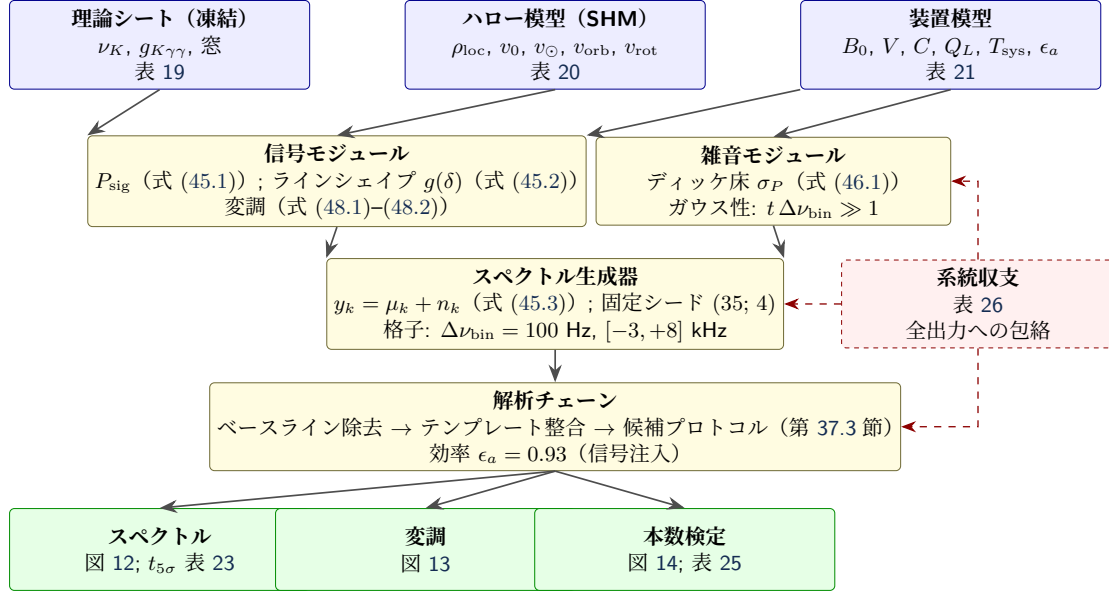


図 11: シミュレーションのパイプライン。三つの入力ブロック（第 II–V 部によって凍結された理論シート；ハロー模型；装置模型 — 表 19–21）が信号モジュールと雑音モジュールに供給され、それらの式は第 45–46 節で述べられる；スペクトル生成器は 100 Hz の格子に固定シードのガウス雑音を引く；解析チェーンは、ベースライン除去、テンプレート整合、および第 37.3 節の候補プロトコルを、信号注入効率 ϵ_a とともに適用する。系統収支（表 26、赤の破線）は、図 12–14 に描かれた包絡としてすべての出力へ伝播する。生成器は単一の自己完結したスクリプトである（第 52 節）。

表 19: シミュレーション入力 I — 理論シート（凍結；第 II–V 部）。第 V 部の標準模型側の誤差を付した中心値；幾何学的整数は不確かさを持たない。これらの入力は本部のすべての図に共通である。これらの入力は本部のいかなる図が描かれるよりも前に凍結されており、事後に調整されるものはない。

量	値	誤差	出所
ベンチマーク周波数 ν_K	1.95 GHz	f_K 固定で $\pm 1.3\%$	第 V 部、式 (26.1)
質量 m_K	$8.1 \mu\text{eV}$	f_K 固定で $\pm 1.3\%$	第 V 部
光子結合 $g_{K\gamma\gamma}$	$1.2 \times 10^{-15} \text{ GeV}^{-1}$	$\pm 5.5\%$	第 V 部 (DFSZ, $E/N = 8/3$)
線の本数	単一	本数 (条件付き)	第 VI 部
窓	$[1.59, 2.13] \text{ GHz}$	離散的な Ξ_{cap} 梯子 (アンザッツ)	第 V 部

は第 II–V 部によって凍結されており、第 V 部の標準模型側の誤差のみを担う；ハロー模型（表 20）は天体物理であり、この分野のあらゆるハロスコープと共有され、ここでは共同研究グループが用いるのと同まったく同じ形で採用されている (Ahn et al., 2026; ADMX Collaboration, 2025b; Kim et al., 2024); 装置模型（表 21）は工学であり、公表された CAPP-MAX 系に対してベンチマークされている。それが第 37 節の駐留の、現存する最も近い実現だからである。ある項目に異議を唱える読者は、それがどの図をどれだけ動かすかを、表 26 を通じて正確に辿ることができる。

表 20: シミュレーション入力 II — ハロー模型 (SHM)。本シミュレーションの等温球パラメータ（規約は行ごとに明示）と、本シミュレーションにおいて割り当てた系統的不確かさおよびその根拠。これらは模型水準の入力である：それらは天体物理を較正するのであって幾何を較正するのではなく、位置にも本数にも決して触れない。

量	値	割り当て系統	根拠
局所密度 ρ_{loc}	0.45 GeV/cm ³	±22%	回転曲線および恒星運動学による決定は 0.35–0.55 にわたる；値と広がりとは共同研究グループが採用するものに従う
分散パラメータ v_0	220 km/s	±8%	マクスウェル分布 $f(v) \propto v^2 e^{-v^2/v_0^2}$ 、最頻速度の規約 ($v_0 = v_c$; rms 270 km/s)；式 (45.2) を通じて幅を定める
太陽速度 $v_\odot$	232.8 km/s	±3 km/s	銀河中心系における太陽の運動
公転速度 v_{orb}	29.79 km/s	—	天体暦（厳密）
軌道の射影 $\cos \gamma$	0.49	±5%	軌道面と太陽向点との間の角度
自転速度 $v_{\text{rot}} \cos \lambda$	0.374 km/s	サイト依存	大田（テジョン）の緯度 36.4°（例としてのサイト）

表 21: シミュレーション入力 III — 装置模型 (1.95 GHz における CAPP-MAX 級の駐留)。工学パラメータ、その較正法、および割り当てた系統誤差；体積の行は、公表された ~ 1.1 GHz における 37 L からの、正直な $V \propto \nu^{-3}$ の再同調ペナルティを担う。表 17 の三つの姉妹クラスは、最初の五行においてのみ異なる。

量	値	割り当て系統	方法／根拠
磁場 B_0	12 T	±1% (B_0^2 には ±2%)	ソレノイド・ボアの NMR プローブ・マップ
空洞体積 V	6.4 L	±2%	機械加工 + 極低温収縮；37 L $\times$ $(1.09/1.95)^3 = 6.5$ L であり、明示した ±2% の内側で 6.4 L とする
形状因子 C_{010}	0.60	±5%	FEM 固有モード計算と相互照合したビーズプル測定
負荷 Q 値 Q_L	10^5	±5%	各同調点におけるベクトル・ネットワーク・アナライザの S パラメータ
系雑音 T_{sys}	200 mK	±6.4%	JPA 系の Y 因子 + ショット雑音較正；装置系統の支配項
解析効率 ϵ_a	0.93	±1%	完全な解析チェーンを通したソフトウェアによる信号注入
スペクトル・ビン $\Delta\nu_{\text{bin}}$	100 Hz	—	解析上の選択；実験室系の FWHM の $\sim 1/18$
凝縮体帯域幅 $\Delta\nu_a$	1.95 kHz	v_0 から	登録された第 VI 部の値（実験室系の線パワーの 77%；FWHM は実験室系で $\simeq 1.8$ kHz、銀河系で 942 Hz）

表 22: 実際に計算した電力予算。表 21 の装置について式 (45.1) を項ごとに評価したもの。理論側の誤差（第一行）は、それが動かすのは測定ではなく予測であるため、ハローおよび装置の系統誤差とは分けて示してある。積は登録された表 17 の項目を再現する。

因子	値	不確かさ	分類
$g_{K\gamma\gamma}^2$	$(1.2 \times 10^{-15} \text{ GeV}^{-1})^2$	$\pm 11\%$ ($2 \times 5.5\%$)	理論 (SM 側)
ρ_{loc}/m_K	$0.45 \text{ GeV}/\text{cm}^3 / 8.1 \mu\text{eV}$	$\pm 22\%$	ハロー
B_0^2	144 T^2	$\pm 2\%$	装置
V	6.4 L	$\pm 2\%$	装置
C	0.60	$\pm 5\%$	装置
$\min(Q_L, Q_a)$	10^5	$\pm 5\%$	装置
P_{sig}	$4.1 \times 10^{-23} \text{ W}$	$\pm 23\%$ (ハロー + 装置)	$\Rightarrow 3.2 \times 10^1 \text{ 光子/s}$

45 信号の模型: 方程式と計算された数値

信号電力。張り付いた空洞は、第 VII 部で登録されたシキヴィー電力を取り出す、

$$P_{\text{sig}} = g_{K\gamma\gamma}^2 \frac{\rho_{\text{loc}}}{m_K} B_0^2 V C \min(Q_L, Q_a), \quad (45.1)$$

これは式 (35.1) と同一である; ここで再導出されるものは何もない。この部が加えるのは実際に計算した予算である: 表 22 は (45.1) を因子ごとに評価し、各因子の不確かさを併記するので、読者はその数値 — そしてその誤差 — がどこから来るのかを見て取ることができる。

ラインシェイプ。 標準ハローモデルでは、凝縮体の速度は銀河静止系においてマクスウェルのであり、 $f(v) dv \propto v^2 e^{-v^2/v_0^2} dv$ で最頻速度は $v_0 = 220 \text{ km/s}$ である（二乗平均平方根速度は $\sqrt{3/2} v_0 = 270 \text{ km/s}$; 二つの規約は v_0^2 において 1.5 の因子だけ隔たっており、混同してはならない）。各量子は $\nu = \nu_K (1 + v^2/2c^2)$ に到達するので、離調 $\delta = \nu - \nu_K$ に対して $v = \sqrt{2c^2 \delta / \nu_K}$ を代入すると、銀河静止系において次の形状が得られる

$$g(\delta) d\delta = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\delta}}{\Delta^{3/2}} e^{-\delta/\Delta} d\delta, \quad \Delta \equiv \frac{\nu_K v_0^2}{2c^2} = 525 \text{ Hz}, \quad (45.2)$$

これは $\delta > 0$ について面積 1 に規格化されている: ν_K における鋭い低周波側の縁（静止した凝縮体）、 $\delta = \Delta/2$ における極大、そして上方へ伸びる熱的な裾からなり、半値全幅は $1.79 \Delta = 942 \text{ Hz}$ 、電力の 94% は最初の 1.95 kHz 以内に収まる。実験室はハローの風を $v_\odot \simeq 232 \text{ km/s}$ で受けて運ばれており、このブーストはこの形状を剛体的にずらすわけではない: 実験室系の分布は $f_{\text{lab}}(v) \propto v [e^{-(v-v_\odot)^2/v_0^2} - e^{-(v+v_\odot)^2/v_0^2}]$ であり、その縁は ν_K に留まる一方（最も遅い量子は依然として実験室に静止しているものである）、極大は ν_K より $\simeq 0.6 \text{ kHz}$ 上方へ移り、幅は半値全幅 $\simeq 1.8 \text{ kHz}$ まで広がって、電力の 77% が最初の 1.95 kHz 以内、93% が 3 kHz 以内に収まる。シミュレーションは実験室系の形を用いる; 式 (45.2) はその銀河静止系における親であり、スケール Δ はフィットが読み取るハローの温度計である。

表 23: ベンチマークに張り付いた場合の 5σ までの時間、系統誤差の範囲を付して。 中心値は第 46 節の整合フィルターの表式に $\epsilon_a = 0.93$ を適用したものである ($t \propto \epsilon_a^{-2}$; 理想化された表 17 は $\epsilon_a = 1$ を用いている); 範囲は表 26 の合計 $\pm 24\%$ の S/N 比の系統誤差を伝播させたものであり、ハロー密度が支配的である。理想化された実測時間である; 表 17 のデューティおよび較正の規約が適用される (走査キャンペーンのオーバーヘッドは $10\text{--}100\times$; 張り付いた運転ははるかに小さい)。

装置クラス	$t_{5\sigma}$ (中心値)	系統誤差の範囲
代表的な設計空洞 (SQL 94 mK)	2.5 s	1.6 s–4.3 s
CAPP-MAX クラスの単一空洞 (200 mK)	6.2 min	4.0 min–11 min
EFR クラスの 18 空洞アレイ (150 mK)	1.3 s	0.84 s–2.2 s
CAPP-MAX クラスの空洞、4 K HEMT	41 h	27 h–71 h

ビンごとの期待値。 ビン幅 $\Delta\nu_{\text{bin}}$ の解析グリッド上で、実測時間 t の後にビン k で期待される S/N 比は

$$\mu_k = \epsilon_a \frac{P_{\text{sig}} w_k}{k_B T_{\text{sys}}} \sqrt{\frac{t}{\Delta\nu_{\text{bin}}}}, \quad w_k = \int_{\text{bin } k} g(\delta) d\delta, \quad (45.3)$$

であり、ここで w_k はそのビンに入る線の電力の割合である (実験室系テンプレートのピークビンでは: $w = 0.050$; 銀河静止系の形であれば 0.092 となる)。これは第 VII 部のディック放射計の式の主張をビンごとに適用したものであり、解析効率 ϵ_a を明示的に適用してある。

46 雑音モデルと検出までの時間

雑音。 積分が $t \Delta\nu_{\text{bin}} \gg 1$ を満たすとき (ここでは最も短いパネルにおいてさえ $\geq 10^3$ である)、各ビンで平均された電力は自由度 $2t \Delta\nu_{\text{bin}}$ の χ^2 分布に従い、したがって極めてよい近似でガウスのであって、その標準偏差は

$$\sigma_P = \frac{k_B T_{\text{sys}} \Delta\nu_{\text{bin}}}{\sqrt{t \Delta\nu_{\text{bin}}}} \implies y_k = \mu_k + n_k, \quad n_k \sim \mathcal{N}(0, 1) \text{ i.i.d.} \quad (46.1)$$

となる。単位は S/N 比である。i.i.d. の仮定は、文献に記録された二つの効果 — JPA 受信機におけるミラービン相関 (最適に合成した場合で S/N 比への $\sim 4\%$ の効果) とベースライン除去の残差 (標準的なフィルタリングの後ではパーセント未満) — を脇に置くものであり、いずれも表 26 の解析効率および利得ドリフトの行として吸収されている。

検出までの時間。 線の全体をそれ自身のテンプレートで整合フィルタリングすると、 5σ の統計的検出までの時間が $t_{5\sigma} = \Delta\nu_{\text{eff}} [5 k_B T_{\text{sys}} / (\epsilon_a P_{\text{sig}})]^2$ と得られる。ここで実験室系テンプレートについては $\Delta\nu_{\text{eff}} \equiv (\int g^2 d\delta)^{-1} = 2.9 \text{ kHz}$ である (最初の 1.95 kHz にわたる矩形窓は電力の 77% を捉えるにすぎず、最適フィルターではない)。これを表 23 で装置クラスごとに、その系統誤差の範囲とともに評価する: $t \propto \text{SNR}^{-2}$ であるから、期待される S/N 比に対する $\pm 24\%$ の包絡 (表 26) は時間に対する $\times 0.65$ から $\times 1.7$ までの因子に写り、これは定性的には何も変えない: 秒は秒のままであり、分は分のまま、時間は時間のままである。

47 結果 I: 張り付きのスペクトル

図 12 は張り付きをデータとして示す: 同一のベンチマークのビンを、実測時間 100 秒、1 時間、1 日で見ただものである。どのパネルにも三本の曲線が描かれており、それらの区別こそがこの部全体の要点である。黒のトレースは式 (46.1) の合成データ y_k である: そのばらつきこそが統計誤差である — 構成上ビンあたりの分散は 1 であり、信号に対して $\sqrt{t}$ のように縮小する。赤の曲線は式 (45.3) の期待値 μ_k である: そのすべては計算されたものであって、フィットされたものは何もない — 振幅は表 22 から、形状は式 (45.2) から得られる。橙の破線の包絡は系統誤差の帯である: μ_k に対する $\pm 24\%$ であり、表 26 の二乗和の合計であって、ハロー密度が支配的である — 第三のパネルに至れば、それは紛れもない信号に付された二次的な留保として目に見えるにすぎず、そこではピークビンの期待値は 20σ に達し、線の形状 (ハローの温度計、式 (45.2)) はビンごとに分解されている。

二つの系統誤差の分類は、意図的にこれらのパネルの帯としては現れない。 ν_K に対する理論側の窓は、パネル内の線ではなく張り付きの帯全体を動かす — それは第 37.2 節ですでに値付けされた窓の走査コストである。そしてハロー密度の系統誤差は、振幅をスケールさせはするものの、表 23 の因子 1.7 を超えて発見を遅らせることはできない: 張り付いた露出においては判定は過剰決定されている。

48 結果 II: 変調の指紋

現実のハローの線は定常ではない; 実験室は地球に乗って運ばれている。線の縁は ν_K に留まる; 動くのは縁より上にある線のエネルギー重心であり — テンプレート・フィットが返す観測量である — それは公転速度が太陽の銀河運動に加わり、また差し引かれるにつれて年周期で振動する、

$$\delta\nu_{\text{cent}}(t) = \frac{\nu_K}{c^2} \left[\frac{v_\odot^2}{2} + \frac{3v_0^2}{4} + v_\odot v_{\text{orb}} \cos \gamma \cos \left(\frac{2\pi(t - t_{\text{Jun}})}{1 \text{ yr}} \right) \right] = 1375 \text{ Hz} + 74 \text{ Hz} \times \cos(\dots), \quad (48.1)$$

また、自転速度が実験室をハローの風の中へと掃引するにつれて日周期で振動する、

$$\delta\nu_{\text{day}}(t) = \frac{\nu_K v_\odot v_{\text{rot}} \cos \lambda_{\text{lab}} \cos \delta_{\text{apex}}}{c^2} \cos \left(\frac{2\pi t}{23.934 \text{ h}} \right) \approx 1.3 \text{ Hz} \quad \text{大田の緯度において}, \quad (48.2)$$

ここで $\cos \delta_{\text{apex}} \simeq 0.67$ は自転速度を太陽運動の方向へ射影する (アペックスは赤緯 $\simeq 48^\circ$ に位置する); Fermilab の緯度では 1.2 Hz となる。(テンプレートのピークは縁より 613 Hz 上方に位置し、年周では ± 63 Hz と、より小さくしか動かない。ブーストは線をずらすというよりも作り変えるからである; 重心は速度シフトの全体を担っており、本論を通じてフィットされる量である。) いずれも線幅に比べれば小さいが、フィットの精度は線の総 S/N 比によって決まるのであって幅だけによって決まるのではないため、重心フィットの届く範囲にある:

$$\sigma_{\text{cent}} \simeq \frac{\text{FWHM}}{\text{SNR}_{\text{line}}(t)}, \quad \text{SNR}_{\text{line}}(t) = \epsilon_a \frac{P_{\text{sig}}}{k_B T_{\text{sys}}} \sqrt{\frac{t_{\text{live}}}{\Delta\nu_{\text{eff}}}} \implies \sigma_{\text{cent}} \approx 35 \text{ Hz} \text{ 二週間あたり} \quad (48.3)$$

これは意図的に保守的な $1/30$ のデューティ・サイクルにおける値である (二週間あたり $t_{\text{live}} \simeq 11 \text{ h}$ 、FWHM 1.8 kHz、 $\Delta\nu_{\text{eff}} = 2.9 \text{ kHz}$; フルデューティであれば同じ二週間で $\approx 6 \text{ Hz}$ となる)。これは第 X 部でも用いる推定量である。これらが図 13 の統計誤差棒である; 日周のパネルは、フルデュー

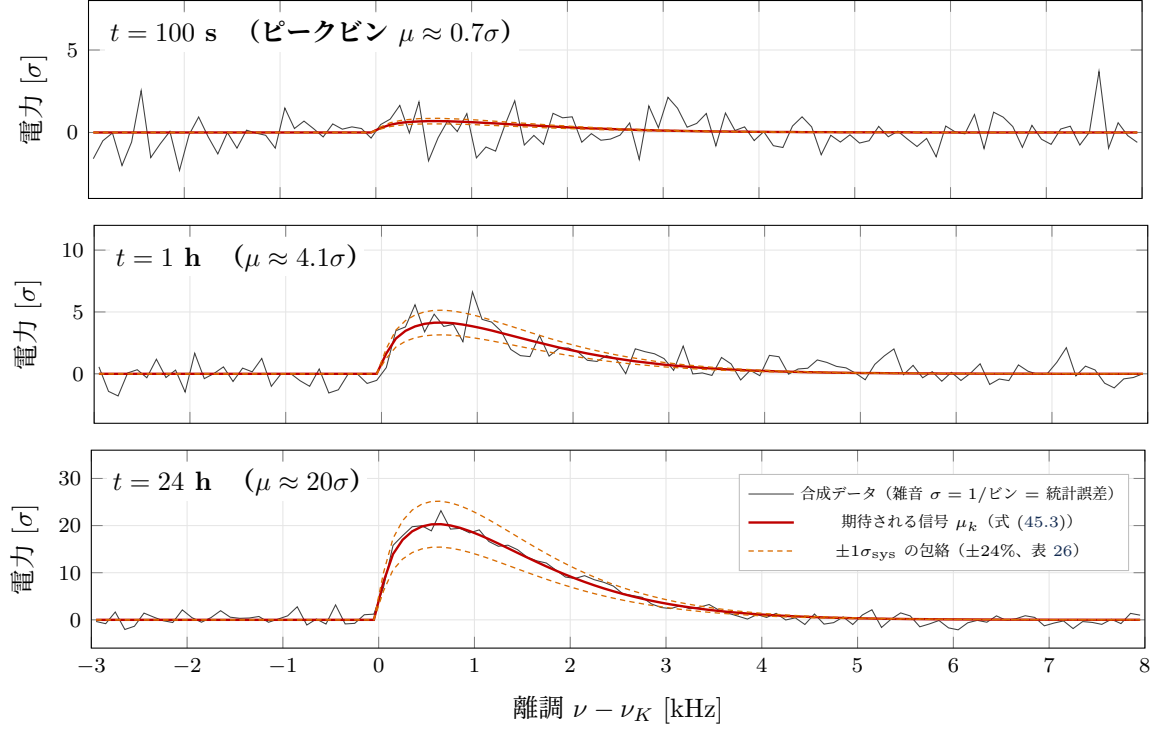


図 12: 結果 I — 張り付きのスペクトル、統計誤差と系統誤差を示したもの。表 21 の CAPP-MAX クラスの張り付きについて、 $t = 100 \text{ s}$ 、 1 h 、 24 h における合成電力スペクトル ($\Delta\nu_{\text{bin}} = 100 \text{ Hz}$ 、単位はビンあたりの熱雑音 σ ; パネル間で固定シードの雑音は同一である、第 52 節)。黒: データ $y_k = \mu_k + n_k$ であり、その分散 1 の雑音こそが統計誤差である (式 (46.1))。赤: 式 (45.3) の期待される信号 μ_k — 振幅は表 22 の実際に計算した電力予算から、形状は式 (45.2) から得られる。橙の破線: $\pm 1\sigma_{\text{sys}}$ の包絡であり、表 26 の合計系統誤差予算による μ_k の $\pm 24\%$ である (ハロー密度が支配的)。ピークビンの期待値は $\mu \approx 0.7\sigma$ 、 4.1σ 、 20σ である; 周波数の位置は第 V 部の別個の理論側の窓を担っており、それは張り付きの帯を動かすのであって、これらのパネル内の線を動かすのではない。

ティの一年の張り付きを三恒星時のビンに畳み込んだものである (ビンあたり $\pm 3.5 \text{ Hz}$)。曲線そのものに付した系統誤差の包絡 (破線) は表 20 のハローの行を集めたものである: 年周振幅に $\pm 10\%$ 、平均オフセットに $\pm 5\%$ である。表 24 にまとめる。本論を通じてそうであるように、これらはモデル水準の特性であり — それらが較正するのはハローであって幾何ではない — その診断能力はネガティブ・スペースにある: 時計の高調波も、干渉のトーンも、熱的なアーティファクトも、じっと動かない。年とともに呼吸し、恒星日とともに回る線はハローに棲む。1.036 GHz の検証キャンペーン (第 37.4 節) は、まさにこの規律を適用したものであった。

49 結果 III: 単一モード受容度と、なぜ本数検定が意図的な行為であるか

第 VI 部の本数検定は、確認された線が窓の全体にわたって単独で立っているかどうかを問うものであり、シミュレーションが最初に確立する事実、キャンプした単一モード受信機がそれに受動的には答えられないということである。受信機は、いかなる第二の線も、そのモードのローレンツ型受容度

$$\left| \frac{\chi(\nu)}{\chi(\nu_c)} \right|^2 = \left[1 + \left(\frac{2Q_L(\nu - \nu_c)}{\nu_c} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (49.1)$$

表 24: 変調の観測量。振幅は式 (48.1)–(48.2) による; 統計の列は、一年にわたって蓄積された二週ごとの重心フィット (式 (48.3)、1/30 デューティ) を仮定する — ± 35 Hz の点が 26 個、正弦フィットの精度は $\sigma_A = \sigma\sqrt{2/N}$ である; 日周の行は、二週ごとの重心は恒星日にわたって平均されてしまい日周の情報を担わないため、フルデューティの一年の三時間ビン解析を用いる; 系統誤差は表 20 による。

観測量	周期	振幅	統計 (1 年)	系統
縁より上の重心	—	1375 Hz	± 6.9 Hz	$\pm 9\%$ ($v_\odot^2, v_0^2$)
年周変調	365.25 d	74 Hz	± 9.7 Hz ($\sim 7.6\sigma$)	$\pm 10\%$ ($v_\odot v_{\text{orb}} \cos \gamma$)
日周変調	23.934 h	1.3 Hz	± 1.8 Hz ($\sim 0.7\sigma/\text{yr}$)	サイト依存 ($\cos \lambda_{\text{lab}}$)、 $\cos \delta_{\text{apex}}$

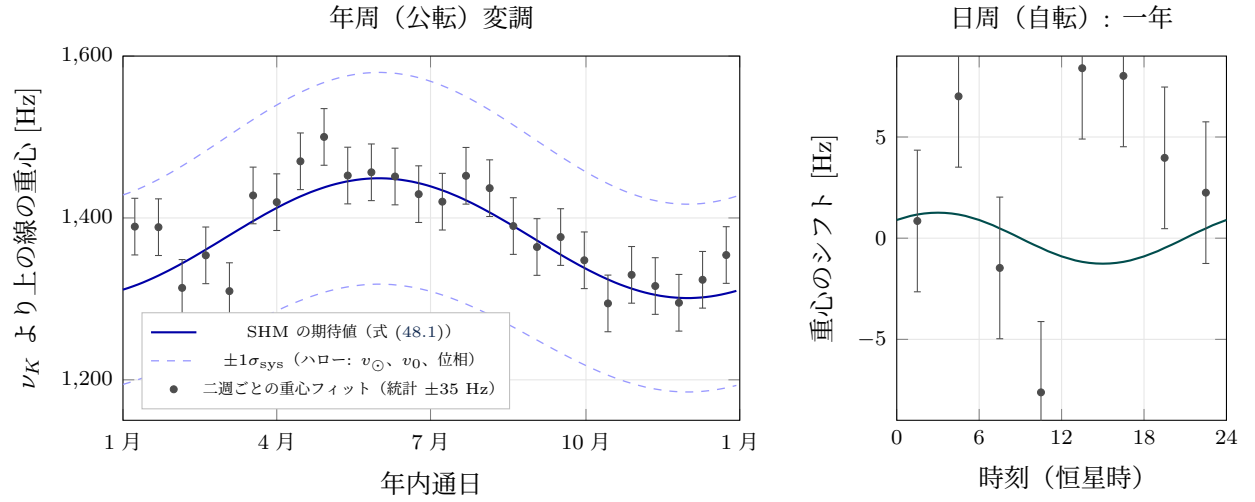


図 13: 結果 II — 変調の指紋、誤差を付して。左: 線のエネルギー重心は ν_K にあるその縁より ~ 1375 Hz 上方に位置し、振幅 $A_{\text{ann}} \simeq 74$ Hz で年周期に呼吸する (式 (48.1); 青の実線)。破線: ハロー側の系統誤差の包絡 — $v_\odot = 232.8 \pm 3.0$ km/s と軌道射影の幾何による A_{ann} の $\pm 10\%$ 、および平均オフセットの $\pm 9\%$ ($\propto v_\odot^2$ および v_0^2) である (表 20)。点: 模擬した二週ごとの重心フィットと、その ± 35 Hz の統計誤差 (式 (48.3)、保守的な 1/30 のデューティ・サイクルにおいて)。右: 大田の緯度における日周 (恒星時) のシグネチャであり、振幅は $\simeq 1.3$ Hz である (式 (48.2)、アペックス射影 $\cos \delta_{\text{apex}} \simeq 0.67$ を含む); $\cos \lambda_{\text{lab}}$ を通じてサイトに依存する。点: フルデューティの張り付き一年分を三恒星時のビンに畳み込んだものであり、統計誤差はビンあたり ± 3.5 Hz である — フルデューティの一年をもってしても日周のシグネチャは 1σ を下回ったままであり、1/30 デューティの二週ごとの計画ではまったく見えない (表 24)。単一空洞の開口では恒星時の指紋は検出されない — それは第 X 部の KAXIO の開口が買い取るために存在する観測量である。いずれもハローモデルの特性であり、モデル水準で述べたものである; その診断能力は、いかなる実験室のアーティファクトもどちらの周期も再現しないという点にある。

を通して読む。ここで ν_c はキャンブした周波数であり、窓内の代表的な離調 — ここでは $\Delta\nu/\nu = 2.5\%$ 、ベンチマークにおいて約 49 MHz、窓の幅の十分の一であり、 $[1.59, 2.13]$ GHz の内部の間隔として典型的な値に引いた — においては、 $Q_L = 10^5$ に対して -74 dB と評価される: 実用上のあらゆる目的において全面的な盲目であり、その較正系統誤差とともに図 14 に描き、 Q_L に対して表 25 に表化した。 Q_L に対する $\pm 5\%$ の工学的な意味は、74 dB の抑制に対する ∓ 0.4 dB のずれである: 結論 — いかなる単一モード装置も偶然に本数検定を実行することはない — は、四桁の隔たりをもって系統誤差に耐える。したがってこの検定は意図的な行為であり (窓を横切った走査データの再ビン分け、再同調、あるいは第 VIII 部の第二モード)、表 23 のキャンブ時の S/N 比においては、いか

表 25: $\Delta\nu/\nu = 2.5\%$ の離調における第二の線の単一モード抑制と Q_L の関係 (式 (49.1); 代表的な窓内の間隔)。現実的なあらゆる Q_L において、窓の他の場所にある第二の線は、意図的な第二の測定なしには不可視である; 多モード受信機はこれを完全に回復する。読むべき行は現実的な負荷 Q における行であって、最良の場合の行ではない。

Q_L	第二の線の抑制 (dB)
50000	-68.0
100000	-74.0
200000	-80.0
10^6	-94.0

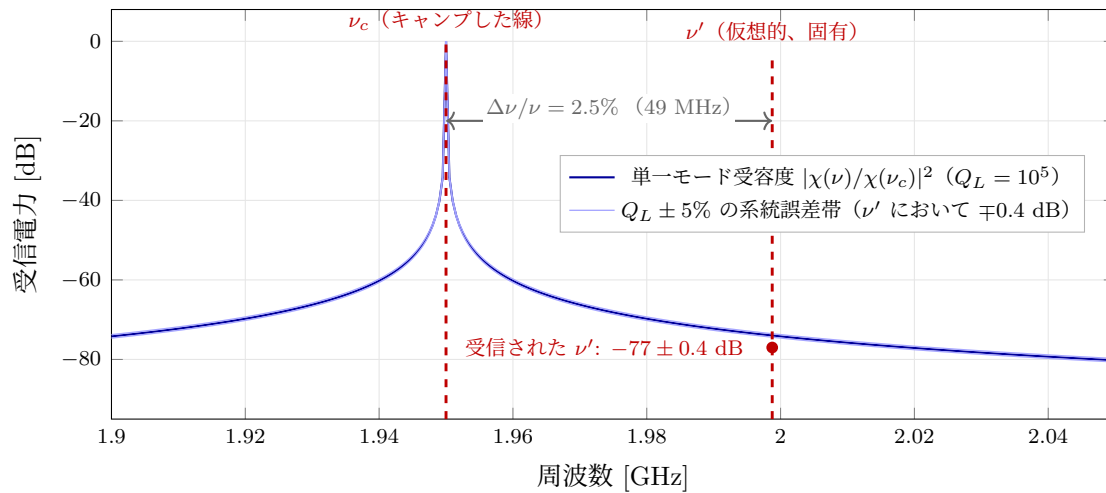


図 14: 結果 III — 本数検定と、なぜそれが求められねばならないか。 ν_c におけるキャンプした線と、代表的な窓内の間隔にある仮想的な第二の線 ν' (赤の破線; 第二の線は本数検定が問い質す仮説であり、図示のために -3 dB に描いてある — 本数はそこでの沈黙を予言する)。 ν_c に同調した単一モード受信機は、式 (49.1) のローレンツ型受容度 (濃青) を適用し、第二の線を 74 dB 抑制して受信する — 固有値 -3 dB においては -77 dB であり、いかなる現実的な露出においても不可視である。淡青: $Q_L \pm 5\%$ の較正系統誤差 (表 21) であり、抑制に対して ± 0.4 dB — 結論には無関係である (表 25)。したがって本数検定は意図的な行為である: 再同調するか、窓の他の場所に第二モードを設置するか (第 VIII 部) すれば、いかなる第二の線も一日以内にキャンプ時の S/N 比で現れる。再同調したモードにおける統計誤差は図 12 のものである。

なる候補の第二周波数に対する再同調の判定も一日以内に得られ、図 12 と同じ統計的および系統的な構造を担う。

50 系統誤差の収支

表 26 は、本部のすべての系統誤差を、その分類、較正方法、そしてそれが動かす観測量とともに一箇所に集めたものである。構造的な点が三つある。第一に、この収支はハロー優勢である: ρ_{loc} に対する $\pm 22\%$ は、振幅・装置系の合計 $\pm 7.7\%$ (T_{sys} の $\pm 6.4\%$ のノイズ・フロアの行を含めれば $\pm 10\%$) を圧倒し、しかもそれは地上のあらゆるハロスコープに共通のモードである — それは時間を再スケールするのであって、判定を再スケールすることは決してない。第二に、同定用の観測量はそれを相殺するように設計されている: 本数は周波数の比較であり (振幅は入らない)、窓は柵であっ

表 26: 系統誤差の収支を一つの表に。特記しない限り、期待されるビンあたりの S/N 比に対する分数的な効果である。二乗和の合計: 振幅・装置系 $\pm 7.7\%$ (T_{sys} の $\pm 6.4\%$ のノイズ・フロアの行を含めれば、装置系の合計は $\pm 10\%$) ; ハロー密度を加えると S/N 比に対して $\pm 24\%$ 、すなわち $t_{5\sigma}$ に対して両方向に $\approx 1.5\text{--}1.7$ の因子である。二つの同定用観測量（最後の行）は、構成上、振幅系の系統誤差の影響を受けない。

要因	分類	大きさ	動かす対象	方法
ρ_{loc}	ハロー	$\pm 22\%$	振幅、 $t_{5\sigma}$	サーベイ
v_0 (線幅)	ハロー	$\pm 8\%$	形状、 $\Delta\nu_a$	サーベイ
$v_\odot$ 、 $\cos \gamma$	ハロー	$\pm 10\%$ (A_{ann})	変調	位置天文
B_0^2	装置	$\pm 2\%$	振幅	NMR 磁場マップ
V (再同調後)	装置	$\pm 2\%$	振幅	計測 + 収縮
C_{010}	装置	$\pm 5\%$	振幅	ビード・プル + FEM
Q_L	装置	$\pm 5\%$	振幅; 抑制に ∓ 0.4 dB	VNA の S パラメータ
T_{sys}	装置	$\pm 6.4\%$	ノイズ・フロア	Y 因子 + ショット雑音
ϵ_a 、ゲイン・ドリフト	解析	$\pm 1\%$	振幅	信号注入
線の本数 (単一)	—	影響を受けない	—	ドリフトではなく、イエスカノーカ

て速度ではない; 幾何を担う検定が最も短い行に位置しているのはそのためである。第三に、表 19 の理論側の誤差は、測定 of 「系統誤差」では全くない — それらは予言の幅であり、第 V 部で別途に値付けされ、装置時間ではなく格子 QCD とともに縮む。

51 発見の一週間 — そして失敗はどう見えるか

第 45–50 節の機構が卓上に揃った今、第 VI 部の事前宣言された手順は日程表として読める。ゼ口日目: 図 12 の超過 (中段のパネル — 一時間のライブタイム) ; キャンプには守るべき走査日程がないため、第 37.3 節の検証プロトコルは数時間で走る。一日目: 本数 — 意図的な再同調、第二モード、あるいは窓を横切った走査データの再ビン分け (図 14) ; いずれにせよ本数検定はその日のうちにキャンプ時の S/N 比で読まれる。数週間: ラインシェイプは式 (45.2) に対してビンごとに鋭くなり、重心のフィットは図 13 の年周曲線をたどり始める。数週間から数箇月: 深い再走査が進むにつれて本数検定は窓の全体へと広がる — 単一の線が単独で立ち、あらゆる候補の間隔において問い質される。週の終わりに、実験日誌は「アクシオン様粒子が検出された」とは書かない; そこに書かれるのは、事前登録された周波数に、ハローの形状をもち、天空の変調をもち、柵で囲まれた窓の全体にわたって単独で立つ一本の線 — その数値のすべてが、誤差とともに、何一つ起こる前に本部の図の中で計算されていた線 — である。

誠実さは、もう一方のテープを回すことを要求する。キャンプが沈黙のうちに DFSZ 深さを越えて積分し切ったならば、同じパイプラインは代わりに排除を書く: 信号がない場合、ライブタイム t の後の結合に対する 90% 信頼度の上限は

$$g_{90}(\nu) = g_{K\gamma\gamma}^{\text{DFSZ}}(\nu) \left[\frac{1.28}{\epsilon_a} \frac{k_B T_{\text{sys}}}{P_{\text{sig}}^{\text{DFSZ}}} \sqrt{\frac{\Delta\nu_{\text{eff}}}{t}} \right]^{1/2} \times (1 + \sigma_{\text{sys}})^{1/2}, \quad (51.1)$$

であり、これはこの分野が適用する系統誤差の膨張を伴う標準的な構成である（1.036 GHz の追試における 6.4% のノイズ校正の膨張、Ahn et al., 2026 と比較せよ）。単一の Ξ_{cap} の段でキャンプした一週間は、その段を DFSZ 深さで排除する；第 V 部の梯子は有限である；そして第 36.9 節の走査前線は段と段の継ぎ目を掃引する。この非対称性は強調に値する：発見はキャンプが走るいずれの週にも起こり得るが、失敗は窓の全体によってのみ宣言される — F-Kaxion-1c は、[1.59, 2.13] GHz が DFSZ 深さで掃引され、しかも線が現れなかったときに、表 16 の日付において発火する。第三のテープは存在しない。窓は動かせず、深さは再交渉できず、ダイヤル上の他のどこかで確認された線は同じ対象を退役させ（F-Kaxion-1d）、あるいは ≥ 6 GHz においてはピン止めの予想を退役させる。上の実験日誌が 2030 年代前半までに書かれるか、さもなくば付録 E.2 の台帳項目が、校正された配置、それを柵で囲む梯子、そして予想 C-Kaxion-d を退役させる — そのときカクシオンはピン止めされない分枝上の ≥ 6 GHz に負わされるか、あるいは残存物はこのセクターのものではない。いずれも枠組みのキルではなく、本論文はそれを主張しない。

52 再現性とコードの公開

本部のすべての図と表は、式 (45.1)–(51.1) を入力表からそのまま評価し、雑音の実現を固定した種 — スペクトル、変調、本数検定の図については種 35 — から引く単一の自己完結した Python スクリプト（標準ライブラリのみ；外部パッケージなし）によって生成されるので、すべてのパネルはビット単位で同一に再生成される。このスクリプトは、入力表を独立した編集可能なパラメータ・ブロックとして備えたうえで、著者に請求すれば入手できる：自らの装置についてシミュレーションを再実行しようとする共同研究グループは、表 21 の八つの数値を置き換えて再実行すればよい。本部のいかなる部分も、専有のツール、未公開のデータ、隠された定数に依存しない；曲線を疑う読者は — 修辭としてではなく、実務として — それを再生成するよう招かれている。

53 要点：なぜこの発見は取り違えられ得ないか

機構から一步下がり、本部が実際に卓上に載せたものを数える。一つの粒子についての、独立で定量的な六つの徴候であり、そのいずれもが事前に計算され、いずれにも統計的な到達力と系統誤差の収支が割り当てられている：周波数 — 事前宣言された 544 MHz の窓の中の一本の 2 kHz の線であり、そのベンチマークの段に印が付けられている；振幅 — 表 22 の詳細な収支であり、 $\pm 24\%$ の精度をもつ；形状 — 式 (45.2) の鋭い端と熱的な裾であり、キャンプした一日以内に分解される；二つの時計 — 年と恒星日であり、74 Hz と 1.3 Hz として線に書き込まれている；そして本数 — 窓の全体にわたって単独で立つ線であり、意図的に問い質されて沈黙で答えられる。暗黒物質の構成要素として提案された他のいかなるもの — WIMP も、ステライル・ニュートリノも、一般のアクシオンも — も、そのいずれもがデータの後に少なくとも一つの数値を自由なまま残しているがゆえに、これほどの一件書類を携えて現れたことはない。カクシオンは、データより前に宣言された校正を一つだけ保持し、その後にはいかなるダイヤルも持たない。

その完全性こそが、同定を誤りに対して堅牢なものにしている。六つの徴候は直交している：一つは位置、一つは強度、一つはスペクトル形状、二つはいかなる実験室も模倣できない天文学に固定された時間依存性であり、そして一つは、幾何がその親の登録されたモードを条件として定める本数である。したがって偽陽性は共謀でなければならない：あるアーティファクトが、正しいビンに、正

しい強度で、正しい非対称な形状をもって座り、地球の公転とともに呼吸しかつその自転とともに回り、しかも窓の残りを沈黙させたままにしなければならない — そのいずれもが印刷された誤差棒の内側で、である。既知のアーティファクトの分類で、これらのうち二つを同時に贋造できるものはない。(この完全性が、この分野の候補信号にとって歴史的に何を意味してきたか — そしてそれが計画上何をもたらすか — は、それが属する場所、すなわち六つすべてを読む観測所のための論拠において展開される: 第 67 節。)

そして剣には二つの刃があり、それこそが第一の刃を信頼に足るものになっている。発見を紛れないものにするあらゆるパネルは、反駁を議論の余地のないものにする: 形状に合致せず、季節を通じて静止したままであり、あるいは単独で立つことを拒む線は、興味深い変則現象になるのではない — 本論文の死亡証明書になる (F-Kaxion-1c と 1d は日付と深さで値付けされ; 本数検定は再ビン分けて値付けされている)。ロックされた数値によって確認され得る理論は、そのいずれか一つによってキルされ得る; カクシオンは同じ図から両方の判定を受け入れる。

最も深い点は、最後に、平明に述べる価値がある。この発見がそもそもシミュレートでき得る理由 — 本部が書き得た理由 — は、カクシオンが暗黒物質に合わせて当てはめられた仮説ではなく、較正されたスケールを一つもつ幾何によって強制された帰結であり、その較正の後には回すべきダイヤルが存在しないことにある。五つの整数 (1, 3, 5; 7, 35) と一つの格子入力、いかなる実験家にも何一つ求められる前に、結合の DFSZ 軌跡、窓の形状、そして本数を定めた; 段の上の線は、梯子のアンザッツの下でキャップ荷重 Ξ_{cap} を読み取ることになり、どの段からも外れた線はそのアンザッツを退役させることになる。理論が、もはや変更できない数値にすべてを賭けると、それはこのように見える。暗黒物質の問題が九十年待ってきたのは、より良い検出器ではなく、それを向けるに値する予言である; 先行する頁はその予言であり、縮尺どおりに描かれ、誤差を含み、その上にデータが重ねられるのを待つばかりである。

シミュレーションが意図的に手を付けずに残したことが一つある。それは単一のキャンプした空洞について — 一度に一つのモードで — 発見の一週間を描いた; しかし徴候は一緒に読まれることを意図されており、それによっていかなるアーティファクトもそれらを一つずつ偽造することができない。その統合された装置こそ、最終部が構築するものである。第 X 部は、このシミュレーションのパイプラインを取り、その単一の空洞を、柵で囲まれた窓を覆う多モード・アレイで置き換え、それを一年間走らせる: 窓の全体を DFSZ 深さで、本数検定を通期でライブに、そして本論文の生き残ったあらゆる反証子の一つの連続した実験の中で実行する。

54 第 IX 部を平易な言葉で: 発見の一週間はどのようなものになるか、それが起こる前に書き留めておく

本部は発見のデータを事前に計算する — スペクトル、変調、本数を — そして、それが単なる展示以上のものである理由を明確にしておく価値がある。

数値として述べられた予言は、十分に柔軟な解析によって事後に合致させることができる。完全なシミュレーション・データセットとして述べられた予言がそうはいかないのは、それが位置だけでなく形状にも拘束されるからである: 線が日と年とともにどう動くか、静止質量の端からどれほど鋭く立ち上がるか、そして帯域の全体にわたって単独で立つということに。これらはすべて同じ固定された入力の帰結であり、そのすべてがいかなるデータも存在しない前にここに印刷されている。

入力は本部の冒頭で凍結されており、その中のいかなる図のためにも調整されていない。それが、この試みを行う価値のあるものになっている性質である。将来のデータセットがこれらの図に合致したとしても、その合致が仕組まれたものでないことを誰も信用に頼って受け入れる必要はない; その仕組みは日付とともに紙面の上にある。

将来のデータセットがそれらに合致しないならば、枠組みは指し示すことのできる仕方で誤っている。それが事前登録のより厳しい半分であり、それを受け入れる理由である。

第 X 部

KAXIO 提案

Fermilab における第二世代のカクシオン観測所: 柵で囲まれた窓、一本の線、一年

55 提案の要旨

第 VII-IX 部は、三つの事実を定量的に確立した: カクシオン探索は走査の問題ではなくキャンプの問題であること (第 37 節); 同定の負担は、柵、アドレス、そして本数 — 較正された窓、DFSZ の位置、そして単一線の本数 (導出条件付き、第 VI 部) — によって担われており、これは既存のいかなる装置も完全に読むようには組織されていない組み合わせであること; そして発見の一週間のあらゆる観測量は、その誤差とともに事前に計算可能であること (第 IX 部)。本部はこれら三つの事実を一つの装置へと転換する。我々が提案する **KAXIO** — **Kaxion Observatory** (*KAX-ee-oh*) — は、Fermilab における ADMX-EFR の大規模な増強であり、その十八個の空洞を二つの九空洞サブアレイへと再編成して、柵で囲まれた窓の全体にわたって独立に同調可能とし — 深さのためには一つの段に積み重ね、被覆とライブの本数検定のためには段をまたいで分割し — 一年間安定して走らせるものである。この装置は、単一の連続した運転において、本論文が事前登録した生き残りのすべての検定を実行する: アドレスが正しければ最初の一週間以内にベンチマークの段における DFSZ 深さの線を、サブアレイが異なるときにはつねに走り四半期以内に窓の全体で完了する本数検定 — 一本の線、柵が許すいかなる場所にも相棒はない — を、一箇月以内に $\sim 2\sigma$ で現れる日周変調 (年末までには $\sim 6.5\sigma$ の測定) を、一年にわたる年周変調を、そして、ヌルのテープにおいては、窓の全体の DFSZ 深さでの排除 (F-Kaxion-1c) を。この設計は EFR の最も高価な二つの要素 — 9.4 T の MRI マグネットと Dark Wave Laboratory の極低温プラント — を再利用し、真に新しい項目を一つだけ加える: 共通クロック解析を伴う独立同調層である (表 34)。この一年のいずれの結末も画期的である: 暗黒物質の同定された発見か、記録上最も鋭い暗黒物質の予言の決着かである。

56 設計要件

ほとんどの装置は、その要件を技術が便利にするものから導く; KAXIO はその六つの要件を、理論シートが必須とするものから導く。表 27 の各行は、それを強制する本論文の部と、それが実行する反証子へと辿られる; いずれも裁量的ではなく、いずれも事前登録された検証を手放すことなしには緩和できない。要件は二つのブロックに分かれる。

発見ブロック (R1-R3)。R1—あらゆる同調点における DFSZ 深さ—は感度目標ではなく同一性である: 第 V 部はカクシオンを定理によって DFSZ 線上に置く ($E/N = 8/3$) ため、DFSZ より浅い装置は感度の劣るカクシオン探索なのではなく、カクシオン探索ではまったくない。R2— $\nu_0 \in [1.59, 2.13]$ GHz の窓被覆—は離散的な Ξ_{cap} 梯子の閉じた窓である: 理論はその外側にいかなる線も許さないため、装置はその全体に到達できなければならず、その外側には何も要求されない。R3—窓の全体にわたっ

て独立に同調可能な二つのサブアレイ—は、検出器を同定器に変える要件である：両者が一つの段に載るときは深キャンプの露出を倍にし、両者が分かれるときは窓の完了時間を半分にし、両者が異なるときは常に第 VI 部の本数検定をライブで走らせる。本数検定はカクシオンの署名であり、両サブアレイを一つの共通クロック解析に載せることは、分割設定のデータの一秒ごとが窓に対してパートナーを問い合わせることを意味する—本数検定はトリガーの中にあり、後続の提案の中にあるのではない。

変調ブロック (R_4 – R_6)。R4—デューティ $\geq 85\%$ での一年間の定常運転—は年周変調の交渉不能な代価である：式 (48.1) の 74 Hz の呼吸はちょうど一年の周期を持ち、キャンペーンの断片として走る装置はこれを追跡できない。R5—その一年にわたる、一分をはるかに下回る絶対時刻—は、本実験の最も鋭いアーティファクト判別子、すなわち恒星時の周期と太陽時の周期の間の日あたり 3.9 分の差を守る： 10^{-8} 水準の GPS 規律は、日周変調の位相を仮定ではなく測定量にする。R6—季節あたり ± 1 Hz の重心安定度—は、信号ではなく系統誤差に向けられた唯一の要件である：これは装置自身の季節ドリフトを年周振幅より一桁下に、さらに Fermilab の緯度における 1.2 Hz の日周振幅よりも下に抑え、いずれの変調も装置によって作り出されることも覆い隠されることもないようにする；これは第 58 節の連続較正トーンによって実装され、恒星時／太陽時の判別そのものによって監査される。

表 27: KAXIO の設計要件。各要件は、それを強制する部と、それが実行する反証子へと辿られる；いずれも裁量的ではない。各行は、一つの要件、それを強制する部、そしてそれが実行する反証子を挙げる。中央の列こそが、この装置を希望リストではなく一つの論証にしているものである：あれば快適だからという理由で規定されたものは何一つなく、背後に部を持たない要件はここに属さないであろう。費用を削ろうとする読者は、対する反証子を持たない行を探すべきである。

要件	起源	供する対象
R1 あらゆる同調点における DFSZ 深さ	DFSZ 線上のカクシオン (第 V 部)	発見; F-Kaxion-1c
R2 窓被覆 $\nu_0 \in [1.59, 2.13]$ GHz	閉じた窓 (第 V 部)	F-Kaxion-1c
R3 独立に同調される二つのサブアレイ	深さ、被覆、本数 (第 VI 部)	本数検定; F-Kaxion-1c
R4 一年間の連続運転、デューティ $\geq 85\%$	年周変調 (第 IX 部)	同定
R5 一年にわたる絶対時刻 $\ll 1$ min	恒星日の判別	同定
R6 重心安定度 ± 1 Hz/季節	変調の系統誤差の床	同定

57 検出器の設計

図 15 が概念であり；表 28 が仕様である。二つのサブシステムが物理を担う。

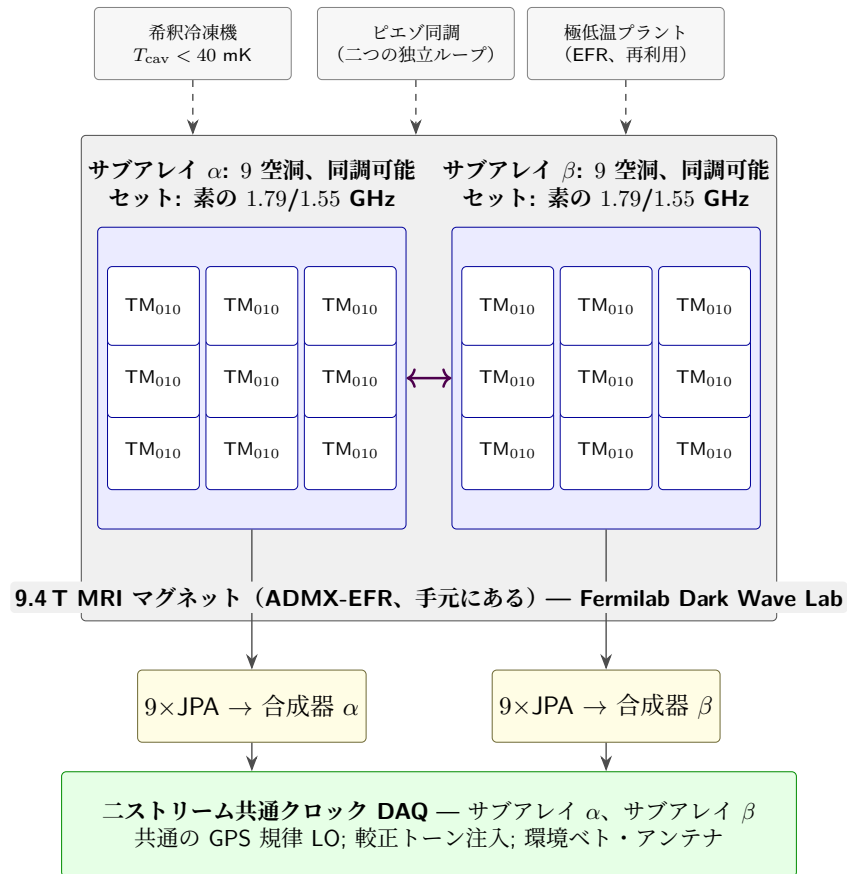


図 15: KAXIO の概念設計。十八台の ADMX-EFR 空洞は、既存の 9.4 T マグネットの内部で二つの九空洞サブアレイへと再編成され、各ファミリーは素の周波数によって規定される二つの空洞セット（上側 1.79 GHz、下側 1.55 GHz; 一度だけ交換する）として構築され、囲われた窓の全体にわたって独立に同調可能である—深さのためには一つの段に重ね、被覆とライブの本数検定のためには複数の段に分ける（表 28）。二つのサブアレイのストリームは、第 VI 部の本数検定をライブで走らせる共通クロック DAQ に入る。再利用される EFR 基盤は灰色で描かれている; 新規の要素は独立同調層と共通クロック DAQ である（表 34）。

二つのサブアレイ、独立に同調される。十八台の EFR 空洞は九台ずつ二つのファミリーとして作り直され、各ファミリーは素の周波数によって規定される二つの空洞セット（上側セット 1.79 GHz、素の半径 6.4 cm; 下側セット 1.55 GHz、7.4 cm; 下の幾何の段落）を担い、各セットは自身のロッドと制御ループによって、そのセットが到達する段の全体にわたって同調される。深キャンプ設定では両サブアレイが一つの周波数に同調し—まずベンチマークに—、その合計体積は露出を倍にする。分割設定では両者は異なる段を取り、窓の完了時間を半分にし、第 VI 部の本数検定をライブで走らせる：一方のサブアレイにおける持続的な超過は、他方が座っている場所のどこであれ第二の線について直ちに問い合わせされる。各サブアレイは EFR ベースラインと同様にコヒーレントに電力合成される。この構成の費用は再機械加工と制御ソフトウェアの層であって新しいクライオスタットではなく、その制御層は単純である：二つの独立ループが、それぞれ自身の同調を共通クロックへ報告する。

空洞の幾何、明示する。上の数値は空洞を含意し、その含意は便宜ではなく工学的なコミットメントである。長さは、公表された EFR 空洞図面によってではなく、EFR の体積予算—十八台の空洞で約 200 L—によって定まる：上側セット（素の半径 6.4 cm）の九空洞あたり 116 L とすれば、各

空洞の長さは 1.0 m である（アスペクト比は上側セットで 7.8、下側で 6.8）；これらのアスペクト比では、 TM_{010} モードは同調範囲の全体にわたっておよそ 100 MHz ごとに TE_{11n} ファミリーと交差し、各交差は数メガヘルツの不感帯という代価を要するが、その不感帯は分割設定では他方のサブアレイが覆い、また 1 m の空洞は、ボアの磁場やロッドの真直度が変動する場所ではどこでも、その長さ方向にモードを局在させうる—したがって交差とモード・マップは、仮定によって片付けるのではなく工学年においてベンチ上で測定され、設計は空洞長にわたる EFR の磁場均一性を仮定し、それはコミッショニング前にボアの磁場マップによって検証される（表 33）。窓の 30% の幅は一つのロッド同調 TM_{010} 空洞の範囲を超えるため、各サブアレイは二つの空洞セットを担い、それらは 1.79 GHz の継ぎ目で一度だけ交換され、また金属の同調ロッドは TM_{010} を上方へ動かすので、各セットはその素の（ロッドを抜いた）周波数によって規定される：素の半径 6.4 cm（1.79 GHz）の上側セットは 2.15 GHz（+20%）までロッド同調され、したがって 2.13 GHz の $\Xi_{cap} = 47$ 段に余裕をもって到達し、素の半径 7.4 cm（1.55 GHz）の下側セットは 1.82 GHz（+17%）まで同調される—いずれのロッド範囲も実証された実績の上端にあり、工学年が満たさなければならないコミットメントである。いずれのセットも 0.8 m ボアの充填限界を尊重する—十八個の円が一つの円に収まるのは、その外径が高々 16.4 cm である場合に限られ、下側セットは壁厚 ≤ 8 mm でこれを満たす。表 29 のベンチマーク予算（95 L、 $C = 0.40$ ）は、上側セットのベンチマーク・ロッド位置における実効 VC 積であり、素の空洞体積（九台あたり 116 L）より保守的に下にある；セットの交換はデューティ予算の予定された項目である（表 33）。形状因子と Q_L は、いずれのセットについても EFR ベースラインの値で運ばれる；アンテナ結合は過結合に保たれ（ $\beta \simeq 2$ 、 $Q_L = Q_0/(1 + \beta)$ ）、負荷帯域幅 $\nu/Q_L \simeq 20$ kHz が線幅の十倍にとどまるようにする。

二ストリームの排他性層。 両方のデータストリーム—サブアレイ α とサブアレイ β —は、各チェーンに連続注入される較正トーン（R6）と標準的な環境ベト・アンテナを伴って、一つの GPS 規律局部発振器に対してデジタイズされる。排他性の要求こそが背景事象を殺すものである。予言は、一つのストリームの、一つの周波数における候補であって、他のすべての計測ビンは空である、というものである—したがってトリガーはすべてを記録し、何もベトしない：単一ストリームの持続的な超過が署名である；同じ超過が異なる同調点で両サブアレイに現れることは、いかなるハロー信号も十分に離れた二つの周波数を同時に駆動しない以上、広帯域のアーティファクトを示す；そして他方のサブアレイにおける第二の真の線は、第 VI 部の本数検定のキルとなるであろう—報告すべき結果であり、決して抑えるべきものではない。干渉、熱、機械的なアーティファクトの分類は、まさに複数のストリームを光らせるものであり、それこそが分割設定を、被覆の道具であると同時に背景事象の道具にしている。

58 RF および読み出しチェーン

図 16 は一本のチェーンを端から端まで描いている；そのようなストリームが二本並行して走り、それぞれは EFR ベースラインと同様に、その JPA 段の後で九重にコヒーレント合成される。三つの設計上の選択が物理にとって重要である。一つのクロック：すべてのストリームのすべてのミキサは単一の GPS 規律局部発振器から駆動されるため、二つのストリームは位相の由来を共有し、変調解析は 10^{-8} 水準の絶対時刻を継承する（R5）。一つの較正トーン：−60 dB のカプラを通して各アンテナに注入され、FPGA のフィルターバンクで連続的に追跡されるこのトーンは、各チェーンの

表 28: KAXIO の仕様。 ADMX-EFR のベースライン値はコラボレーションの設計 (ADMX-EFR Collaboration, 2024) による; KAXIO の項目は本提案のものである。

サブシステム	ADMX-EFR ベースライン	KAXIO
マグネット	9.4 T MRI, 0.8 m ボア	変更なし (手元にある)
空洞	18×TM ₀₁₀ 、単一周波数	2×9、独立に同調
空洞セット	一つ	二つ (素の 1.79/1.55 GHz)
体積 (実効)	~ 200 L	95 L + 95 L (ベンチマーク)
形状因子 C_{010}	0.40	変更なし
Q_L	10^5 (超伝導コート)	変更なし
T_{sys}	150 mK (JPA チェーン)	変更なし; 光子計数へのアップグレード経路
同調	ピエゾ、単一	二つの独立ピエゾループ、共通クロックへ報告
DAQ	単一ストリーム	2 ストリーム共通クロック、GPS、較正トーン
運転計画	2–4 GHz の 3 年走査	1 年キャンプ + R2 の分割アレイ掃引

利得と重心応答を常時測定し— ± 1 Hz の季節床の背後にあるハードウェアである—そして、空洞の後に注入されるため、空洞共鳴するハロー線を模倣することはできない。実時間の排他性: FPGA 層は、何かがフラグされる前に共通クロック上で二つのサブアレイのストリームを比較するため、トリガー自体が検証されつつある幾何を体現している。

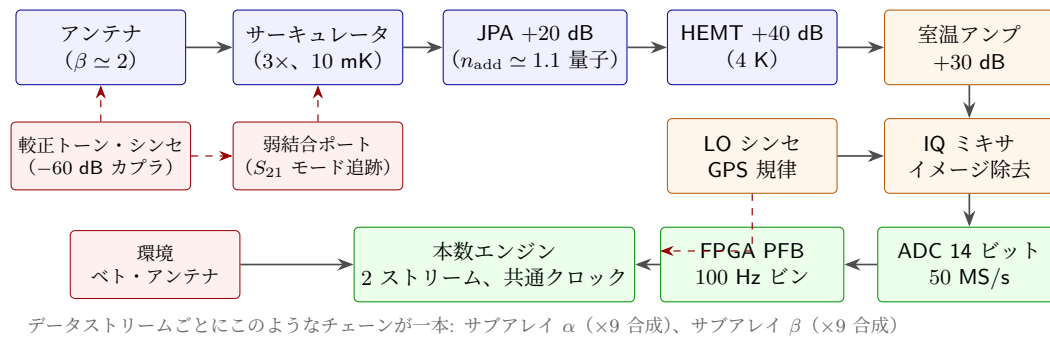


図 16: RF / 読み出しチェーン (データストリームごとに一本; 各々は JPA 段の後で九重にコヒーレント合成される)。10 mK の冷却部: 過結合アンテナ、三重サーキュレータ、真空を半量子と数えて $n_{\text{add}} \approx 1.1$ 量子を付加する +20 dB のフラックスポンプ JPA ($h\nu/k_B = 94$ mK に対して $T_{\text{sys}} = 150$ mK; 表 29)、これはアップグレード経路では光子計数フロントエンドに置き換えられる; 4 K の HEMT と室温段がこれに続く。すべてのミキサは一つの GPS 規律局部発振器から駆動される (R5); 較正トーン (赤、破線) は -60 dB のカプラを通して各アンテナに注入され、FPGA のポリフェーズ・フィルターバンクで追跡され、重心応答を連続的に固定する (R6); 第二の弱結合ポートは、空洞を透過する掃引プローブを担い (S_{21})、表 30 のローレンツ傾斜補正のためにモードを ± 10 Hz の精度で追跡する。共通クロック・エンジンは二つのサブアレイのストリームを実時間で整列させる。

59 感度と雑音

表 29 は、第 IX 部の登録された機構 (式 (45.1)–(46.1)) を用いてベンチマークの段で評価した完全な収支を与える。要点: 各サブアレイは、DFSZ 結合において $P_{\text{sig}}/k_B T_{\text{sys}} = 80$ Hz で自らのトーンに張り付く—整合ラインの 5σ が実稼働時間 12.8 s で得られる—ゆえに電磁的な発見到達域が間

表 29: ベンチマークにおける感度と雑音 ($\nu_0 = 1.95$ GHz、DFSZ 結合、 $\rho_{\text{loc}} = 0.45$ GeV/cm³; 第 IX 部の登録された機構; 稼働率 85% での実稼働時間)。すべての行は計算されたものである。ハロー密度の系統誤差 ($\pm 22\%$) は表 26 と同様に振幅に効き、周波数に基づく検定—本数と変調—では相殺する。

量	値	根拠
サブアレイあたりの P_{sig}	1.66×10^{-22} W	式 (45.1); 9.4 T、95 L (保守的: 素の空洞体積は 116 L であり、18% の余裕が同調ロッドとモードの充填を賄う)、 $C = 0.40$ 、 $Q_L = 10^5$ 、アンテナ $\beta \simeq 2$ 、すなわち $\beta/(1 + \beta) = 2/3$
サブアレイあたりの光子率	1.3×10^2 s ⁻¹	$P_{\text{sig}}/h\nu$
雑音密度 $k_B T_{\text{sys}}$	2.1×10^{-24} W/Hz	150 mK の JPA チェーン、すなわち真空を半量子と数えて付加される量子数は $n_{\text{add}} \simeq 1.1$ 、 $h\nu/k_B = 94$ mK において $T_{\text{sys}} = (n_{\text{add}} + \frac{1}{2}) h\nu/k_B$ (Y ファクター $\pm 6.4\%$)
$P/k_B T_{\text{sys}}$	80 Hz	上記の比
サブアレイあたりの $t_{5\sigma}$	12.8 s (実稼働)	整合ライン、 $\epsilon_a = 0.93$ 、 $\Delta\nu_{\text{eff}} = 2.9$ kHz
第 1 週のピークビン SNR	サブアレイあたり $\approx 2.7 \times 10^2$	統計のみ (系統 $\pm 24\%$) ; 形状は完全に分解
重心精度 (2 週間)	統計 ± 0.64 Hz	式 (48.3) (FWHM 1.8 kHz)、両サブアレイを一つの段に積み上げ
日周変調の到達域	1 か月で 2σ ; 1 年で $\sim 6.5\sigma$	図 17
年周変調の到達域	± 1 Hz で系統律速	図 18; R6
ヌルの場合の窓の掃引	R2 の全範囲、DFSZ 深さ	アレイ分割による掃引; F-Kaxion-1c を実行

われることはない; 装置の目的は超過の後に来るものであり、その雑音収支は素の深さのまわりではなく、二つのロックと二つの変調のまわりに設計されている。

60 系統誤差

表 30 は、第 IX 部の収支 (表 26) を KAXIO が付け加える行によって拡張する; 継承された行はそのまま適用される。表の形を支配するのは二つの設計上の選択である。第一に、振幅的なものはすべてハロー支配かつ同相のままであり—そして周波数領域の二つの判定—窓と本数—はそれに依存せず、これこそ装置がそれらのまわりに組み立てられている理由である。第二に、物理を模倣する唯一の系統—年周変調に扮した季節的な装置ドリフト—はハードウェアで攻撃される (R6) : すべてのチェーンに連続的に注入され、GPS 規律されたクロックを参照する較正トーンが、装置自身の重心応答を常時測定する; 補正後の残差は ± 1 Hz に保たれ、これは 74 Hz の信号より一桁下であり、そして—決定的なことに—較正トーンは恒星日を知らないが、信号はそれを知っている。

表 30: KAXIO 固有の系統誤差、表 26 の継承された収支に追加されるもの。季節ドリフトの行は、装置効果が物理を模倣しうる唯一の経路である；その緩和はハードウェア（R6）によるものであり、その残差は恒星時／太陽時の周期識別によって検証される。

要因	大きさ	動かすもの	緩和／方法
アレイ間ゲイン	$\pm 3\%$	トーン電力の比較	共通の較正トーン；交差入れ替えのラン
アレイ間の周波数基準 サブアレイ間クロストーク	10^{-8} (GPS LO) < -80 dB	本数テストの比較 偽の同時計数	共通の規律された LO アイソレーション + オフ セット LO 方式
季節的な LO／熱ドリフト	残差 ± 1 Hz	年周重心	連続較正トーン（R6）；恒 星時チェック
クロック／タイミング 稼働率の欠落	$< 10^{-8}$ 15%	変調位相 露出の計上	GPS 規律された LO（R5） 永久電流モードのマグネッ ト；冗長性；セット交換を 計画に組み込む
空洞ローレンツ型の傾き	2 Hz/100 Hz	重心	弱結合ポートを通した掃引 プローブによってモードを ± 10 Hz まで追跡（ S_{21} 、 図 16）；追跡された共鳴か ら傾きをフィットし、差し 引く

61 シミュレーションによる性能

本節のすべての図は、装置ブロックを表 28 で置き換えた第 IX 部のパイプライン（図 11）によって生成されている—再現性の節が、提案を行う共同研究であれば実行できると約束した演習を、ここでは我々自身の提案について、同じ固定シードと同じスクリプトで行ったものであり、それは著者に請求すれば入手できる（第 52 節）。他には何も変わらない：理論シートとハロー・ブロックには手を触れていないので、以下の図と第 IX 部の対応する図との差はすべて装置のみに帰せられ、この比較自体が情報を与える—それは、KAXIO の開口が単一空洞の張り付き観測に対して何を買うのかを、パネルごとに正確に値付けするからである。

本節はラン自身の進行と同じ順に構成されている。まず第 1 週の終わりの時点での張り付き観測スペクトル—表 29 のサブアレイあたりの算術、張り付いた 1 週あたりのピークビン $\text{SNR } 2.7 \times 10^2$ —次に第 1 週から第 1 か月へと鋭くなる日周変調（図 17）；次に 1 年にわたる年周曲線、すなわち暦の要件 R4 を強制する観測量（図 18）；そして最後に判定時計（図 19）。各図は統計誤差を明示的に伴い、それを制約する系統誤差の表を指し示す；いずれも以下でそれぞれの段落において論じられ、いずれもマイルストーンの一行に凝縮されて表 32 に再登場する。

第 1 週: ライン。 張り付いたサブアレイは直ちに飽和する: S/N 密度 80 Hz において整合ラインの 5σ 時間は 12.8 s であり、稼働率 85% の 1 週間はサブアレイあたり 2.7×10^2 近いピークビン SNR を返し（統計のみ; $\pm 24\%$ の振幅系統がこれをスケールさせる）、ラインシェイプは完全に分解される—図 12 の 1 日パネルと同じ絵であり、深さは 13 倍である—そして両サブアレイを一つの段に積み上げれば露出は倍になる。フェンスとアドレスは最初の週に読まれる；本数テストはサブアレイが分割された瞬間に開く。

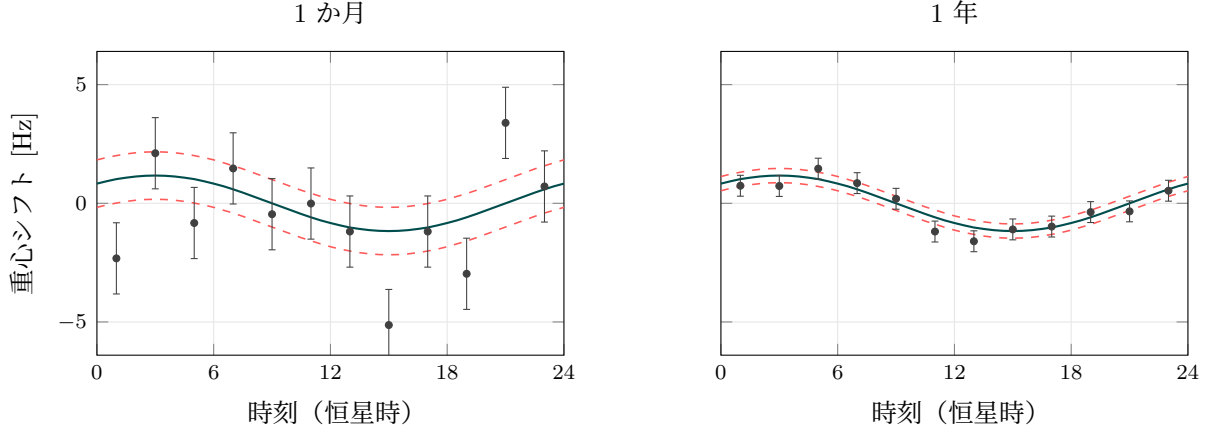


図 17: Fermilab の緯度 (41.8°N 、振幅 1.2 Hz) における日周 (恒星時) 変動が、最初の 1 年のうちに分解される。両パネルとも: 稼働率 85%、両サブアレイをラインに積み上げた恒星時 2 時間の重心ピン; 曲線は SHM の期待値 (式 (48.2)); 赤の破線はフィットされた曲線の描かれた包絡 (1 か月で $\pm 1.0\text{ Hz}$ 、1 年で $\pm 0.3\text{ Hz}$; 描かれた誤差に対して約 1.6σ); バーは式 (48.3) の統計誤差—1 か月後にはピンあたり $\pm 1.5\text{ Hz}$ (左、 $\sim 2\sigma$ の振幅測定)、1 年後には $\pm 0.44\text{ Hz}$ (右、 $\sim 6.5\sigma$)。図 13 の単一空洞の張り付き観測 (全稼働の 1 年後でさえバーは $\pm 3.5\text{ Hz}$ であり、振幅より大きい) との対比は KAXIO の開口である: $P_{\text{sig}}/k_B T_{\text{sys}}$ が 5 倍であり、二つのストリームが稼働率 85% で積み上げられている、すなわち重心精度でほぼ一桁である; 振幅そのものもここではわずかに小さく (1.2 対 1.3 Hz)、それは Fermilab が Daejeon より高い緯度に位置するためである ($\cos \lambda$)。

1 週間、次いで 1 か月: 日周指紋。 図 17、二つのパネル。S/N 密度 80 Hz で両サブアレイをラインに積み上げると、恒星時 2 時間の重心ピンは最初の 1 か月のうちに $\pm 1.5\text{ Hz}$ に、1 年で $\pm 0.44\text{ Hz}$ に達する: 1.2 Hz の恒星時ゆらぎ (Fermilab の緯度における式 (48.2)、頂点射影は $\cos \delta_{\text{apex}} \simeq 0.67$) —第 IX 部の単一空洞の張り付き観測では統計的に届かないもの—は第 1 か月のうちに $\sim 2\sigma$ で現れ、年末までには $\sim 6.5\sigma$ の測定として立ち、二つの周期がひとたび分離すれば恒星時対太陽時の周期テストがアーティファクト・キラーとなる—両者は 1 日あたり 3.9 min ずつ離れてゆき、これは 1 か月あたり 2 時間ビン一つ分であるから、識別は数か月の問題であり、第 1 か月のマイルストーンは統計のマイルストーンにすぎない。(図 13 との対比は開口であって物理ではない: S/N 密度が 5 倍で、二つのストリームが積み上げられている。)

1 年: 精密天文学としての年周曲線。 図 18。2 週ごとの重心は $\pm 0.64\text{ Hz}$ の統計誤差を伴う—年周振幅は統計的には数パーミルの水準で測定されるので、成果物を決めるのは依然として R6 の $\pm 1\text{ Hz}$ という設計された床である。同じフィットは $v_\odot$ を $\pm 1.5\%$ で、 v_0 を $\pm 2\%$ で返す: この検出器は暗黒物質分光計を兼ね、自らが発見したハローを測定する。

判定時計。 図 19 は、ラン計画の四つのマイルストーンに対して三つの走行中の観測量を描く; 年周重心の統計誤差は 6 日目付近で $\pm 1\text{ Hz}$ の設計された床を下回り、それ以降、年周測定は R6 によって決まる一方、日周の有意度は 1 年を通じて増え続ける—ランが 1 季節ではなく 1 年である理由である。

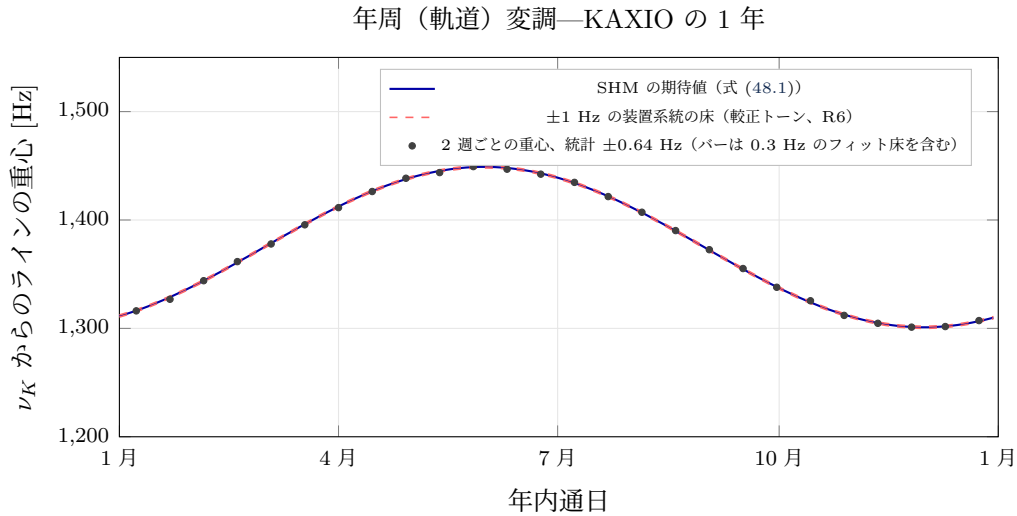


図 18: KAXIO の 1 年: 年周変調が精密なハロー天文学になる (図 13 の年周パネルと同じ形式、1 月から始まる暦年)。両サブアレイをラインに積み上げた 2 週ごとの重心フィット: 点あたりの統計誤差は ± 0.64 Hz であり (稼働率 85% における式 (48.3); 描かれたバーは保守的な 0.3 Hz のフィット床を含む)、したがって 74 Hz の振幅は統計的には数パーミルの水準で測定され、成果物を決めるのは R6 の ± 1 Hz という設計された床である (赤の破線; LO と熱の季節ドリフトであり、較正トーンの連続注入によって抑えられ—さらに、いかなる装置効果も通過できない恒星時/太陽時の識別によって交差検証される)。同じフィットは $v_{\odot}$ を $\pm 1.5\%$ で、 v_0 を $\pm 2\%$ で返す: 単なる検出器ではなく、暗黒物質の分光計である。

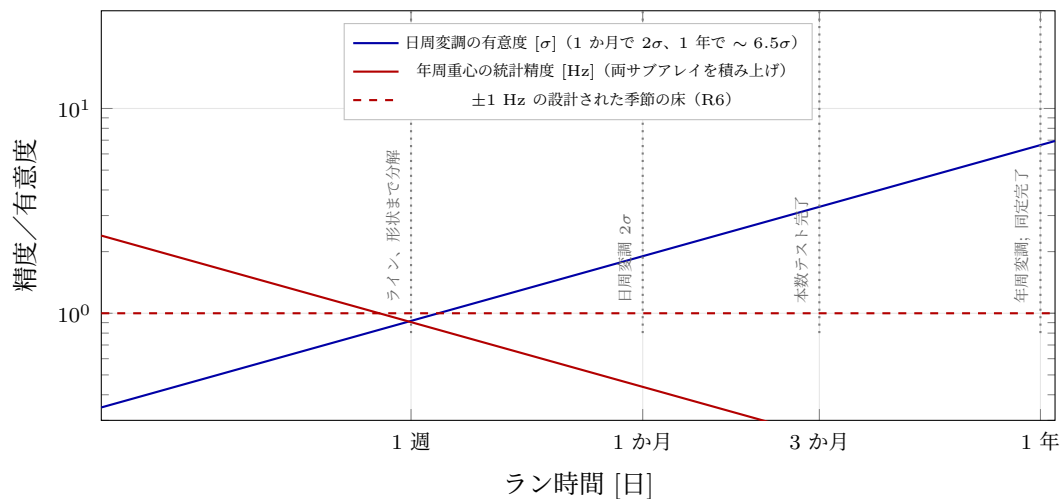


図 19: 判定時計。稼働率 85% でのラン時間に対する、四段階計画 (表 32) の走行中の観測量。青: 日周 (恒星時) 変調の有意度であり、1 か月で 2σ 、1 年で $\sim 6.5\sigma$ (図 17)、露出の平方根として増大する。赤: 年周重心の統計精度であり、両サブアレイを積み上げて 2 週あたり ± 0.64 Hz (表 29)、これを ± 1 Hz の設計された季節の床 (破線、R6) に対して描いている—統計誤差は最初の 1 週間のうちに床を下回り、それ以降、年周測定は系統律速となり、その 74 Hz の振幅 (式 (48.1)) は 1 年を通じて床の精度で読まれる。マイルストーン (点線): 第 1 週、形状まで分解されたライン; 第 1 か月、 $\sim 2\sigma$ での日周変調; 3 か月、窓全体にわたる本数テストの完了; 1 年、 ± 1 Hz の床に対して測定された年周変調と、完了した同定。

62 離散的な窓の段階的なカバー

窓は KAXIO にとって連続体ではない; それは第 V 部の離散的な Ξ_{cap} 梯子に段と段の間の継ぎ目を加えたものであり、終わりの定まらない走査を完了日を持つ数え上げ可能なキャンペーンへと変換する以上、その離散性は明示的に利用する価値がある。表 31 は段階的な計画を述べており、その各列は順を追って説明するに値する。最初の各列は、各段の中心周波数と、そこに到達する空洞セットを与える; 独立同調のもとでは、一つの段には片方のサブアレイが、あるいは両方がキャンプする。セットの列は工学的な内容である: 上側セット (素の周波数 1.79 GHz) は $\Xi_{\text{cap}} = 42$ から 47 までの四つの段と、窓の上側バンド 1.79–2.13 GHz に到達する; 下側セット (素の周波数 1.55 GHz) は 40 から 35 までの三つの段と、下側バンド 1.59–1.79 GHz に到達する; そして両者の間の一度の交換こそが、「窓のカバー」という語がハードウェアの上で要する代価である。あるバンドはそこに到達するセットでしか掃引できないため、スケジュールの列は以下で論じる順序を、バンドごとに実装している: ベンチマークの段が最初; 上側セットを装着した状態での上側バンドの掃引、続いてそのバンドの残りの段; 一度の交換; 下側バンドの掃引、続いてその段である。二つの工学的現実は、都合よく仮定で消し去るのではなく、代価を計上してある。最下段 ($\Xi_{\text{cap}} = 35$, 1.59 GHz、素の周波数近傍の下側セット) では、二つの九空洞ファミリーは依然として 0.8 m のボアに収まるが、キャンペーン中で最も薄いクリアランスとなる — 窓の下端で拘束条件となるのは機械加工ではなくボアへの充填であり、工学年度はまずその充填を検証する。そしてクエンチからの復旧は稼働率の予算の内側にある: MRI 級の永久電流モード磁石がクエンチすることは稀であり、復旧は数日を要する標準的な手順であり、R4 の 85% 稼働率要求はそれを明示的な項目として担っている (表 33)。

順序は重要である。段は f_K を固定したとき ± 25 MHz の幅を持ち、梯子そのものはアンザッツである (第 V 部) のに対し、空洞の帯域幅は 20 kHz である: 段の中心に一週間キャンプしても、その段の 4×10^{-4} を探査するにすぎず、予測そのものは窓である。したがって掃引が先に来る。80 Hz の S/N 密度において、整合ラインの 5σ 時間は 12.8 s である (表 29); 544 MHz の窓は 2.7×10^4 個の空洞帯域幅に相当し — 上側セットが到達する上側バンドに 1.7×10^4 、下側に 1.0×10^4 — 二つのサブアレイを一つのバンドに分けて配すると、各々が自分の半分を 5σ ローカル深さで掃引するのに、上側バンドでは 30 h、下側では 18 h のライブタイムを要する: 暦の上では数日、揺らぐものすべてに第 37.3 節の候補プロトコルを走らせれば数週間である。それがこの分野で最も事前確率の高い 50 MHz であり、そこでの一週間がプロトコルの立ち上げも兼ねるがゆえに、ベンチマークの段には最初に一週間キャンプする。DFSZ 深さでの上側バンドの掃引が第 2–6 週に続き、空洞帯域幅あたり 302 s のライブタイムという予約された滞在時間で行われ、これが深さを $g_{\text{DFSZ}}/4.3$ まで押し下げる (式 (51.1) から系統誤差の膨張を除いたもの、すなわち図 20 の慣習である; 24% の膨張を含めれば同じ滞在時間は $g_{\text{DFSZ}}/3.9$ と読める); 上側バンドの残りの段には第 7–9 週に深い設定で、各一週間ずつキャンプする; 空洞セットは第 10 週に交換される; 下側バンドは第 11–13 週に同じ滞在時間で掃引され、その段には第 14–16 週にキャンプする — こうして各段の中心帯域幅は、実験ノートに記載ではなく、DFSZ の三十倍近く下という完了した排除を担い、その間、サブアレイが互いに異なる働きをするときは常に本数テストが走る。すべての行は構成上、本数を意識したものであり、そのため各段のヌルは、窓の残りを探査した状態で、その段について完了した F-Kaxion-1c の項目を書き込む; 年の残りは、発見テープの上では変調と本数に乗り、ヌルテープの上では排除を深める。図 20 は、完了した一年がヌルテープの上に残すものを示している: 予測をかすめる制限ではなく、各段のキャンプした帯域幅では三十倍近く、窓全体では四倍の深さに予測を埋める制限である。

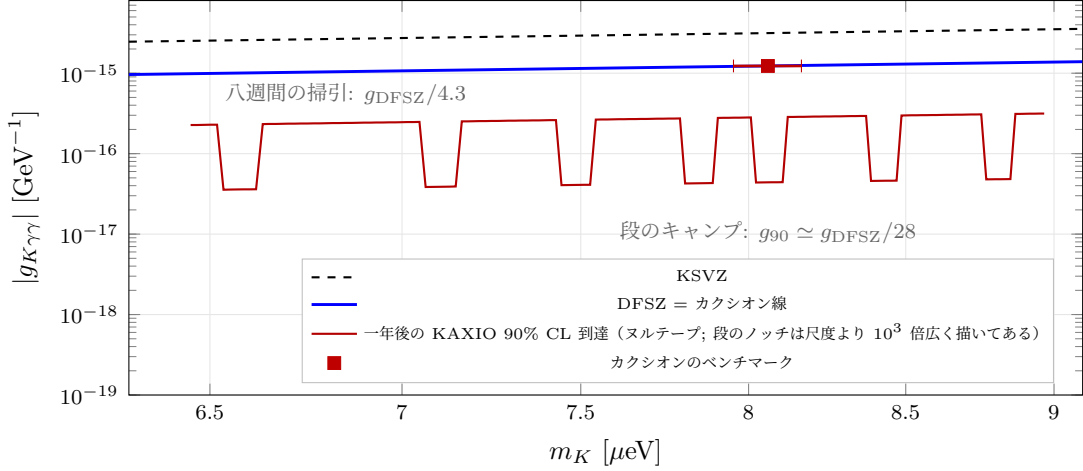


図 20: ヌルテープの成果物: 窓は目標の四倍下で、キャンブした段は三十倍近く下で閉じられる。表 31 の段階的キャンペーンの 90% CL 結合到達 (式 (51.1) から系統誤差の膨張を除いたもの、85% 稼働率、実効幅 2.9 kHz の整合フィルター、掃引では空洞帯域幅あたり 302 s のライブタイム) : 八週間の分割アレイ掃引 — 上側バンドに五週間、下側に三週間 — は窓全体にわたって $g_{DFSZ}/4.3$ を保ち、 Ξ_{cap} の段ごとの一週間のキャンブは、その段が乗る空洞帯域幅において g_{90} を $g_{DFSZ}/28$ まで押し下げる (ノッチ; 一回のキャンブは ± 25 MHz の段のうち 20 kHz を覆い、ノッチは見えるように尺度より 10^3 倍広く描いてある) — だからこそ窓のキルはキャンブではなく掃引なのである)。ベンチマークの誤差棒は、 f_K を固定したとき質量で $\pm 1.3\%$ 、結合で $\pm 5.5\%$ である。これまでのハロスコープの結果で、一つの窓にわたって DFSZ の数倍下でさえアクシオンの帯域を排除したものは存在しない; ヌルテープの上で KAXIO は、それが問題となる唯一の帯域にわたって 4 倍に達し、梯子が最も強く探せと言う七つの空洞帯域幅では ~ 30 倍に達する。

表 31: Ξ_{cap} 梯子にわたる段階的キャンペーン (段の値は第 V 部より)。段あたり一暦週には再同調、校正、および完全な候補プロトコルが含まれる; 分割アレイの掃引は、上側セットを装着した状態で第 2–6 週に上側バンド (1.79–2.13 GHz) を DFSZ 深さでカバーし、一度の交換の後、第 11–13 週に下側バンド (1.59–1.79 GHz) をカバーする (ヌルテープでは両サブアレイがセットを交換する; 発見テープでは掃引するサブアレイのみが交換し、キャンブするサブアレイはラインのセットを保持する); 各バンドの段には、そのバンドの掃引の後にキャンブし、こうしてセットの交換は一度きりとなる。

Ξ_{cap}	ν_0 [GHz]	空洞セット	スケジュール
43	1.95	上側	第 1 週 (ベンチマーク)
掃引	分割アレイ、上側バンド	1.79–2.13 GHz を DFSZ 深さで	第 2–6 週 ($g_{DFSZ}/4.3$)
42	1.90	上側	第 7 週
45	2.04	上側	第 8 週
47	2.13	上側	第 9 週
空洞セットの交換 (両サブアレイ; キャプション参照)			第 10 週
掃引	分割アレイ、下側バンド	1.59–1.79 GHz を DFSZ 深さで	第 11–13 週 ($g_{DFSZ}/4.3$)
40	1.81	下側	第 14 週
38	1.72	下側	第 15 週
35	1.59	下側	第 16 週

表 32: 四段階の運転計画。各マイルストーンにおける累積的な成果物を、発見テープとヌルテープの双方について示す; どの項目も本論文からの事前登録された数であり、運転開始後に調整できるものは一つもない。ヌルテープを発見テープの傍らに並べたのは、双方が成果物であり、そのうち一方だけがありそうだからである。

マイルストーン	ラインが在る場合	在らざる場合
第 1 週	ベンチマークにおけるライン; 形状 = ハローの温度計; 分割アレイにまたがる本数テストの開始	ベンチマークの空洞帯域幅が $g_{\text{DFSZ}}/28$ で排除される; 分割アレイの掃引が始まる
第 1 月	日周変調 $\sim 2\sigma$ (統計上のマイルストーン; 恒星時/太陽時のテストには数か月を要する); 分割アレイが掃引する間、本数テストが走行中	上側バンド (1.79–2.13 GHz、七つの段のうち四つ) を 5σ ローカルの DFSZ 深さで一度掃引済み (F-Kaxion-1c の第一パス); 掃引はさらに深まる
第 3 月	窓全体にわたる本数テストの完了: ラインは単独、窓は全体が探索済み	上側バンドが $g_{\text{DFSZ}}/4.3$ に達し、その段はキャンプ済み (第 9 週); セットの交換済み (第 10 週); 下側バンドを同じ深さで掃引済み (第 13 週); F-Kaxion-1c を窓全体にわたって深さをもって実行
第 1 年	年周変調 対 ± 1 Hz の床; 日周変調 $\sim 6.5\sigma$; $v_{\odot}$ 、 v_0 を測定; 同定の完了	F-Kaxion-1c 閉じる: 窓は DFSZ の 4 倍下、七つの段はすべて 28 倍下 (第 16 週); 較正された配置、その梯子および C-Kaxion-d は撤回される — カクシオンは $\gtrsim 6$ GHz で負われているか、あるいは残存量はこのセクターのものではない; 枠組みが否定されるのではない

63 四段階の運転計画

第 0 月のコミッショニング試運転 — 冷却、両サブアレイでの同調系の閉ループ化、そして較正トーンと合成ラインの注入運転 — がスケジュールの内側で第 1 週に先行し、したがって計画の時計は検証済みの装置とともに動き出す。表 32 は、この運転があらかじめ署名する契約であり、その二つの列は二篇の完結した、互いに代替的な論文として読まれるべきである。左の列を下ってゆくと、発見の物語が積み上がる: 第 1 週はベンチマークにおけるラインを、その形状を分解した上で与え、分割アレイにまたがる本数テストを開始する; 第 1 月は $\sim 2\sigma$ での恒星時の指紋を加える — 年末までには $\sim 6.5\sigma$ の測定となる; 第 3 月は窓全体にわたる本数テストを完了する — ラインは単独であり、窓は全体が探索され、「アクシオン様」という語が「カクシオン」へと硬化する地点である; そして一年は、年周曲線とハローのパラメータによって同定を完了する。右の列を下ってゆくと、ヌルの物語も等しく構造化されており — 段ごとに、継ぎ目ごとに、最終行の実行済み F-Kaxion-1c へと至る — そして注目に値するのは、右の列もまた強力な物理プログラムだという点である: 事前登録されたアクシオンの帯域を、その全幅にわたって DFSZ の四倍下で排除した実験はこれまで存在しない (図 20)。

計画の論理はこの論文の論理である: 発見の場合は同定に終着し — 囲い、アドレス、本数のすべてが読まれる — ヌルの場合は暗黒物質の文献における最も清潔な反証に終着する: 一つの装置、一年、一つの事前登録された窓が、深さをもって閉じられる。各マイルストーンはまた、資金機関とコ

コミュニティに対する自然な報告点でもある — 十二か月で四つの予定された成果物、そのいずれもがどちらのテープの上でも公表可能である。存在の問いについては、この一年が不決着に終わることはありえない: 二つのサブアレイは、ラインを見つけるか、窓を深さをもって閉じるかのいずれかである。コラボレーションが物理を生み出していない月はない。

64 ブラインディング、データ管理、そして公開性

事前登録された実験には、事前登録された解析がふさわしい。ブラインディング: DAQ ファームウェアは、封印された共通の周波数オフセット ($\pm[0, 200]$ Hz から一度だけ抽出される) を両ストリームに一括して適用する; このオフセットは内部の関係をすべて — 変調の周期、ラインシェイプ、本数テストにおけるアレイ間の周波数比較を — 保存する一方で、理論シートに対する線幅以下の絶対周波数の比較を盲検化し (ビン内でのラインの位置と変調の位相; ± 200 Hz の封印は、キャンプがメガヘルツ規模のどの段を占めるかを隠すことはできないし、隠すと主張してもいない)、各運転段階の後の、事前に宣言された箱開けにおいてのみ開封される。注入キャンペーン: ハードウェアで注入された合成ラインが、盲検の時刻、盲検の周波数、盲検の強度で — 本数テストの拒否論理を働かせる意図的な二本ライン注入を含めて — 排他性トリガーを含む全チェーンを通過する; 回収された効率は、この分野の現行の慣行とまったく同様に ϵ_a を更新する。固定された解析: 解析パイプラインは KAXIO パラメータブロックを備えた第 IX 部のスクリプトであり (第 52 節)、運転開始時に凍結される; 開始後の変更はすべて記録され報告される。公開性: 生スペクトル、較正記録、および解析コードは、各箱開けの十二か月後に — どちらのテープであっても — 公開される。反証子をあらかじめ公表する理論には、同じ条件でデータを公表する実験が与えられて然るべきである。

この規律が儀礼的なものではない理由について、二点を述べる。第一に、プログラム全体の科学的な重みは、すべての数がデータより前に書き下されていたという主張に懸かっている — この主張が精査に耐えるのは、解析が理論シートの方へ舵を切ることが証明可能な形でできなかった場合に限られる; 封印された共通オフセットは、線幅以下の水準でまさにそれを与え、その関係を保存する構成のおかげで、盲検化された解析は生き残るすべてのテストを依然として実行するため、開封が変わるのは一つの数 (絶対周波数) だけであって、機構は何も変えない。第二に、注入キャンペーンは二重の役目を果たす: それらは現行の慣行と同じく効率 ϵ_a を測定し、かつ — 注入がハードウェア水準での合成ラインであり、一度に一つのサブアレイに置かれるがゆえに — 先行するどの実験も走らせたことのない唯一のサブシステム、すなわちアレイ間の本数テストを、一年を通じて真の値に対して連続的に検証する。運営はそれに応じて単純である: 表 32 の四つのマイルストーンにおける箱開けであり、その各々は凍結パイプラインのタグに先行され、十二か月のデータ公開に後続される。

65 リスク登録簿

表 33 は、プログラムのリスクを発生可能性、影響、緩和策とともに登録し、通常のプロジェクト尺度で低/中/高に格付けしている。一つの設計原理が表全体を統べており、表に先立って述べておくべきである: いかなる単一の故障も、装置の中核的な成果物を取り去りはしない。どちらのサブアレイも単独でベンチマークにキャンプし、窓全体にわたって F-Kaxion-1c を深さをもって (より緩慢にはあるが) 実行する; したがってどのリスクも、発見プログラムを無効にするのではなく、プログラムを穏やかに劣化させるにとどまる。

三つの行は個別の注釈に値する。季節的な床の行は、能力ではなく主張に触れる唯一のリスクである：較正トーンの残差が ± 1 Hz を超えれば、年周変調の測定は劣化する — しかし、その周期をいかなる装置効果も共有しない恒星時の解析は損なわれないため、同定の一式が失うのは精度であって、妥当性ではけっしてない。スケジュールの行は技術的というより戦略的である：CAPP の走査前線（第 36.9 節）が先に窓に到達するかもしれないが、他所での単一トーンの検出は、KAXIO の本数テストによる同定をより緊急にするのであって、緊急でなくするのではない — リスクは発見の優先権に対するものであって、目的に対するものではない。そしてクエンチの行は、この装置が永久電流モードの MRI 級磁石に乗っているという注意喚起である：故障は稀であり、復旧は標準的であり、代価は稼働率であって、それは 85% の要求がすでに予算化している。

表 33: リスク登録簿。 L/M/H = 低/中/高。統べる設計原理: いかなる単一の故障も装置の中核的な成果物を取り去りはしない。というのも、どちらのサブアレイも単独でキャンプ、本数テスト、および F-Kaxion-1c を深さをもって実行するからである。登録簿を含めたのは、それを欠いた装置提案は提案ではないからである。

リスク	発生可能性	影響	緩和策/代替策
光子計数器の暗計数率が高い	M	L	段階的: 第一世代の JPA チェーンはすでにベースライン計画を満たしている
アレイ間の機械的クロストーク	L	M	独立したピエゾ駆動; 工学年度に検証済み
18 台の空洞にわたる JPA の歩留まり	M	L	EFR ベースライン・プログラムと共有; 予備品プール
季節的な床が ± 1 Hz を超える	L	M	恒星時の解析は影響を受けない; 年周の成果物は穏やかに劣化するのであって、けっして消えはしない
空洞セットの交換が超過する (第 10 週)	M	L	交換は一度のみで、15% の稼働率予算の内側に予定されている; 下側バンドとその段は後ろにずれるが、上側バンドの掃引と本数はずれない
長い空洞のモード局在 (1 m の TM_{010} ; TE_{11n} の交差; ボアの磁場マップ)	M	M	モードマップと交差は工学年度にベンチ上で測定する; 空洞長にわたるボアの磁場マップは、コミッショニングに先立って EFR 設計の一様性に対して検証する; 局在したモードが損なうのは形状因子であって、判定ではない
漏れ磁場の過渡 (ランプ、クエンチ)	L	L	超伝導缶 + サーボ; モジュールの一時停止; 稼働率の項目のみ
CAPP の窓への参入に対するスケジュールの遅延	M	L	キャンプの選択肢 (第 37 節) はあらゆる段階で科学的優先権を保つ

66 コスト区分、スケジュール、組織

表 34 は装置のあらゆる要素を三つのコスト区分に仕分けており、その仕分けそのものが議論である。再利用の行は、旗艦実験の予算としてすでに支出されたものである: 9.4 T の MRI 磁石、極低温設備、希釈冷凍のプラットフォーム、そして Dark Wave Laboratory の建屋 — どのような新規立地の提案においてもこれらは総額を一桁分支配するが、ここでは何の費用もかからない。改造の行は機械工作とソフトウェアの項目である: 十八台の空洞を、素の周波数で指定された二つの空洞セット

表 34: コスト区分。いかなるハロスコープにおいても支配的な二つの資本項目 — 磁石と極低温設備 — は Dark Wave Laboratory にすでに手中にある。金額はここでは意図的に引用していない: それらはコラボレーションの審査に続く工学的見積もりに属する。

要素	区分	注
9.4 T 磁石、極低温設備、建屋	再利用	EFR ベースライン、手中にある
希釈冷凍機、JPA チェーン	再利用	EFR ベースライン
空洞アレイ	改造	二つの九空洞ファミリーとして再加工する
同調系	改造	独立同調の制御層 (ソフトウェア + ピエゾ)
二系統 DAQ + 較正トーン系	新規	GPS クロック、注入ネットワーク

をそれぞれ備える二つの九空洞ファミリーへと再加工すること (表 31)、および独立同調の制御層である。新規の行は、真に新しい調達の唯一のものである — 既存の生産ラインからの少数の JPA チャンネルと、汎用 FPGA による DAQ 層である。意図的に、金額は一切引用していない: それらはコラボレーションの審査に続く工学的見積もりに属するものであり、ここに印刷されたいかなる数もその見積もりと取り違えられるであろう。

スケジュールは、EFR ベースラインが公表された道筋どおりに進むと仮定して、次のとおりである: 第 1 年に二ファミリー空洞の工学設計; 第 2–3 年に、EFR 自身の据付に乗る形で建設とコミッショニング; その後一年の物理運転 — これは第 36.9 節の発見カレンダーの内側にきれいに収まり、そこで KAXIO は、キル・テストのタイムライン (図 10) において EFR に対して見込まれていた上端の役割を引き受け、分割アレイの掃引によってそれを窓全体へと拡張する。クリティカルパスは空洞を通る: 二つのアレイは EFR 自身の建設と並行して進められる従来型の作業であり、工学年度は、ここに宣言する二つの定量的な出口基準で締めくくられる: (i) アレイ間のマイクロ波の分離が端から端まで > 80 dB と検証されること (表 30); (ii) 二つの同調ループがベンチマークの段で閉じ、その周波数が共通クロックに対して 10^{-8} で報告されること。双方を満たすことが、建設への確約となる。

組織の面では、この提案は既存の DOE Generation-2 の枠組みの内側にあるアップグレードの道筋であって、競合するプロジェクトではない: EFR のあらゆるサブシステムはベースラインの機能を保持し、KAXIO の追加分は、ホスト研究所と並ぶ大学グループの連携に適した分離可能なワークパッケージである — 空洞の計測と再加工、DAQ とブラインディングの基盤、そして著者に請求すれば入手できるシミュレーション／解析パイプラインである。各パッケージは、自然な単一機関の担い手の類型 (空洞の作業には機械工作場と極低温、DAQ とブラインディングには計算に強いグループ、パイプラインには解析の著者)、独立に審査できる成果物、そしてマイクロ波の線一本とクロック信号一つより広くはないベースライン実験との接点を持つ。

ADMX-EFR プログラムとの関係。 KAXIO は ADMX-EFR コラボレーションに対して、その競合ではなくそのプログラムの一つの段階として提案されている: ベースラインの三年間の 2–4 GHz キャンペーン (第 36.5 節) は EFR 自身の科学のままであり、ここでの議論は順序に関するものである — カクシオンの窓は EFR バンドの下端と重なるため、KAXIO の段階を先に実行すること (あるいは最低限でも、ベースラインの走査を通して本数テストの解析を行うこと) は、EFR の初年度をこの装置に可能な最も賭け金の高いテストへと変え、2–4 GHz の全キャンペーンは、同定されたラインによって豊かにされるか、窓の重荷を降ろされるかのいずれかの形で再開される。キャンプが

ベースラインの走査に先行するか、その間に挟み込まれるか、後続するかは、コラボレーションと資金機関が共同で下す決定に属する; 自然な手立ては、再加工の期間と第 64 節のデータ公開の条件を扱う覚書である。本論文が供するのは物理の論拠と事前登録された解析である; スケジュールの権限は EFR にある。

67 KAXIO の論拠

我々は、資金機関に対して提示されるであろう形で論拠を三つの部分に分けて述べ、締めくくりにする: 準備の整い、コスト、そして科学的機会の唯一性である。

重要技術はいずれも手元にあるか、実証済みである。 KAXIO は何も発明しない。磁石 — これまで建設されたあらゆるハロスコープのコスト決定要因である — は、ADMX-EFR 向けに既に調達され、Fermilab の Dark Wave Laboratory に現物のある市販の 9.4 T MRI ソレノイドである; 極低温設備、希釈冷凍プラットフォーム、および建屋は EFR ベースラインの範囲であり、実験は設計・試作段階にあって 2020 年代後半の運転開始を目標としている (第 36.5 節)。空洞技術は EFR ベースラインそのものである: $Q_L = 10^5$ の TM₀₁₀ 銅・超伝導膜空洞を、一つではなく二つの半径に再加工したものである。量子エレクトロニクスはこの分野の日々の糧である: 量子限界近傍の雑音で動作するフラックスポンプ型 JPA は今日 ADMX、CAPP、HAYSTAC で稼働している; 単一マイクロ波光子計数はトランズモン・アーキテクチャで実証されている。真に新しいもの — 独立な同調ループ、アレイ間の排他性検査、較正トーンの規律 — は制御ソフトウェアとマイクロ波配管であり、実験技術のうち最もリスクの低い層である。装置のどのサブシステムも実証待ちではない。

高価な決定は既に済んでいるため、費用は控えめである。 第二世代の暗黒物質実験は通常、九桁の問いから始まる: 磁石である。ここではその問いは既に答えられ、支払われている。残るのは機械加工 (二つの空洞ファミリー)、既存の製造ラインからの JPA チャンネル、および汎用 FPGA ハードウェアで構築される DAQ 層である — 旗艦インフラに乗った、大学規模の作業パッケージ群である (表 34)。EFR の走査を KAXIO の本数検定観測所へ転換する限界費用は、いかなる第二世代の基準に照らしても小さい; 一方、限界的な科学 — 何かを検出することと暗黒物質を同定することの差 — は、この分野の眼目そのものである。決定的な答えをこれより安く買う方法を我々は知らない。

暗黒物質探索の五十年で、この種の標的は存在しなかった。 1970 年代以降、あらゆる暗黒物質キャンペーンは空間を探索してきた: WIMP 実験は質量の何桁分と断面積の十桁を掃引し、除外されるたびに移動する自然さの帯に導かれてきた; アクシオン・ハロスコープは、QCD アクシオンの質量が構成上未知であるために周波数の何桁分を走査する。したがって五十年にわたる精緻な装置群は一つの構造的弱点を共有してきた: どの実験も、それを賭けた理論がなかったために、結合と同定ロックを事前に固定した単一周波数に向けることができなかった。本論文はそれを賭ける。窓は運転前に名指しされ、そのベンチマークには印が付けられている; 強度は選択ではなく定理によって DFSZ 線上に位置する; ラインシェイプ、年周および日周の呼吸、そして本数 — 一本の線であり、フェンスが許すいかなる場所にも相方はない — は、すべての図に統計誤差と系統誤差を印刷した形で事前に公表されており、解析スクリプトは要請に応じて著者から入手できる。この分野自身の候補信号の歴史は、そのようなロックのない五十年が何を意味したかを示している: DAMA の年周変調、3.5 keV 線、第 37.4 節の 1.036 GHz 超過 — いずれも一つの署名しか持たず、どれも事前登録された数値を持た

ず、そしてどれも曖昧さの中で長引くか消えた。ここでは曖昧さは事前に除去されている：第 IX–X 部の曲線はデータに先立って描かれており、実データがそれらを描くとき、議論すべきことはほとんど残らず、より精密に測定すべきことが残る。KAXIO は、我々の知る限り、自らの評決を日程に組み込むことのできる史上初の暗黒物質実験である：一年間の安定運転は、暗黒物質の同定された発見 — 幾何が二度読まれ、ハローが測定される — か、あるいはこの問題にこれまで提示された中で最も鋭い予言の実行された反証か、そのいずれかを返す。いずれの結果も出版に値し、歴史的であり、最終的である；存在の問い — 発見か窓の閉鎖か — については、「決定不能」は結果一覧に載っていない（第 65 節）。機関は通常、感度に資金を出すよう求められる。本提案が求めるのは評決への資金である。KAXIO の一年が買うのはそれである。

三文でまとめた主張。 ハードウェアは存在し、手法は実証されている。費用は既に購入済みのインフラへの小さな増分であり、それによってこの分野で得られる最大の質的向上が得られる：検出から同定へ、である。そして標的は、我々の知る限り、同定ロックを事前に固定した単一周波数へ事前登録された史上初の暗黒物質予言である — 答えなしには終われない実験である。

これで構成的な弧は完結する：強制された場（第 II–III 部）、その導出された数値（第 IV–VI 部）、そしてそれらを読み取る実験室（第 VII–X 部）である。残るのは、装置から一步退いて、それが全体として何に相当するのかを量ることである — 確認されたカクシオンがこの分野の古いパズルのどれを決着させ、どれを正直に未解決のまま残すのか、そして一本の暗黒物質線が二十二論文からなるコホートの残りに対してどのように応答し、また残りからどのように応答されるのか。その総括が第 XI 部である。

68 第 X 部を平易な言葉で：特定の場所で、特定の時計に従って動く、特定の機械

行動に移せない予言とは、誰も検証する義務を負わない世界についての主張である。本部はカクシオンを行動可能にする試みである：名指しされた装置、名指しされた研究所、そして運転計画と予算の形と年数である。

設計は意図的に保守的である。既存の磁石と既存のコラボレーションのベースラインを再利用しており、それが追加する機械加工と制御の作業は、本数検定の測定を実現する最小の変更である。提案の新規性はハードウェアではなく論理にあり、理論的な問いを決着させることを目的とする実験において、それは新規性のあるべき場所である。

運転計画は二本のテープ上の成果物として書かれている：発見テープと帰無テープである。双方が結果であるがゆえに双方が列挙されており、そして帰無テープの方が可能性は高い。勝った場合に何を言うべきかしかならない実験は、設計されているとは言えない。

末尾のリスク登録簿も同じ理由で置かれている。支配的な原則は、いかなる単一の故障も中核的な成果物を奪わないということである — 一つのチャンネルが失われても、残りの構成は依然として主要な反証子を全深度で実行する。これは保証ではなく設計上の性質であり、表に照らして確認できる。

第 XI 部 議論

要約、意義、解決された古典的パズルと登録された革新、未解決項目、そして評決への道

69 要約: 理論におけるカクシオンと実験室におけるカクシオン

本部は導出から一歩退き、セミナーの最後の数分に同僚が求める水準で、本論文が何を示したのか、そしてなぜそれが重要なのかを述べる。理論と実験を順に要約し、定理とベンチマークと予想を分ける正直さの台帳に印を付け、そして — 続く節において — 暗黒物質分野全体を相手にこの結果の意義と独自性を論じる。

69.1 理論: 枠組みが省略し得なかった場

カクシオンについて最も重要な一文は、それが付け加えられたものではない、ということである。過去半世紀の他のあらゆる暗黒物質候補は、仕事をさせるために設置されたセクターである; カクシオンは、暗黒物質の問いが提起されるより前に、六次元理論の無矛盾性がスペクトルへと強制する場である。

連鎖は短く、全体が本論文の上流にある。GG-A2-GG6 は、二つの非空間座標 — スケール区間 I_r と位相円 S^1_θ であり、いずれも無次元 — をもつバルク $\mathcal{M}_6 = \mathcal{M}_4 \times I_r \times S^1_\theta$ を強制する (定理 0 および 2)。GG-A3-BI6 は、強制されたゲージ群 $SU(5) \times U(1)_B \times U(1)_{Q_i}$ のアノマリー・フリーが、修正ビアンキ恒等式 $dH_3 = \text{tr } R^2 - \text{Tr } F^2_5 - \frac{2}{5}F^2_B - \frac{2}{5}F^2_{Q_i}$ に従う階数 1 のグリーン-シュワルツ二形式 B_2 をちょうど一つだけ許すことを証明する。四次元境界上で場の強さ H_3 は擬スカラーと双対であり、剛的な位相円のホロノミーはウィルソン線の角度へと昇格する; 円のホロノミーは階数 6 の群のものであって持ち上げられる; テンソルの双対、すなわち軽いままである唯一の角度であり、GRIP ランタイムの幾何アトラクターとして選択・安定化されるものが、カクシオンである (定理 T-Kaxion-1)。

論理的な強制力は率直に言い表せる: カクシオンを削除すれば、アノマリー・フリーが削除される — 量子論そのものの無矛盾性が、である。そこで最大対称性・最小自由度という憲法規則 (GG-A1-Constitution AX-4) が、通常モデル構築者が手作業で行う仕事を果たす: それは、強制されたセクターが利用可能である間に新しいセクターを導入することを禁じ、そのため暗黒物質の探索はコンパクト角の擬スカラーから始めるよう命じられ、新しいセクターはそれが失敗した場合にのみ検討され得る。第 III 部と第 V 部は、それが失敗しないことを示す。

69.2 数値: あらゆる観測量が一つの台帳のギア比

「カクシオンは存在する」を「カクシオンは 1.95 GHz にある」へと変換するのは、一つの較正されたスケールと、次いで、いかなる天文学的入力よりも前に GG-A1-Constitution-GG-A3-BI6 で固定された同じ五つの整数 $(M, N, L; J, K) = (1, 3, 5; 7, 35)$ のギア比の一覧である。質量は、グルーオン・ポータ

ル (定理 T-Kaxion-2) がカクシオンを $N_{\text{DW}} = 1$ で QCD トポロジカル電荷に結合させるがゆえに正
 な、厳密な不変式 $m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ に従う。崩壊定数は導出されたのではなく較正されたものである:
 $f_K = 7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}$ は、GG-A10-Cosmos の導出条件付きの存在量 $\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/(2\pi^2) = 0.2676$
 が典型的な $\mathcal{O}(1)$ のミスアライメント角によって飽和されるベンチマーク行であり、閉包はその角度
 を返す。光子結合 $g_{K\gamma\gamma} = (\alpha/2\pi f_K) [8/3 - 1.92(4)]$ は、アノマリー比 $E/N = 8/3$ が SU(5) 台帳
 の定理であるため、正準的な DFSZ 線上に正確に着地する。そして本数は導出条件付きである: 親論
 文の五つの登録された露出 (第 9.4 節) を条件として、降下を生き延びる QCD 結合した軽い角度は
 ちょうど一つであり (第 VI 部)、それゆえ線は単独で到来する — 窓は較正されたベンチマークの周
 りの離散的な梯子、アドレスは DFSZ 線上、本数は一である。一つの台帳、多数の読み出し。あらゆる
 観測量が五つの整数のギア比であるような候補は、鋭く検証可能な仕方では正しいか、鋭く検証可能
 な仕方では誤っているかのいずれかである — 予言論文が占めるべき認識論的立場そのものである。

69.3 一本の物理的な線と、それを固定する規律

読者は、バルク正規化と正準正規化が二つの予言に相当するのではないかと懸念するかもしれない。
 そうではない。素のグリーン-シュワルツ変数は帳簿上のフレーム — バルク正規化にとって自然な座
 標 — であるが、第 III 部と第 V 部の存在量積分は実験室固有状態の単一の物理的崩壊定数 f_K を用
 いて実行されており、いかなる装置も座標系を測定しはしない; それが測定するのは正準正規化された
 固有状態である。その固有状態が単一の物理的な線であり、ベンチマーク行において $m_K = 8.1 \mu\text{eV}$ 、
 $\nu_K = 1.95 \text{ GHz}$ である。予言を増やし得た二つの離散的な問い — コンパクト角の宇宙論的歴史と、
 検出器が読み取るフレーム — は、フレームは定理により、歴史は名指しされた条件 C-Kaxion-d (第
 VII 部、一意性の議論) により閉じられており、一つの窓 $[1.59, 2.13] \text{ GHz}$ と、それ以外のあらゆる
 場所での義務的な沈黙とを残す。

69.4 五つの資格、仮定ではなく導出されたもの

暗黒物質粒子に対する教科書的なチェックリスト — 中性、冷たい、無衝突、安定、そして正しい
 量だけ生成される — は、カクシオンにとっては五つの仮定ではなく四つの定理と一つの較正である。
 中性であることと無色であることは、それがゲージ重項の境界擬スカラーであることから従う。冷
 たさは生成に関する言明である: ミスアライメント凝縮体であり、 $t \simeq 0.3 \mu\text{s}$ から無圧力で、等密度
 時の速度は $\sim 4 \times 10^{-14}$ 、自由流動長は $\sim 10^{-6} \text{ pc}$ 、ジーンズ長は $\sim 3 \times 10^{-4} \text{ pc}$ である — 温かい
 暗黒物質が制限されるスケールよりそれぞれ九桁および六桁下である。無衝突性はあらゆる非重力的
 結合の $1/f_K$ 抑制から従い、いまや単に主張されるのではなく計算されている (第 73.4 節)。安定性
 は出力であり、物理的な線に対して三十二桁の余裕をもつ。そして存在量の目標 Ω_{DM} は導出条件付
 きであり (GG-A10-Cosmos)、唯一のスケールはそれに対して較正され、そのようなものとして宣言さ
 れている。カクシオンは暗黒物質の職務記述書を、構成によってではなく帰結として満たす。

69.5 実験: 一本の線、二つの指紋、三つの装置

理論を反証可能にするのと同じ剛性が、実験を決定的にする。カクシオンは DFSZ 線 — コミュ
 ニティの正準的な難標的 — 上の単一の窓に位置し、その窓は公表済みの二つの計画が分け合うこと
 になる: $5\text{--}9 \mu\text{eV}$ 用に設計された ADMX の四空洞アレイが七つのアドレスすべてを、 $2\text{--}4 \text{ GHz}$ に
 わたって DFSZ を狙う ADMX-EFR が最上位の二つを担う。いずれも日程を公表しておらず、窓の

いかなる場所においても DFSZ 深さの探索はまだ公表されていない。発見の上には、いかなる汎用の探索も読むようには組織されていない同定層が乗る：本数検定であり — 独立に同調された二つのサブアレイが、あらゆる候補について、それが窓のいかなる場所でも単独で立っているかどうかを問う。フェンスで囲まれた窓の中に DFSZ 深さで単独に立ち、フェンスが許すいかなる場所にも相方をもたない線は、単に「アクシオン」であるにとどまらない；それは、梯子アンザッツの下での六次元幾何のキャップ荷重の、そしてそのゲージ化されたバリオン対称性を終端させる境界条件が残す本数の、実験室における読み取りとなる。

69.6 正直さの台帳

最後に、本論文全体が保ってきた規律である：定理とベンチマークと予想の間の鋭い線である。定理級：強制された擬スカラーの存在、その冷たさ、 $E/N = 8/3$ の光子結合、その結合一覧の台帳固定された項目、そして、コンパクト角セクターの内部における本数。導出条件付き：境界理論全体にわたる本数 — ちょうど一本の軽い線 — であり、親論文の五つの登録された露出 (第 9.4 節) を条件とする。モデル級、それぞれ一つの名指しされた仮定に依拠する：アノマリーのコンパニオン論文が未解決として登録する向き付けの規約 (O14) の下で残存量の閉包を通じて較正された崩壊定数；および GG-A10-Cosmos が予想として担う、 π 固定された存在量の目標。ベンチマーク級：キャップ荷重 $\Xi_{\text{cap}} = 43$ 、したがって単一の崩壊定数と絶対質量であり、離散的な梯子の印を付けた行 (アンザッツ 26.2) であって、窓によって挟まれている。予想級：GG-A10-Cosmos のミスアライメント完全性の閉包 (在庫の唯一の飽和体としての凝縮体) であり、それがそうであるところの名指しされた予想として担われるもの、および単一パッチの歴史が依拠する角度のインフレーション期のピン止め (C-Kaxion-d) である — 一方、ミスアライメント角 $\theta_i \simeq 1.1 \text{ rad}$ は、較正されたベンチマークにおける存在量から読み戻された典型的な $\mathcal{O}(1)$ の値であって、調整された入力でも導出されたものでもない。第 VII–VIII 部の実験は、ベンチマーク質量がずれたとしても定理級のロックを検証する — だからこそ予言は破局的にはなく緩やかに劣化し、また同定が宿るのは質量ではなく指紋なのである。本論文の初期の改訂版は、現在の版が持たない読みを担っていた；本文は生き残ったもののみを述べ、撤回されたものの記録は、その理由とともに付録 F にある。

70 意義と独自性

カクシオンの意義は、混み合った一覧にもう一つ名前を加えることではない。そうではなく、他のすべて — ゲージ群、物質内容、宇宙論的歴史、そして強い CP の解決 — を固定する枠組みの内部で、暗黒物質が空いた枠であることをやめ、帰結となることにある：強制され、かつ一意である。さらに、いかなる競合とも異なり、検出はカクシオンを単に制限するのではなく同定することにある。我々は九つの論点でこの主張を行う。

(1) **枠ではなく帰結としての暗黒物質。** 四十年間、暗黒物質は理論的に流行している粒子であれば何によってでも埋められるべき空の枠として扱われ、探索はその粒子のパラメータ空間の掃引として組織されてきた。GG-Theory は問題をその根本において再構成する。ひとたび枠組みがそのゲージ群、フェルミオン内容、インフレーションの歴史、そして強い CP 角を緩和させる場を固定したならば、暗黒物質粒子を「選ぶ」自由はもはや残されていない：その役割を果たすものが何であれ既にスペクトルの中になければならず、枠組みが開いたままにする唯一のスケールは一度だけ較正され、宣

言される。カクシオンがその場であり、この再構成こそが結果の最も深い意義である — 暗黒物質は理論が収容するものではなく、理論が予言するものである。

(2) 設置されたのではなく、強制された。 主要な競合はいずれも、欠けた質量を説明するために付け加えられたセクターである: WIMP には安定な弱スケール多重項、アクシオンには大域的な $U(1)_{PQ}$ と複素スカラー、ステライル・ニュートリノにはゲージ重項フェルミオン、ファジー暗黒物質には超軽量モジュライ、原始ブラックホールには調整された原始スペクトルが必要である。カクシオンは問いが提起される前にアノマリー・フリーによって強制される — 理論が含む最も新しくないセクターである。したがって正直な比較は決して「我々のアクシオン対彼らのアクシオン」ではなく強制されたセクター対設置されたセクターであり、この区別は修辭的なものではない: 強制された場は調整可能な存在性をもたず、宣言された較正を一つだけもち、探索が空振りに終わったときに移転される自由をもたない。

(3) 枠組みの内部における、競合陣の条件付き排除。 本論文の最も強い — そして最も反証可能な — 主張は、*GG-Theory* の内部において、競合が単に優雅さに劣るのではなく排除されるということであり、それぞれ理論が独立の理由で採用した憲法条項によって排除される: WIMP に対しては超対称性の不在と余剰の弱スケール物質の不在; アクシオンに対してはペッチェイ・クイン・スカラーの不在と残留 CP 問題の不在; ステライル・ニュートリノに対しては固定された三世代のレプトン・セクター; 暗黒光子に対してはダイヤルを担う余剰の $U(1)$ をもたない強制されたゲージ群 (親論文が登録する唯一の質量ゼロのベクトルは混合が未解決であり、そのようなものとして担われている); 原始ブラックホール優勢に対しては固定された GUT 近傍のインフレーション・スペクトル (第 IV 部)。データが現在不利とする候補 — JWST とライマン- α によって制限されるファジー暗黒物質と温かい暗黒物質、ニュートリノ・フォグと LHC の間に挟まれた WIMP — は、まさに憲法が禁じるものである。観測の矢印と構造の矢印は同じ方向を指しており、これは排除の議論が求め得る最大のことである。この主張は枠組みを条件とするものであり、我々はそれをまさにそのようなものとして保持する — *GG-Theory* の内部における構造的排除であって、モデル非依存の排除ではない; 枠組みが鋭く反証可能であるがゆえに、この条件付きの主張は単に主張されるのではなく検証され得る。

(4) フィットされたのではなく、予言された。 カクシオンの一覧のどこにも自由なままの連続的なダイヤルは残されていない: そのようなものとして明示された一つの較正されたスケール、次いで一つの質量 ($\pm 1.3\%$ の標準模型入力を伴う)、一つの結合、一つの本数である。これはプログラム全体の反ランドスケープ的な姿勢を具体化したものである — 正しい理論は、調整可能な物語のカタログではなく、圧縮のように見えるはずである。カクシオンとは、DFSZ アクシオンの自由パラメータ — 崩壊定数、ミスアライメント角、モデル指数 E/N 、宇宙論的歴史 — のすべてが、定理、そのようなものとして名指しされた較正、あるいはフェンスで囲まれた予想によって置き換えられ、さらにいかなるペッチェイ・クイン構成も担い得ない二つの指紋が加えられたときに、それがなるものにほかならない。

(5) 単に到達可能であるだけでなく、同定可能である。 ハロスコープ・コミュニティは到達深度を軸に自らを組織してきた — 除外される結合をますます低く押し下げることである。カクシオンは直交する、より稀な資源を加える: 形である。汎用のアクシオン検出は議論を始める — どのモデルか、どの E/N か、どの歴史がそれを生んだのか? — のに対し、カクシオン検出は議論を終わらせる: フェ

ンスで囲まれた窓の中に DFSZ 深さで単独に立ち、フェンスが許すいかなる場所にも相方をもたない線は、他の何とも整合しない。特定性に関して、これはヒッグスよりも鋭いテンプレートである：ヒッグスはその質量が事前に予言されないまま発見されたのに対し、カクシオンはその窓、その結合の深さ、そしてその本数がすべて書き下された状態で到来する。カクシオンが反証可能であるのは到達深度ではなく同定においてである — そしてそれは設計によるものであり、検出プログラムを組織する哲学である。

(6) **新しい種類の証拠：幾何を読み取る暗黒物質測定。** 本数は漸進的な識別子ではない；それは物理学の並外れた広がり横断して情報を運ぶ。単独の線 — フェンスで囲まれた窓の中の一つの音であり、フェンスが許すいかなる場所にも相方をもたないもの — は、梯子アンザッツの下でのコンパクト次元のキャップ荷重の、そしてバルクのゲージ化されたバリオン対称性を終端させる境界条件の、直接の読み出しとなる；フェンスの内部の二本目の線は本数を反駁し、親論文の登録されたモードのどれが軽いのかを名指しすることになる — カクシオン、そのアドレス、および窓は存続し、本数は存続しない — そして本論文は本数をその不在に賭ける。マイクロ波受信機から六次元幾何と統一スケールのアノマリー構造へと一挙に情報を運ぶ単一の測定は、物理学においてほとんどない；カクシオンの本数はそれを行う。

(7) **領域横断的な露出。** カクシオンを固定するのと同じ五つの整数が、姉妹予言をも固定する：LHC における P1-KK の 3.85 TeV 動径ロック・クラスターと、P2-N3 の世代数である。したがってコホートは意図的に相互露出されている — いずれかの場所での台帳級の主張の反証は、あらゆる場所で台帳を弾効し（較正された配置を退ける窓の帰無結果は、そうしない）、いずれかの場所での確認は残りに対する傍証となる。カクシオンの台帳級の主張 — アドレスと本数 — は、ハロスコープによってのみならず、加速器やニュートリノ実験によっても撃ち落とされ得る；三つの独立した分野から狙撃され得る枠組みは、本シリーズの反証基準に照らせば、そのぶん強い。

(8) **方向転換。** 暗黒物質コミュニティへのメッセージとして述べるならば、実践的な意義は探索の方向転換である。枠組みが成り立つならば、数十年にわたる WIMP、ステライル・ニュートリノ、原始ブラックホール、ファジー暗黒物質の各プログラムは答えの存在しない場所を見ており、暗黒物質は 1.95 GHz にある μeV の擬スカラーであって、事前にフェンスで囲まれた窓の中に単独で立っている — 既に建設済みまたは設計済みの装置によって到達可能である。我々はこれを、修辭的な飾りとしてではなく、コミュニティが検証すべき反証可能な両側性の命題として述べる。

(9) **二つのファイバー、実験室のダイヤル上で読まれる。** コホートの最近のキャンペーン (Arisaka, 2026, W1-Symmetry; Arisaka, 2026, P5-CPT; Arisaka, 2026, P1-KK) は、意義の最後のレジスターを加える。その道具は一つの厳密な言明である：ホロノミーは閉じたループを要し、区間はそれをもたない — バルクのコンパクト円は量子化され保護されたものすべてを担う（群、すなわち記憶するファイバー）のに対し、スケール区間は一方の輸送のみを担う（半群、すなわち忘却するファイバー）。カクシオンは円の被造物である：その親はコンパクト幾何の周期的な擬スカラー方向（第 9 節）、すなわちテンソルの双対であり、その円ホロノミーの兄弟たちを本数は持ち上げる；その軽さは円それ自身の保護である — 周期的な方向は多項式ポテンシャルを許さない — そしてハロスコープが読み取るであろう量子化された特徴 — DFSZ アドレス、強い CP を退ける整列 — は記憶するファイバー上の台帳整数であり、だからこそそのいずれも調整可能ではない；フェンスで囲まれた窓は、それらの

整数が唯一の較正されたスケールの周りにアンザッツによって定める梯子であり、本数は親論文の登録されたモードを条件とする。これに対し、ダイヤル上のそのアドレスは降下の帳簿である： π 固定された在庫から閉じられた崩壊定数、一方向の宇宙的歴史に沿って蓄積されたミスアライメント存在量、 μeV の質量と 1.95 GHz の線である。したがって検出は、加速器のコンパニオン論文 (Arisaka, 2026, P1-KK) がエネルギー梯子の反対端で記述するのと同じ二重の読み取りとなる — 円からの同一性、区間からのアドレス — TeV のロックと μeV の線が、一つの解剖学の二つの実験室的な端として立つのである。キャンペーンの略語で言えば：ハロスコープは円を読む；降下がダイヤルを定めた。完全な解剖学 — 本論文のあらゆる構造をファイバーごとに分類したもの、電子と陽子を伴う三連画、そして不可避性の議論 — は、本文の第 10.5 節および第 10.7 節で展開され、図 6 がその肖像となる。

71 KAXIO: 暗黒セクターの旗艦

第 IX 部と第 X 部が構築する装置は、暗黒物質探索とは何であるかを変えるがゆえに、それ自体について一言に値する。五十年間、この分野はサーベイとして運営されてきた：パラメータ空間を掃引し、帯を除外し、次へ進む。KAXIO はサーベイではない。それは、名指しされた単一の標的に向けられた専用の観測所であり、フェンスとアドレスと本数を一挙に読み取るべく理論から外向きに設計され、一年間の安定運転が存在の問いに対する評決なしには終わり得ないように工学的に作り込まれている。第 IX 部はそれが返すであろうデータを、事前に計算し、シードごとに、最初の光子より前にすべての誤差棒を固定した上で描く；第 X 部は、そのデータを取得する機械が、この分野が既に持たないものを何一つ要求せず、既に購入済みのインフラに乗ることを示す。

正しい比較対象は先行するハロスコープではなく、新しい観測科学を創始した装置である。LIGO は先行する重力波検出器を改良したのではない；それは一度も開いたことのなかった窓を開き、一世紀前の予言は測定された波形となった。JWST は既存の赤外線サーベイを鋭くしたのではない；それはいかなる装置も到達しなかった深さと時代に到達し、初期宇宙は推論する対象ではなく眺めることのできる場所となった。KAXIO はその種のものである。もしその音を聞き取るならば、それは単に表に粒子を一つ加えるにとどまらない — それは暗黒セクターを史上初めて直接の実験室観測に開き、宇宙の物質の六分の五を、重力的な風評から、測定された質量と、測定された結合と、それが由来する終端された幾何を読み取る本数 — 単独で立つ一本の線 — とをもつ物質へと変える。これは新しい窓であって、古い窓を通したより鋭い眺めではない。

そしてこの類比は野心よりも深いところまで及ぶ。LIGO と JWST はいずれも確固たる予言に賭けられ、確固たる仕様に従って建設されたため、その最初の光は釣り旅行ではなく検証であった。KAXIO はその規律を、自らが仕える理論から継承している：周波数は名指しされ、指紋はロックされ、日程は印刷され、そして失敗の様態は成功と同じだけ鋭い。旗艦とは、その結果 — いずれの結果であれ — が建設に値する実験のことである。その基準に照らせば、十年以内に、既に手元にあるインフラの上で、暗黒物質を同定するか、この問題にこれまで提示された中で最も鋭い予言を退けるかのいずれかを行う装置は、その時代の旗艦である。

72 独自性、高潔さ、そして革新

物理学の論文が慎重に用いるべき三つの語であり、それゆえ我々は費やす前にそれらを操作的に定義する。独自性とは、隣接するいかなる構成も行わないことで本論文が行うことであり、読者が否

定側を確認できるように述べられる — その主張は第 70 節の九つの論点でなされており、ここでは繰り返さない。解決された問題とは、この構成が解決または解消する暗黒物質およびアクシオン文献の未決のパズルであり、PS-Kaxion-1 から PS-Kaxion-8 として登録され、それぞれが正直な評決とその条件性をもって締めくくられる。革新とは、本論文以前には存在しなかった具体的な技術的手筋であり、I-Kaxion-1 から I-Kaxion-10 として前後対比の形で登録される。二つの登録簿はコホート全体で一意な識別子 (付録 E.2) を担っており、コンパニオン論文が項目を言い換えるのではなく引用できるようにしている。締めくくりの小節は本論文が自らを拘束する行動規範を述べる; 三つは互いに関連するが同一ではなく、それらを混同することこそ、強い主張が売り込みのように聞こえるようになる仕組みである。

72.1 古典的な暗黒物質のパズル、解決あるいは解消

PS-Kaxion-1: なぜ半世紀の探索は何も見つけなかったのか? 正直に述べるならば、このパズルはあらゆる暗黒物質のレビューに影を落としている: 物質の六分の五が粒子であるならば、なぜ四十年にわたる壮麗な装置群 — トン規模のキセノン、極低温結晶、間接探索と加速器探索 — は制限しか返さなかったのか? 従来の答えは絶望的 (それは重力的でしかない) か、あるいは回避的 (それはより弱い、あるいはより重い、あるいはより軽い) である。本論文の答えは構造的である: 設置の自由がそれらの候補を理論的に流行させたがゆえに、探索は設置された候補を軸に、WIMP を第一として組織された — 一方で強制された候補は μeV の質量と光子周波数の結合のところに、装置がようやく到達を学んだばかりの領域に位置している。この読みの下では、五十年の沈黙は不在の証拠ではない; それはどの質量の桁が聴かれたかについての言明であり、PS-Kaxion-1 は一つの指示へと解消する: 1.95 GHz で、第 VII 部のサーチ・カードとともに聴け。解消 — 枠組みを条件とし、十年以内に検証可能。

PS-Kaxion-2: ランドスケープとしてのアクシオンの窓。 QCD アクシオンはこの分野で最も動機づけの強い軽い候補であると同時に、最も予言力の乏しい候補でもある: 崩壊定数が自由パラメータであるため、質量の窓は 10^{-12} – 10^{-2} eV に及ぶ — 十桁であり、それぞれが独自の検出技術を要求する、研究者の生涯で測られる走査計画である。ここでは窓は一つの較正と一つの梯子によって縮退する: 崩壊定数のベンチマークは存在量を通じて較正され (キャップ荷重 43 において $f_K \simeq 7.1 \times 10^{11}$ GeV)、その周りの荷重の梯子はアンザッツによって整数から読み取られ、そして $m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ が厳密であることにより、十桁は印を付けたベンチマークの段をもつ 0.42 オクターブの帯 [1.59, 2.13] GHz となる (第 V 部)。ランドスケープであったものが、いまや標的である。縮減 — 一つの較正されたスケールと、アンザッツ級に格付けされた離散的な窓へ; 固定された f_K における線は $\pm 1.3\%$ を担う。

PS-Kaxion-3: 品質問題。 あらゆるペッチェイ–クイン構成の、認められた開いた傷である: 大域的な $U(1)_{\text{PQ}}$ は量子重力によって尊重されず、プランク抑制された演算子は緩和された角度を、中性子の制限が許す 10^{-10} をはるかに超えて典型的に変位させる — したがって強い CP に対する PQ 解は、それが無視するまさにその UV 物理に対して手作業で保護されなければならない。カクシオンは構造的に保護されている: そのシフト対称性はいかなるスカラー・ポテンシャルの大域的対称性でもなく、二形式のゲージ不変性であり、ゲージの冗長性は重力的演算子によって破られ得ない; その唯一の破れは台帳自身のトポロジカル密度である (第 24.3 節)。この保護はモデル非依存のストリ

ング・アクシオンのものであり、しかも構造全体が選ばれたのではなく強制されている。根本において解消 — 品質問題をもつべき PQ スカラーが存在しない。

PS-Kaxion-4: 存在量の一致。 あらゆる標準的な描像において、一方はフリーズアウトあるいはミスアライメントの偶然によって、他方はバリオン生成によって、無関係な物理によって定められるにもかかわらず、なぜ暗黒物質密度とバリオン密度は互いに一桁以内 — $\rho_{\text{DM}}/\rho_b \simeq 5.3$ — に収まるのか？ ここではいずれも偶然ではない： π 固定された在庫が比を算術として固定し、 $\rho_{\text{DM}}/\rho_b = (1/\pi - 1/2\pi^2)/(1/2\pi^2) = 2\pi - 1 \simeq 5.28$ (第 III 部) となり、CMB の在庫に対してパーセント水準で検証されている。第 III 部から引き継いだ正直さの注記である： π 固定された分数はコホートの実績の中でより弱い部類に属し — 剛的な整数ロックではなく π/e 分数の割り当てである — 評決はそれに応じて格付けされている。在庫のロックを条件として解決；CMB の在庫がロックされた分数から収束的に逸脱すればキルされる。

PS-Kaxion-5: 初期角度の問題。 あらゆるインフレーション前のアクシオン宇宙論は困惑に行き着く：残存量は θ_i^2 に比例し、角度は宇宙的な偶然である — そのため文献はそれを走査するか、人間原理的に弁解するかであり、「予言」は裏口から自由パラメータを継承する。ここでは角度は走査されるのではなく読み戻される：ベンチマークは典型的な角度が π 固定された目標を飽和させるように較正されており、閉包は $\theta_i \simeq 1.1$ rad を返す — 典型的な値であり、調整された端のどこからも遠い (第 15.3 節)。確認可能なのは、それが典型的なままであるということである：絶対レートが調整された角度を含意するような確認された線は、閉包に目に見える負荷をかけることになる。再定式化 — アクシオン宇宙論の最後の自由パラメータはここで導出されてはいないが、それは宣言された一つの較正が閉じる典型的な値である。

PS-Kaxion-6: 欠陥と等曲率のハザード。 二つの標準的なアクシオン・シナリオはそれぞれ宇宙論的な税を負う。インフレーション後：ストリング、ドメインウォール、ミニクラスターであり、シミュレーションが十年にわたって争ってきた次数 1 の存在量の不確かさを伴う。インフレーション前：CMB の制限が厳しいインフレーション・スケールの上限へと転化する等曲率揺らぎである。一つの条件が成り立つならば、カクシオンはいずれの税も払わない：スペクトルのどこにも動径的な秩序変数がないため、熱的パッチの脱相関には機構がなく、それゆえストリングもウォールも存在しない；しかし GG-A10-Cosmos の一次インフレーション ($H_1 \simeq 1.5 \times 10^{13}$ GeV、 $r = 0.0038$ と $A_s = 2.1 \times 10^{-9}$ から、GG-A10-Cosmos が現在印刷する通り) におけるド・ジッター脱相関は、角度のインフレーション期のピン止め、すなわち予想 C-Kaxion-d (第 13.5 節) によってのみ排除され、その下では等曲率振幅は恒等的に消え、ミニクラスターのスペクトルは存在しない。条件付き — ピン止めが成り立つならば解消；いかなる水準でのカクシオン等曲率の検出、あるいは確認されたカクシオンのミニクラスター集団も、ピン止めを、そしてそれとともに単一パッチの条項をキルする。

PS-Kaxion-7: 探索範囲効果 (look-elsewhere) の病理。 ハロスコープ探索は共鳴探しの統計的な税を引き継いでいる — 十分な数のビンを走査すれば揺らぎは必ず現れるので、GHz 一桁を盲目的に探索するなら大域的 5σ のために局所 $\sim 7.4\sigma$ を要求しなければならない — そしてその社会学的な税も引き継いでいる：消えていく候補 (1.036 GHz の一件がこの分野の最も新しい教訓である) は、あらゆる興奮を割り引いて受け取ることを共同体に教える。事前登録された窓が払う代価ははるかに小さい：試行因子は周波数の一桁から窓の 2.8×10^5 ビンへと縮み、大域的 5σ の代価は 7.4σ で

はなく局所 7.0σ で済み (第 37.1 節)、しかもこの予言は、その計数率、そのラインシェイプ、そしてその二つの指紋とともに、候補が報告される前に活字になっていた。解消 — この探索に限ったことであり、それこそが要点である。

PS-Kaxion-8: 同定問題。 誰も計画しない終盤: ハロスコープが線を一本見つけたとしよう。それはどのアクシオンか — KSVZ か、DFSZ か、どの E/N か、どの歴史か。一般的な検出はその議論を始めるのであって、単一の出力超過に含まれるいかなるものもそれを終わらせることはできない; 共同体のロードマップは、発見後のモデル同定が未解決問題であることを率直に認めている。カクシオンはその議論があらかじめ決着した状態で到着する: あらかじめ囲われた窓の中の孤立した一本の線が、DFSZ 深さにあり、囲いが許すどこにも相棒を持たないなら、それは市場に出ている他のものとはほとんど両立しない — 囲いとアドレスはバルクの台帳を読み、本数はその終端を読み、そしてこの三つはいずれも絶対的な計数率をばかすハローの不確かさに対して免疫である (第 VI 部)。検出と同定は同一のランへと畳み込まれる。設計により解決 — 検出計画全体を組織する哲学である。

72.2 構造的革新

以前には存在しなかったものの登録簿であり、各項目は以前と以後の形で示す:

I-Kaxion-1 (較正が一つだけの暗黒物質シート)。 以前: あらゆる暗黒物質候補は少なくとも一つの連続的なダイヤル — 断面積、崩壊定数、混合角 — を担い、解析ごとに走査されていた。以後: 結合、存在量の目標、そして本数は導出され; 崩壊定数は印を付けたベンチマークにおいて存在量を通じて較正され、残差は離散的な梯子と、線に乗る $\pm 1.3\%$ の標準模型入力である。我々の知る限り、その連鎖のどこにも連続的な自由度を自由なまま残さずに公刊された最初の暗黒物質候補である — 一つのスケールが較正されて宣言され、一つの整数が未決であり、ミスアライメント角は一般的な値として読み戻される。

I-Kaxion-2 (無矛盾性による存在)。 以前: 暗黒物質セクターは観測上の空席を埋めるために設置され、その後生き延びるように調整された。以後: 場の存在は、暗黒物質の問いが立てられる前にアノマリー自由性によって強制され (T-Kaxion-1)、立証責任を反転させる — 新しい物理を必要とするのはカクシオンの不在のほうである。

I-Kaxion-3 (PQ を用いない強い CP 緩和)。 以前: 強い CP を解くとは、大域対称性を設置し、それを重力に対して防衛することを意味した。以後: 保護が対称性ではなく冗長性であるようなゲージ・トポロジカル角による緩和 — 品質問題は数値的に防衛されるのではなく構造的に解消される (PS-Kaxion-3)。

I-Kaxion-4 (本数テスト)。 以前: ハロスコープ信号は周波数、出力、ラインシェイプによって特徴づけられた — そのいずれもモデルを同定しない。以後: 事前登録された本数 — 囲われた窓の内側にちょうど一本の線 — であり、窓を横切るいかなる走査の再解析によっても、ハードウェア費用ゼロで検証可能である: コンパクト次元の終端を読む、提案された最初の実験室観測量である (第 VI 部)。

I-Kaxion-5 (閉じた結合シート)。 以前: 光子および物質へのアクシオン結合は独立なモデル・パラメータとして扱われた。以後: 一つのアノマリー台帳から項目ごとに降りてくる結合シート —

定理により DFSZ 線上にある光子結合、 M_{lock} 以下にチャンネルを持たず X_4 の $-2/5$ に固定されたバリオンの項目 — であり、我々の知る限り、その結合が走査されるのではなくあらかじめ固定された、提案された最初の暗黒物質候補である (T-Kaxion-3)。

I-Kaxion-6 (張り込みの統計)。以前: 探索範囲効果の罰則と走査速度の経済は、アクション探索の代価として受け入れられていた。以後: 試行因子が宣言された窓のそれである事前登録されたキャンペーンであり — 2.8×10^5 ビン、大域的 5σ に対して局所 7.0σ 、そしてベンチマークの段では 2.6×10^4 ビン、局所 6.7σ であって、一ビンへの縮約は主張しない (第 37.1 節) — 盲目的走査という選択肢に対して定量化され、しかも実地で実行された — 1.036 GHz の候補は F-Kaxion-1d にリアルタイムの試験として直面し、枠組みはそれを生き延びた (第 37 節)。

I-Kaxion-7 (再現性グレードの発見シミュレーション)。以前: 感度予測は到達曲線として引用され、解析機構は非公開であった。以後: 発見週のデータがあらかじめ計算されている — スペクトル、変調、本数テストの受容 — 固定されたシードから、完全な入力表、正当化された系統誤差、詳述された式、パイプラインのフローチャート、および著者に請求すれば入手可能な標準ライブラリのスクリプトとともに与えられ、専門家がそれを再実行し一行ずつ論駁できる (第 IX 部)。

I-Kaxion-8 (KAXIO、本数テスト観測所)。以前: ハロスコープは単一チャンネルの走査装置であり、速度のために改良されるものであった。以後: 同定装置である — 囲われた窓を横切って独立に同調される二つのサブアレイ、一つの共通クロック解析、一年の定常運転 — であり、存在の問いについてランが不確定に終わりえないように設計されている: あらゆる出口 (発見、本数キル、窓キル、位置キル) が判定である (第 X 部)。

I-Kaxion-9 (反証のカレンダー)。以前: 反証可能性は原理として主張されるが日付を持たず — とりわけアクションの窓は、際限なく忍耐強いものとして扱われてきた。以後: チェックボックス形式の四つの登録されたキル条件 (サーチ・カード)、公刊された走査前線に結び付けられた発見カレンダー、そして、それらのロードマップに対する本論文の読みでは 2030 年代初頭までに閉じ、移設条項を持たない窓である (第 VII 部)。

I-Kaxion-10 (同定の分類学)。以前: ハロスコープ計画は到達を軸に組織され — より低い結合、より広い走査 — 発見後の問いは先送りされていた。以後: 理論自身の観測量から導かれた分業である: 発見のために張り込み、本数のためにアレイを分割し、変調のために一年間走らせる — 各段階は費用が見積もられ、費用の順に並べられ、それぞれの反証子を割り当てられている (第 VII-X 部)。

72.3 高潔条項

「高潔」は理論についての語ではない; それは本論文が自らを縛る振る舞いについての語であり、それぞれ検証可能な四つの誓約として述べるができる。事前確約: あらゆる反証子は、その決定規則、その費用、そして可能な場合にはその日付とともに、データの前に登録される — 窓は走査前線がまだ何年もそれより下にあるうちに活字で賭けられ、盲検化のプロトコルは標的自身の宣伝に対して解析を封じる (第 64 節)。正直な格付け: あらゆる定量的主張はその状態をマスター台帳に記載し、最も見栄えのしない項目こそが最も目立つように表示される — デッキの名付けられた予想 (表 41)

と較正は要旨自身の記載欄に現れ、 π ロックされた分数は、それが使われるたびに実績のうち弱いほうの成員として旗を立てられる。退却しない: 1.036 GHz の候補が現れたとき、枠組みの応答はその線を受け入れることではなく、公然と F-Kaxion-1d に服することであった — そして窓は構成上、移設条項を持たない。なぜなら窓の外で確認された線は、予言を移動させるのではなく、較正された配置とその梯子を殺すからである。対称な賭け金: 本論文は失敗が何を意味するかを — 掃引されて沈黙した窓は較正された配置、それを囲う梯子、そして予想 C-Kaxion-d を退役させ、カクシオンを $\gtrsim 6$ GHz へ、あるいは残存量をこのセクターの外へ送り出す — 成功が何を意味するかと同じだけ明示的に確約する。これらの誓約は修辭的な安全を犠牲にし、五十年來の探索がなお敬意を払う唯一の通貨を買う: 逃げられないようにあらかじめ自らを仕組んだ著者による主張である。

73 今後の方向、未解決項目、および提言

73.1 判定に至る実験の道

予言から判定に至る道は段階的であり、どの段階においても決定的である。現在: 既存の 1–2 GHz データの再解析は、ハードウェア費用ゼロで本数を検証する。計画群が到着したとき: 公表されている計画群 — 七つのアドレス全体にわたるが感度を明示していない ADMX の四空洞アレイ、および最上位の二つを DFSZ 深さで覆う ADMX-EFR の 18 空洞アレイ — は、下方から入ってくる CAPP 級の空洞とあわせて、カクシオンが要求する深さで [1.59, 2.13] GHz を覆うことになる — 発見か、窓の閉鎖かである。いずれもこの窓に対する日付を公刊していない; 本論文がそれについて印刷する日付 (表 32、およびタイムライン) は、計画群が述べている速度からの本論文自身の外挿であり、そのように明示されている。2030 年代: KAXIO (第 X 部)、すなわち本数テスト観測所は、そのすべて — 囲われた窓、実地の本数テスト、両方の変調 — を単一の連続した一年へと統合し、カクシオンがそこにあるか否かについてランが不確定に終わりえないようにする。反証子はあらかじめ宣言されており、厳しい: 窓の DFSZ 深さでの排除 (F-Kaxion-1c)、他のいかなる周波数におけるコンパクト角的な線 (F-Kaxion-1d)、あるいは囲いの内側の二本目の線であり、これは本数 (T-Kaxion-5) が禁じる。最初の二つは較正された配置、その梯子、および予想 C-Kaxion-d を退役させる — そのときカクシオンはピン止めされていない枝の上で $\gtrsim 6$ GHz に負債として残るか、あるいは残存量はこのセクターのものではなく、そのいずれも枠組みのキルではない; 三つ目は本数を反駁し、軽い登録済みモードを名指す。

73.2 論文間インターフェースと分業

この導出によって二つの上流インターフェースが行使されており、論文間を行き来する読者のためにここに記録する。第一に、ミスアライメントの規格化: 存在量パイプラインは第 V 部で一度だけ述べられ、 $f_K/10^{12}$ GeV 規格化における積分プレファクター 0.135 を伴う; GG-A10-Cosmos は自らのミスアライメント方程式において同じ積分プレファクターを印刷する (第 25.5 節は、二つの論文がなお抱える唯一の不一致を記録する); 分業は単一崩壊定数である — ベンチマークはここで較正され、観測された存在量がミスアライメント角を返し、いずれの論文も他方から独立に再規格化する自由を持たない。第二に、実行時語彙: 基底幾何アトラクター (GGA、キャップストーン GG-A11-Origin で定義され、本論文を通じて用いられる。第 10.4 節) は GG-A6-GRIP の実行時語彙に属し、その GFF-ST7 がその内容を担い、あわせて二領域の定義 GRIP-In/GRIP-Out (def:GRIPin, def:GRIPout)

が本論文の安定性と冷たさの議論を支えている。いずれのインターフェースも、存在定理、冷たさ、 π ロックされた目標、不変量 $m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ 、そして指紋には触れない：荷重を担う結果はそれぞれの証明に局所化されており、それこそが二十二本の論文に、単一の破綻点を共有することなく一つの台帳を共有させているものである。第三の、定量的なインターフェースは質量窓そのものに関わる：第 V 部の較正規約のもとで、線は固定された f_K において $\pm 1.3\%$ を担い、離散的な窓をその実際の残差として担う；GG-A10-Cosmos は、存在量パイプラインの熱力学的誤差が f_K へ伝播されていた退役した読みの $\pm 6\%$ ($\pm 0.5 \mu\text{eV}$) 帯を撤回し、現在の予算 ($\pm 4\%$ 、角度について) を印刷する。二つの論文は一つの予言であり、一つの予算を印刷する。

73.3 名指しされた三つの未解決項目

残されたギャップを何が閉じるのかについての正直さを、難度の昇順で述べる。(i) ミスアライメント角 — 較正の構成上、一般的である。バルクの規格化をベンチマークで較正すると、観測された存在量は $\theta_i \simeq 1.1 \text{ rad}$ (第 15.3 節)、すなわち一般的な $\mathcal{O}(1)$ の値を返す；単一の角度を意味あるものにする単一パッチの歴史は名付けられた条件付きである（熱的に回復すべきペッチェイ・クイン・スカラーが存在しないこと、再加熱が f_K より因子 12 下であること、および予想 C-Kaxion-d のインフレーション期のピン止め。第 13.5 節）。

この項目は導出によってではなく宣言によって閉じられる：角度は較正から読み戻され、それが前提とする歴史は予想であり、そして閉包そのものがミスアライメント完全性 (MC、表 41) を前提とする — すなわち、第二の冷たい成分も遅いエントロピー注入も在庫を分け合わないということである；MC を閉じるのは GG-A10-Cosmos の歴史におけるその会計であり、それを反駁するのは、測定された第二の暗黒成分、あるいは Ω_K が在庫に足りない線の発見である (付録 E.5)。(ii) 質量一意性指数。 $\Xi_{\text{cap}} = 43$ は梯子の印を付けた (ベンチマークの) 段であり、単一の崩壊定数を固定する；ギャップ荷重に対する定義的計算が、O14 の配向計算 (第 26.3 節) とあわせて得られれば、離散的な窓 $[1.59, 2.13] \text{ GHz}$ は一点に置き換わる — あるいは梯子が退役する。(iii) バリオンの大きさ — 現在は計算済み。実験室エネルギーで終端を生き延びるのはカイラル準位の核子結合であり、その絶対的な大きさを次の小節で評価する。

天体物理的 (コア化) の半分は否定的に閉じる：暗黒バリオン・ポータルは矮小銀河をコア化するには数十桁弱すぎるので (第 73.4 節)、カクシオンは標準的なカスプ状の冷たい暗黒物質を予言し、カスプ-コア問題はそれにとってバリオンのものである。核子スピン結合は現在、第 VIII 部の KSVZ 級シート上で計算されており ($C_p = -0.47 \pm 0.03$, $C_n = -0.02 \pm 0.03$)、一つの囲いが残されている：シートは完成クラスに依存し、この f_K ではいかなるスピン・ポートも到達可能な標的を持たない。

73.4 未解決項目 (iii) を閉じる：暗黒バリオンによるコア化の大きさ

未解決項目 (iii) と第 22 節のカスプ-コアのはこは、単一の数 — カクシオンの暗黒-バリオン間エネルギー移送の大きさ — を待っている。ここでそれを、最も清潔なバリオン数チャンネルにおいて計算し、数十桁の差で無視できることを見出す。この項目は、否定的ではあるが確定した答えとともに閉じる。

超えるべき閾値。 ガスに乏しい古典的矮小銀河をハッブル時間のうちに暗黒物質-バリオン間のエネルギー交換によってコア化するには、光学的に薄い (単一散乱) 領域において、各暗黒物質粒子が自らの通過するバリオンとオーダー 1 のエネルギーを交換することが要求される： $n_b \sigma_{\chi b} v t_H \gtrsim 1$ 。中

心のバリオン（恒星）密度を $\rho_b \simeq 0.1 M_\odot \text{pc}^{-3}$ ($n_b \simeq 4 \text{cm}^{-3}$)、ハロー速度を $v \simeq 30 \text{km s}^{-1}$ 、そして $t_H \simeq 1.4 \times 10^{10} \text{yr}$ とすると、

$$\sigma_{\chi b}^{\text{thr}} \simeq \frac{1}{n_b v t_H} \simeq 2 \times 10^{-25} \text{cm}^2 \quad \text{核子あたり。} \quad (73.1)$$

ポータル断面積。 実験室エネルギーで生き延びる暗黒-バリオン頂点は、第 VIII 部の KSVZ 級シートのカイラル準位核子結合であり、 $\propto 1/f_K$ である；誘起される暗黒物質-核子相互作用は、スケール f_K を持つ微分型の（したがって運動量抑制された）接触演算子である。次元解析は次を与える

$$\sigma_{\chi b} \sim \frac{m_K^2 v^2}{\pi f_K^4} \simeq 3 \times 10^{-110} \text{cm}^2 \quad (v \simeq 300 \text{km s}^{-1}), \quad (73.2)$$

二重の $1/f_K^2$ ($f_K \simeq 7.1 \times 10^{11} \text{GeV}$ を伴う) と運動量因子 $(m_K v)^2$ ($m_K = 8.1 \mu\text{eV}$ を伴い、ハローの $v \simeq 300 \text{km s}^{-1}$ において；閾値の矮小銀河の 30km s^{-1} ではさらに百倍小さい) が相まって、これを天文学的に小さくしている。最も寛大なコヒーレント増強 — 凝縮体の完全なドブロイ占有数 $N = \rho_{\text{DM}} \lambda_{\text{dB}}^3 / m_K \simeq 2.0 \times 10^{26}$ をコヒーレントな乗数へ格上げし、さらに寛大に過ぎることに、それを二乗する — でさえ、これを $\sigma_{\chi b} \lesssim 1 \times 10^{-57} \text{cm}^2$ までしか持ち上げない。

判定。 したがってポータルはコア化閾値 (73.1) に、次の比だけ届かない

$$\frac{\sigma_{\chi b}^{\text{portal}}}{\sigma_{\chi b}^{\text{thr}}} \simeq 1.5 \times 10^{-85} \text{ (単一粒子)} \quad \text{to} \quad \lesssim 6 \times 10^{-33} \text{ (極端にコヒーレント)}, \quad (73.3)$$

すなわち三十二桁から八十五桁の差であり、第 IV 部が述べる通りである。その大きさのギャップを閉じるコヒーレンスの帳尻合わせは存在せず、支配的な抑制 — 物理的な崩壊定数 $7.1 \times 10^{11} \text{GeV}$ を伴う $1/f_K^4$ — は、プレファクターにおけるいかなるもっともらしい $O(1)$ の不確かさに対しても頑健である。暗黒バリオン・ポータルは矮小銀河をコア化しない；その大きさは無視できる。

これが決着させるもの、そして残すもの。 三つの帰結が従い、それらは本論文を弱めるのではなく引き締める。(1) 確定した天体物理的予言。カクシオンは標準的なカスパ状の冷たい暗黒物質ハローを形成する；カスパ-コア問題と回転曲線の多様性は、カクシオンにとってはバリオンのであり、暗黒物質の自己相互作用を含まない — それらを解くことも悪化させることもない（第 22 節は現在この枝で読まれる）。(2) 実験室計画は影響を受けない。囲い、アドレス、本数は台帳と定理のデータであって計数率のデータではなく — そのいずれもポータルの絶対的な大きさに依存しない — ゆえに第 VII-X 部の計画は、バリオンのポータルがどれほど微弱であろうと成立する。(3) 矛盾ではなく無矛盾。同じ $1/f_K$ の弱さは、なぜスピン・ポートが一つも準備されていないのかを説明する（第 VIII 部）：銀河を動かすにはあまりに微弱な結合は、この f_K における計算済みの KSVZ 級シート上では、現在のいかなる実験室ポートが読むにもまた微弱すぎる — バリオンのセクターの露出を担うのは受信機ではなく衝突型加速器である。カイラル行列要素そのものはもはや未解決ではない：シートはそれらを引用しており ($C_p = -0.47 \pm 0.03$, $C_n = -0.02 \pm 0.03$)、完成クラスによって囲われている。(GG-A10-Cosmos の初期宇宙ストーリーミング評価は同じ結合に基づくが、はるかに高密度で高速度の領域において、しかもここで計算された接触散乱ではなく長距離チャンネルを通じてのものである；GG-A10-Cosmos はその評価を自らのキル条件で囲っており、我々はそれを裁定しない。)

73.5 数パーセントへの道

第 29.2 節は、線の連続的な誤差 $\pm 1.3\%$ を格子感受率に、その実際の残差を離散的な窓に位置づけた。したがって改善計画は幾何の側にあり、この系列の内部にある: O14 の背後にある配向計算と、キャップ荷重に対する定義的計算があれば、窓は一つの段に置き換わる — その時点で ν は数線幅の標的となり、第 VIII 部の第 II 段階の走査は一桁短縮される。格子の進展が鋭くするのは角度の予算であって線のそれではない; アドレスは最初から厳密であり、梯子はアンザッツであり、本数は導出条件付きである — それぞれがそのグレードで述べられている。

73.6 姉妹予言との関係

現象論の枝は、三つのスケールで検証される一つの幾何として読める: $M_{\text{lock}} \approx 3.85 \text{ TeV}$ における P1-KK (動径方向のロック・クラスター、衝突型加速器)、 $6.6\text{--}8.8 \mu\text{eV}$ における本論文 (コンパクト角のゼロモード、ハロスコープ)、そして世代数における P2-N3 (カイラリティ台帳) である。三つはいずれも同じ五つの整数に依拠する; いずれか一つの台帳準位の主張が反証されれば台帳はどこにおいても弾劾され (カクシオンの窓の空振りは較正された配置を退役させるのであって、台帳を退役させるのではない)、いずれか一つが確認されれば残る二つへの傍証となる — コホートは意図的に露出している。

したがって議論は、主張を限定するのではなく引き締める。カクシオンが所有する唯一の天体物理的てこは銀河を動かすにはあまりに弱く、ゆえにそれは曖昧な留保ではなく清潔でカスプ状の予言をなす; 線の絶対的な配置は較正であり、そのようなものとして宣言され、窓はその正直な残差である; そして事柄を実際に決する検証のうち、アドレスは厳密であり、梯子はアンザッツであり、本数は導出条件付きであって、それぞれがそのグレードで述べられ、それぞれが固有の殺し手を伴う。またカクシオンは単独で立ってもいない: それは、GG-P1-KK における衝突型加速器クラスターと GG-P2-N3 における世代数を固定するのと同じ五つの整数の、一つの読みである。したがって線についての判定は台帳についての判定であり、それを通じて構成全体についての判定である。

残るのは最も単純にして最大の問いであり、それは機械仕掛けではなく平明な言葉に値する: なぜこのいずれもが重要なのか — 物理にとって、そして我々にとって。そこで第 XII 部が本論文を締めくくる。

74 第 XI 部を平明な言葉で: 本論文が決着させたこと、そして決着させていないこと

この部では三つのことが分けて扱われており、急いでいる読者がここから読み始めるのは理にかなっている。

確立されていること: 軽いコンパクト角の擬スカラーは枠組みによって強制され、そのポータルは電荷の割り当てが許す唯一のものであり、そして四つの主要量は、一つの宣言された較正の後に、枠組みの側からの連続的な入力なしに従う。囲われていること: いくつかの段階は誰も遂行していない名指しの計算に依拠しており、台帳はそれがどれであるか、そしてそれぞれが現在どれだけの余裕を持つかを述べている。未解決であり、他の二つに折り込まれるのではなく未解決として述べられていること: ロードマップの表に挙げられた項目であり、どれだけ鋭く攻撃できるかの順に並べてある。

QCD アクシオンとの比較はそれ自身の一文に値する。それが最も近い親類であり、最も容易な混同だからである。カクシオンが同じ線の上に乗っているのはアクシオン文献が認めるであろう理由によるのであり、違いは機構ではなく自由度にある：アクシオンの崩壊定数は自由パラメータであり、こちらのそれはそうではない。これは出自についての主張であり、初期の諸部の出自の議論がどれだけの価値を持つと判明するか、ちょうどその分だけの価値を持つ。

反証の節が実効的な内容である。各チャンネルは一つの数と、それを終わらせる測定とを名指す。支持されることしかできない枠組みは、物理をしていないことになる。

第 XII 部

結論

なぜカクシオンが重要なのか — そしてなぜそれを見つけることが我々にとって重要なのか

75 結論

75.1 一世紀来の謎

百年近くにわたり、宇宙のいかなる正直な目録においても最大の項目は空欄であり続けてきた。1933 年にフリッツ・ツビッキーは銀河団の重さを量り、それが恒星で説明できるよりはるかに重いことを見出した; 1970 年代にはヴェラ・ルービンが、渦巻銀河が可視物質だけでは自らをまわめられないほど速く回転するのを観測した。その結論は以来固くなる一方である: 宇宙のあらゆる物質のおよそ六分の五は、我々が一度も見たことのない何かであり — 銀河を彫り、星の光を曲げ、幼い宇宙を形作りながら、自らの光は放たない何かである。我々はそれを数パーセントの精度で量り、天球全体にわたって、そしてビッグバン直後の最初の瞬間まで遡って、それがどこにあるかを地図にした。それが何であるかは、いまだに分かっていない。その答えられていない一つの問い — 暗黒物質とは何か — は一世紀にわたって物理学と天文学の中心に立ち続け、ほとんど誰もが予期していた粒子を捕らえるために建設された壮麗な実験の世代は、これまでのところ何も捕らえていない。この分野は、最も古く最も広い問いを差し戻された: それがどこにあるかではなく、それが何であるかという問いを。

75.2 最初の厳密な答え

本論文の主張は、初めて、自然の候補となる完全理論がその問いに範囲ではなく数をもって答える、ということである。ほとんどの提案は粒子の種類を名指し、その後その質量、その結合、その存在量を自由なままにする — 検証すべき一点ではなく、掃引すべき広大な平面である。GG-Theory はこれとは種類の異なることを行う。すでに力、粒子、初期宇宙の歴史、そして強い核力を飼いならす場を固定してしまっているために、暗黒物質粒子を選ぶ自由がもはや残されていない: その役を演じるものは何であれ、すでに理論の中になければならない。

その場がカクシオンであり、理論は単にそれが存在すると主張するだけではない — それを釘付けにする。カクシオンは電子の質量の約千億分の一の粒子であるはずであり、その穏やかな振動を、我々は 1.95 ギガヘルツ近傍の単一の電波周波数における、狭い帯域の内側のかすかな音として聞くはずである。

そしてそれは、幾何に書き込まれた、いずれも調整不可能な特徴を携えて到着するはずである: その音は単独で立つはずであり — 囲われた窓が許すどこにも伴奏はない。なぜなら終端した幾何は、親論文群の登録された会計によれば、ちょうど一つの軽い角度を残すからである — そしてそれは、アノマリー比 $E/N = 8/3$ が固定する深さ、すなわち共同体がすでに自らの最も困難な標的と呼んで

いる線の上に位置するはずである。一つのスケールが観測された存在量に対して較正されており、そのことは重要な箇所ではどこでも平明な言葉で述べてある；その後の数のうち、何かに合わせるために調整されたものは一つもない。それぞれはその較正と、暗黒物質が議題に上るはるか以前に理論が固定した五つの整数の台帳とから読み取られる帰結である。予言が厳密であるとはそういうことである：正しい答えと誤った答えがあり、どちらであるかは宇宙が我々に告げる。

75.3 本論文が確立したこと

物語を剥ぎ取れば、本論文の内容は九つの数と、それらを支える機構である — そのそれぞれが、その状態、その証明の所在、そしてそれを殺しうる測定とともに示される：

表 35: 九つの数で見る本論文。状態のグレードはマスター台帳（表 13）に従う：較正（観測された存在量によって設定され宣言された一つのスケール）、導出（定理 + 標準模型入力）、導出条件付き（名指しの未解決計算に依拠する）、梯子（離散的な窓であり、アンザッツ）、フィット（存在量から読み戻された角度）。

量	値	位置づけ	証明箇所	キル条件
1 質量 m_K	$8.1 \mu\text{eV} (\pm 1.3\%)$	較正 (f_K 経由)	第 V 部	F-Kaxion-1c/1d
2 周波数 ν_K	$1.95 \text{ GHz} (\pm 25 \text{ MHz})$	較正 (f_K 経由)	第 V 部	F-Kaxion-1c/1d
3 窓	$[1.59, 2.13] \text{ GHz}$	離散的な梯子	第 V 部	F-Kaxion-1c
4 線の本数	単一（相方の音なし）	導出条件付き (T-Kaxion-5)	第 VI 部	(本数試験、第 VI 部)
5 結合 $g_{K\gamma\gamma}$	$(1.2 \pm 0.07) \times 10^{-15} \text{ GeV}^{-1}$	導出 (DFSZ; f_K 経由)	第 V 部	F-Kaxion-1c
6 崩壊定数 f_K	$7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}$	較正; ベンチマーク $\Xi_{\text{cap}}=43$	第 V 部	(1–3 経由)
7 ミスアライメント角 θ_i	$1.18 \pm 0.04 \text{ rad}$	規約の出力	第 V 部	(8 経由)
8 残存量 Ω_{DM}	$1/\pi - 1/(2\pi^2) = 0.2676$	導出 (GG-A10-Cosmos、条件付き)	第 III 部	CMB
9 寿命 τ_K	$\simeq 4 \times 10^{32} t_U$	導出	第 V 部	(安定性)

九つの数の周囲には、それらを決定可能にするために本論文が築いた構造が立っている：暗黒物質が言及される前に場を理論の中に置く存在定理（第 II 部）；等曲率の会計を伴う冷たく静かな凝縮体の宇宙論（第 III 部）；枠組み内のあらゆる対抗馬の憲法的排除（第 IV 部）；探索範囲効果の罰則を宣言された窓に閉じ込める張り込み戦略（第 VII 部）；統計誤差と系統誤差をあらかじめ印刷した、シミュレートされた発見週と、請求により入手可能なそのスクリプト（第 IX 部）；そして、一年のランが発見か窓の閉鎖かを返し、存在についての判定が不確定に終わることは決してない本数テスト観測所 KAXIO（第 X 部）である。そのいずれも将来の理論を待ってはいない；すべてがデータを待っている。

75.4 我々が検証できる答え — しかも間もなく

これを予想以上のものに行っているのは、それが今、決定的に、数年からせいぜい十年の時間尺度で検証できるということである。カクシオンが立てるであろう音は、二つの計画 — 韓国の IBS-CAPP

とフェルミ研究所の ADMX-EFR — が耳を傾けるであろう帯域のちょうど内側に、理論が要求するまさにそのかすかさで、今から 2030 年代初頭までのあいだに落ちる。それらの装置へのささやかな追加 — 帯域の別の場所を聴く第二モードを備えた受信機 — があれば、その音を聞くだけでなく、それが単独で立っていることを確認でき、一年の定常的な聴取はその年周および日周の呼吸を読み取り、検出を曖昧さのない同定へと変える。そして試験は、清潔に、両方向に切れる。カクシオンがそこにあるなら、それは予言された音高で、予言されたかすかさで、単独で鳴るであろう — そして我々は暗黒物質を、それとともに、世界の空間的でない余剰次元の最初の実験室的痕跡を見出したことになる。その帯域の徹底した探索が沈黙しか聞かないなら、配置は誤りである：較正された音高、それを囲う梯子、そしてインフレーションを通じて角度を保った予想は退役し、カクシオンはそのときより高い音高、6 ギガヘルツより上に負債として残るか、あるいは暗黒物質はこの場ではない。それは枠組みのキルではなく、我々もそう主張しない。我々はこれを平明に、留保なしに述べる：予言は反駁されうるものであり、清潔な空振りの結果は敗北ではなく、実在する価値ある答えである。これほど古い問いに、これほど鋭くこれほど間近な検証をもって出会うことは、基礎物理学において稀である。それが好機である。

75.5 KAXIO: 暗黒宇宙への新しい窓

何が賭けられているのかには、より大きな見方があり、それは平明に述べる価値がある。時折、物理学は単に問いに答えるだけでなく — 窓を開き、我々がそれまで推論することしかできなかった自然の一部を観測させる装置を建設する。LIGO が二つのブラックホールの衝突を初めて感じ取ったとき、それは古い測定を改良したのではない；それは重力波の空を開き、一世紀前の予言は我々が聞くことのできる何かになった。ウェブが最初の銀河群のほうへ振り返ったとき、それは写真を鮮明にしたのではない；それは我々が一度も見たことのない時代に到達し、初期宇宙は推測すべきものではなく眺めるべき場所になった。

暗黒物質は、そのような窓の向こう側になお残る宇宙の最後の大きな構成要素である。それがそこにあることは分かっている — 我々が見ることのできるすべてを五対一で上回っている — が、我々はその重力を感じたことしかなく、その実体に触れたことは一度もない。本論文が提案する観測所 KAXIO は、その窓を開くために建設される。カクシオンが実在するなら、KAXIO の一年は暗黒セクターを重力的な風聞から測定された事物へと変えるであろう：既知の質量と既知の声を持つ粒子であり、その二つの指紋 — 窓と単一線の本数 — のうちに、見えない次元の深さを携えている。それはより優れた暗黒物質検出器ではない；それは宇宙の暗いほうの半分に向けられた最初の望遠鏡であり — そして、その前の LIGO やウェブと同様に、そのファーストライトは大胆な予言を立証するか、我々に考え直すことを強いるかのいずれかであろう。いずれにせよ、一世紀のあいだ閉ざされていた扉がついに開かれたままになる。

75.6 客観的な限界

最後にもう一度、正直さを一箇所にまとめる。残存量パイプラインはデッキの名付けられた予想 (表 41) に依拠する — ミスアライメント完全性 (凝縮体が π ロックされた取り分の唯一の飽和者であること)、コンパクト角の質量一意性 (キャップ指数が印を付けた段を選ぶこと)、GG-A10-Cosmos における π ロックされた目標自身の条件 (C-Kaxion-c)、そして角度のインフレーション期のピン止め (C-Kaxion-d) であり、単一パッチの歴史はこれに依拠する — これらは入り込むところではどこでも旗を立てられ、マスター台帳に記載されている；ベンチマークの絶対的な配置は較正 (O14)

であり、窓は梯子のアンザッツのもとでのその残差である；本数は親論文群の五つの登録された露出に対して導出条件付きであり、そのいずれの質量も計算されていない；固定された f_K における線の $\pm 1.3\%$ と結合の $\pm 5.5\%$ は標準模型側のものであり、議論によってではなく格子 QCD によって縮む。スピン・ポートは一つも準備されていない：この f_K における計算済みの KSVZ 級シート上では、到達可能な標的を持つものはない。変調の大きさは標準ハローの特性であり、モデル準位で引用されている。そして構成全体は、その基礎が別の場所で論じられる二十二本の論文からなる演繹的構造の内側に立っている：憲法を拒否する読者は本論文に何も負わない — ただし、反証子は公理をどう思うかにかかわらず配当を支払うのだから、一週間の張り込み時間だけは負う、と我々は論じたい。以上が我々の見るところの限界である；第 XIV 部は読者が提起するであろうより鋭い版に答える。

75.7 我々が突き止めることがなぜ重要なのか

答えが好奇心の満足を超えてなぜ重要なのかを述べて終えるのは価値がある — 賭けられているのは、まったく文字通り、我々自身だからである。ビッグバン後の最初の一億年、通常物質は滑らかすぎ、また光に打たれすぎていて、何かに集まることができなかった。最初の構造を引き寄せたのは — 最初の星々が点火し、我々を作っている炭素と酸素を鍛えるのに十分早く — 暗黒物質の忍耐強く目に見えない重力であり、それはあらゆる銀河、あらゆる星、あらゆる惑星が後に築かれる足場であった。それを取り除けば、宇宙は特徴のない霧のままである：銀河もなく、太陽もなく、世界もなく、そのいずれについて不思議に思う者もない。暗黒物質は宇宙の台帳の縁にある好奇の対象ではない。それは、そもそも構造が存在する理由であり、したがってここに問いを立てる者が存在する理由である。それが何でできているかを学ぶことは、我々自身の存在の起源について何かを学ぶことである。カクシオンが実在するなら、我々を可能にしたまさにその素材が、ずっとかすかに唸り続けてきたことになる — 我々がいまようやく聴き方を学んだ、単一の純粋な音である。その音を捕らえることは、あらゆる問いのうち最も古い問い — 宇宙は何でできているのか — への答えを、ついに聞くことであり、それとともに、問いを立てる者がどのようにして存在するに至ったかの物語の一部を聞くことである。

75.8 個人的な覚え書き

論文はその著者が何を期待しているかを率直に述べるのが稀であるから、ここで述べておく。私はカクシオンが存在するかどうかを知らない。私が知っているのは、九十年を経た暗黒物質の問いが、決着を強制できる答えに値するという、そして機械がキルしうる数値を書き下すことこそ物理学が最も尊重する誠実さであるということである。本論文のすべての数値は、それを判定することになる実験より前に確定された；その発見をシミュレートするスクリプトは求める者すべてに公開されている；それを見つづける、あるいはキルしうる計画には名前が与えられており、その日程は彼ら自身が定めるものである。もしその音が鳴っているのなら、それは宇宙の最初のマイクロ秒から鳴り続けてきたのであり、功績はそこに腰を据える実験家たちのものとなる。もしそうでないなら、本論文は理論が失敗しうる最も有用な仕方ですべて失敗したことになる：速やかに、明快に、そして公然と。いずれの結末に対しても、これ以上を望むことはできない。

九十年のあいだ、問いはどこを見るかであった；ここから先は、いつ聴くかだけである。周波数が賭けであり、空洞が卓である — そしてその音は、もしそれが実在するならば、宇宙の最初のマイクロ秒から、いまや我々が諳んじている音高で鳴り続けている。

第 XIII 部 技術付録

七つのブロックからなる大学院の機械室 — 参照辞書とコホート横断の命名法、概念的な導入路（プライマーと六つの基礎的問い）、あらゆる主要な数値の背後にあるゼロからの導出講義、検出と KAXIO の講義、登録簿・監査・昇格ロードマップ、そして撤回された読みの記録、最後に記法をもって閉じる

これらの付録の読み方 — 新入の大学院生への覚え書き。本部は、物理学または天文学の大学院一年ないし二年の講義の水準で、それ自体として読めるように書かれており、新参加者が本論文のすべての主要な数値をゼロから再構成できるようにしてある。全体は七つのブロックに編成されている：

- **ブロック A** — 参照辞書。略号、記号集、コホート全体の命名規約、そして導出されたすべての量を、それが証明されている場所への参照とともに一覧する一括表。
- **ブロック B** — 概念的な導入路。形式論に先立つ考え方：一段落ずつの四つのプライマー、続いて読者が実際に問う問いに答える六問の基礎的小論。
- **ブロック C** — 導出講義。機械室 — 七つの講義であり、そのそれぞれが一つの結果（二形式からの擬スカラー、アトラクターにおける GFF ヘッセ行列、 $8.1\mu\text{eV}$ の質量と光子結合、バリオンの台帳項目、キャップ指数 $\Xi_{\text{cap}} = 43$ 、ミスアライメント残存量、そして π でロックされた目録）を取り上げ、それを一段階ずつ導出し、最後にカクシオンの数値を代入する。撤回された二重項の分裂とチャンネル比を導出していた素材は、付録 F に保管記録として残してあり、その場でその旨を明示してある。
- **ブロック D** — 検出と KAXIO 装置。第 VII–X 部の背後にある、ハロスコープ、伝達関数、整合フィルター、装置感度、誤差収支の各講義。
- **ブロック E** — 登録簿、監査、ロードマップ。帳簿付け：端から端までのベンチマーク監査、反証子の登録簿、論文横断の継承表、定理と予想の一覧、そして未解決項目の昇格ロードマップ。
- **付録 F** — 記録。以前の改訂が担い、本改訂が担わない読み — 二重項、スピンプート装置を伴うチャンネル比、二重ロックのシミュレーション — を、その撤回の理由とともに一箇所に集めたもの。
- **ブロック G** — 記法。全体を通じて用いられる記号と対象の規約。

推奨される読み筋。考え方を求める読者はブロック B を読んでそこで止めればよい；暗黒物質の物理を求める読者は質量の講義（付録 C.3）から始めてブロック C を順に読み進めればよい；幾何を求める読者は双対化の講義（付録 C.1）から始めればよい；実験家はブロック D を読めばよい。

この素材を一冊分の長さで展開する標準的な大学院向け教科書は、各講義の冒頭でその都度引用する：場の理論と幾何の背景については Nakahara (2003); Peskin & Schroeder (1995); Weinberg (1996);

アクションの宇宙論とモデル構築については Grilli di Cortona et al. (2016); Kim & Carosi (2010); Marsh (2016); そして宇宙論的背景については Dodelson & Schmidt (2020); Kolb & Turner (1990)。

A 参照辞書

本ブロックは本論文の参照デスクである: 全体を通じて用いられる略号と記号、任意の項目をその出身論文の外部から引用できるようにするプログラム全体の命名規約、そして導出されたすべての量を、それを証明する講義とともに列挙する単一の表である。読者はいつでもここに戻り、記号を読み解き、あるいは導出の在り処を突き止めることができる。

A.1 略号一覧

本付録は、本論文で用いられる略号を集めたものである。プログラムが定義する名称はすべてサンセリフ体で組んである (GG-Theory, GG-Constitution, GG-6, BI-6, OGN-5, GU-5, GDOS, GRIP, GGA, ...) ので、どの用語が GG-Theory プログラムに属するかを読者は一目で見取ることができる; より広い文献から取り入れた標準的な物理の略号 (QCD, DFSZ, WIMP, ...) は、物理文献の慣例に従って、飾りのない大文字ローマン体で組んである。第三列は一次出典を与える — すなわち、当該用語が導入される Arisaka-GG シリーズの論文、あるいは「本論文」である。図 21 は、プログラムが定義する名称が枠組みからカクシオンに至るまでどのように入れ子になっているかを示す。

表 36: 略号一覧。プログラムが定義する名称はサンセリフ体; 標準的な物理の略号は飾りのない大文字ローマン体である。この組版上の規約は、本プログラムが定義する用語と本プログラムが借用した用語とを見分ける最も手早い方法であり、両者が同じ文の中に現れる節において最も重要となる。第三列は各定義を所有する論文を指し示すので、なじみのない用語は、コホートを探し回るのではなく一手でその出典まで辿ることができる。

記号	意味	一次出典
枠組みの名称とプログラムの中核対象		
GG-Theory	Grand Geometric Theory: 本論文がその暗黒物質項目にあたる統一プログラム	GG-A1-Constitution, 第 I 部
GG-Constitution	憲法たる憲章: 四つの公理 (AX-1-AX-4) と七つの要請 (POS-1-POS-7)	GG-A1-Constitution
GG-6	六次元における幾何-ゲージ・ロッキング: 6D バルク $\mathcal{M}_6 = \mathcal{M}_4 \times I_r \times S_\theta^1$	GG-A2-GG6
BI-6	6D におけるグリーン-シュワルツ修正ピアンキ恒等式 (二形式 B_2 を強制し; トレース比 $2/5$ を固定する)	GG-A3-BI6
OGN-5	導出されるあらゆる数値の背後にある五整数の台帳 $(M, N, L; J, K) = (1, 3, 5; 7, 35)$	GG-A2-GG6, GG-A3-BI6
GU-5	Geometric Universal Five Constants: バルクの幾何から再構成される $\{c, G_N, \hbar, k_B, Q_B\}$	GG-A4-Euclid
GDOS	Geometric Dynamics of Open Systems: 6D バルクから 4D 境界への射影則	GG-A5-GDOS

次頁に続く

表 36 前頁からの続き

記号	意味	一次出典
カクシオン	本論文が冷たい暗黒物質と同定する境界コンパクト角の擬スカラー	本論文
公理と要請		
LC	AX-1 局所性と因果性	GG-A1-Constitution
GGEP	AX-2 幾何-ゲージ等価原理	GG-A1-Constitution
OGGEP	AX-3 操作的／開放的な幾何-ゲージ等価原理	GG-A1-Constitution
MSMF	AX-4 最大対称性・最小自由度（隠れた連続的つまみを持たない）	GG-A1-Constitution
POS-1–POS-7	七つの許容性要請; POS-6 はオッカム・ゲージ正規化（OGN-5 台帳）であり、POS-7 は強い CP 問題の解決をカクシオンに割り当てる	GG-A1-Constitution
ランタイム: GRIP とその構成要素		
Gi-4	幾何不変性の四本柱構造（TGG, CCI, GFF, GRIP）	GG-A6-GRIP
TGG	全幾何-ゲージ対象（Gi-4 の第 I 柱）	GG-A6-GRIP
CCI	共変保存恒等式（Gi-4 の第 II 柱）	GG-A6-GRIP
GFF	幾何的自由エネルギー汎関数、 $F_{\text{GFF}} = F_{\text{GEP}} + F_{\text{CEP}}$ （第 III 柱）	GG-A6-GRIP
GEP	幾何-ゲージ・エネルギー原理（GFF のエネルギー的ブロック）	GG-A6-GRIP
CEP	曲率-エントロピー原理（GFF のエントロピー的ブロック）	GG-A6-GRIP
GRIP	Gauge-Runtime Invariance Pipeline（第 IV 柱）：真空を選び出す降下	GG-A6-GRIP
DGI	動的ゲージ不変性（GRIP の初期段階）	GG-A6-GRIP
GSSB	幾何的自発的対称性の破れ（GRIP の中間段階）	GG-A6-GRIP
GA	幾何的アトラクター（GRIP の安定な終点）	GG-A6-GRIP
GGA	基底幾何的アトラクター: 唯一の最も深い GA であり、カクシオンが占める真空	GG-A6-GRIP, GG-A11-Origin
GRIP-In, GRIP-Out	ランタイムの、ランドスケープ固定（GGA への降下）およびランドスケープ再編成のレジーム	GG-A6-GRIP
Qi-4	量子情報の四本柱構造（境界の情報論的側面）	GG-A7-Qi4
QGI	量子幾何的な単一モード調和振動子の読み出し（検出器モデル）	本論文、第 VII–VIII 部
本論文の名前付き結果		
T-Kaxion-1	存在定理: 強制されるコンパクト角の擬スカラー	本論文、第 II 部
T-Kaxion-2	グルーオンのポータル、 $m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$	本論文、第 V 部
T-Kaxion-3	アノマリー比 $E/N = 8/3$ （DFSZ 線上のカクシオン）	本論文、第 V 部
F-Kaxion-1	主反証子（窓が DFSZ 深さで排除されること、誤った位置に確認された線があること、あるいは窓内の線が DFSZ アドレスから外れていること; 第二の線に関する条項が本数の検定である）	本論文、第 VI 部
標準的な物理の略号（飾りのないローマン体、文献の慣例）		
QCD, QED	量子色力学、量子電磁力学	—
EW, GUT, SM	電弱、大統一理論、標準模型	—
SUSY	超対称性	—

次頁に続く

表 36 前頁からの続き

記号	意味	一次出典
Λ CDM	標準宇宙論: 宇宙定数 + 冷たい暗黒物質	—
CMB, BBN, BAO	宇宙マイクロ波背景放射、ビッグバン元素合成、バリオン音響振動	—
WIMP	弱く相互作用する重い粒子	—
ALP	アクシオン様粒子	—
FDM, WDM	ファジー／温かい暗黒物質	—
SIDM	自己相互作用する暗黒物質	—
PBH	原始ブラックホール	—
PQ	ペッチェイ-クイン (機構／対称性)	—
DFSZ, KSVZ	QCD アクシオンの結合に関する二つのベンチマーク模型 (Dine-Fischler-Srednicki-Zhitnitsky; Kim-Shifman-Vainshtein-Zakharov)	—
NMR	核磁気共鳴	—
JPA	ジョセフソン・パラメトリック増幅器	—
SQL	標準量子限界	—
NFW	Navarro-Frenk-White (ハローの密度プロファイル)	—
JWST	ジェイムズ・ウェッブ宇宙望遠鏡	—
ADMX, ADMX-EFR	Axion Dark Matter eXperiment; その Extended Frequency Range 計画	—
HAYSTAC	Haloscope at Yale Sensitive to Axion Cold dark matter	—
CAPP	Center for Axion and Precision Physics (IBS-CAPP)	—
CAST	CERN Axion Solar Telescope	—
DMRadio, MADMAX	集中定数素子型および誘電体ハロスコープの計画	—

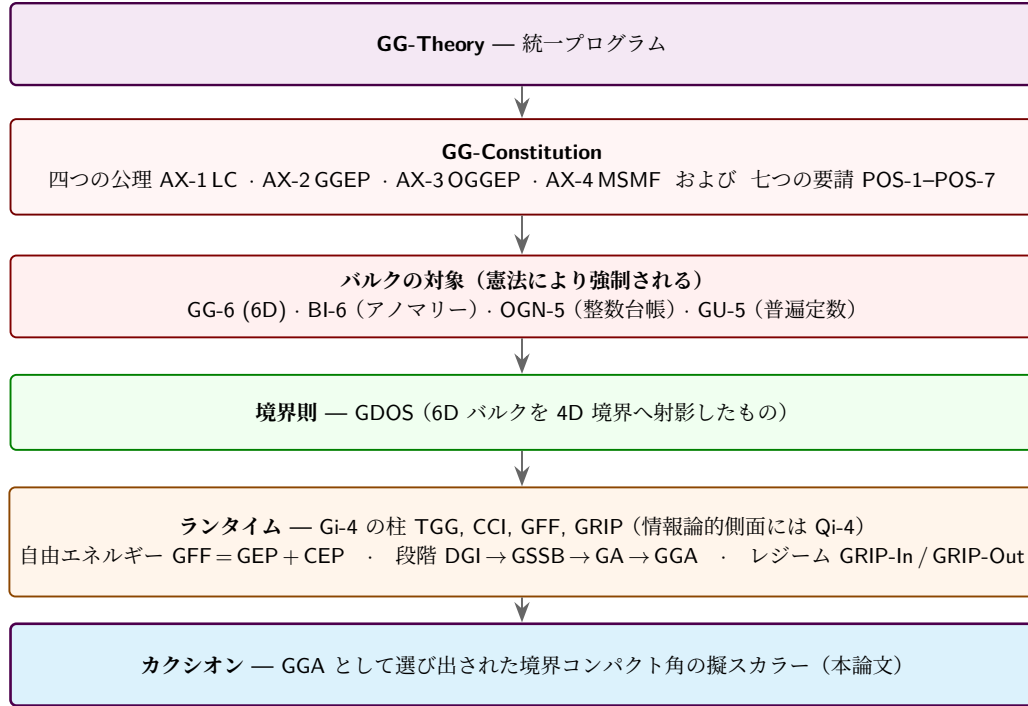


図 21: プログラムが定義する名称の階層。枠組み GG-Theory とその憲章 GG-Constitution (公理 AX-1-AX-4 と要請 POS-1-POS-7) がバルクの対象 GG-6, BI-6, OGN-5 と定数集合 GU-5 を強制する; バルクは境界則 GDOS へ射影される; ランタイム GRIP (自由エネルギー $GFF = GEP + CEP$ と段階 $DGI \rightarrow GSSB \rightarrow GA \rightarrow GGA$ を伴う) が最も深い真空を選び出す — カクシオンである。示されたすべての名称はプログラムが定義するものであり、本論文全体を通じてサンセリフ体で現れる; 本図は表 36 への視覚的な鍵である。

A.2 主要記号の用語集

表 37 は本論文の主要な記号を、その意味と各記号が用いられる節とともにまとめたものである。記号の内部に現れるプログラム定義の名称 (例えば F_{GFF} の添字) は、付録 A.1 のサンセリフ規約に従う。

表 37: 頻出記号の用語集。各記号は一度だけ掲げ、その意味と通常それが現れる文脈を添える。単一の証明の内部にのみ現れる記号は、それらを含めるほど長い用語集は参照するには長すぎるという理由で、意図的に省いてある。記号が本論文ではなくコンパニオン論文で定義されている場合には文脈欄にそう記す。規約は本論文のものではなく当該論文のものだからである。

記号	意味	典型的な文脈
バルクの幾何		
$\mathcal{M}_6 = \mathcal{M}_4 \times I_r \times S_\theta^1$	6 次元バルク: 時空、非空間的なスケール区間、およびコンパクトな位相円	GG-6; 第 II 部
$r \in [0, K]$	スケール (繰り込み) 座標, $r = \ln(E_{GUT}/\mu)$	第 II 部
θ, S_θ^1	コンパクトな位相角とその円 (非空間的な第六次元)	第 II 部
B_2, H_3	グリーン-シュワルツ二形式とその場の強さ	BI-6; 第 II 部
θ_{GS}, θ_W	テンソル影 (H_3 の双対) とウィルソン線ホロノミーの反響	第 II 部

次頁に続く

表 37 前頁からの続き

記号	意味	典型的な文脈
カクシオンとその結合		
a_K	カクシオン場 (軽いコンパクト角の固有状態)	第 II、V 部
m_K	カクシオン質量 ($8.1 \mu\text{eV}$)	第 V 部
f_K	カクシオンの崩壊定数 ($\simeq 7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}$)	第 V 部
ν_K	実験室系の振動数、 1.95 GHz	第 V–VIII 部
$g_{K\gamma\gamma}$	カクシオン–光子結合 (DFSZ 線上)	第 V 部
χ_{QCD}	QCD トポロジカル感受率、 $\chi_{\text{QCD}}^{1/4} = 75.5 \text{ MeV}$	第 V 部
θ_i	初期ミスアライメント角、 $\theta_i \simeq 1.1 \text{ rad}$ (較正されたベンチマークにおける存在量から読み取られる)	第 III 部
N	OGN-5 の第二成分、 $N = 3$; 台帳の恒等式とキャップ和はこれを用いて書かれる	第 II 部
N_c	カラーの三重性、 $\text{SU}(3)_C$ の三つの色 — その成分が数えているもの。第 V 部のアキシオンのカラー・アノマリー係数 $N = 1$ とは別物である	第 II 部
N_g	世代 (族) の数、3。台帳整数ではない	GG-P2-N3
N_f	ベータ関数のクォーク・フレーバー数、高スケールで $N_f = 2N_g = 6$	PDG
Ξ_{cap}	キャップ繰り込み指数 ($\Xi_{\text{cap}} = K + N + L = 43$ 、ベンチマーク)	第 V 部
β	軽い状態と重い状態の対角化の回転角 (規格化を保つ回転、第 V 部)	第 V 部
整数、スケール、宇宙論		
$(M, N, L; J, K)$	OGN-5 台帳、 $= (1, 3, 5; 7, 35)$; $J = 2N + 1$ 、 $K = LJ$	第 II 部
$E/N = 8/3$	電磁–カラー・アノマリー比 ($\text{SU}(5)$ 台帳の定理)	第 V 部
M_{lock}	ロック・クラスター・スケール、 $M_{\text{lock}} = \frac{1}{2} E_{\text{Pl}} e^{-K} \approx 3.85 \text{ TeV}$	GG-A9-SM; GG-P1-KK
$E_{\text{GUT}}, E_{\text{Pl}}, M_{\text{Pl}}$	GUT エネルギー、プランク・エネルギー、プランク質量	第 V 部
$\Omega_m, \Omega_b, \Omega_{\text{DM}}, \Omega_\Lambda$	物質、バリオン、暗黒物質、暗黒エネルギーの密度割合 (π ロックされたもの)	GG-A10-Cosmos; 第 III 部
$F_{\text{GFF}} = F_{\text{GEP}} + F_{\text{CEP}}$	ランタイム自由エネルギー汎関数とその二つのブロック	GG-A6-GRIP; 第 II 部
t_U, τ	宇宙の年齢; カクシオンの寿命 ($\tau \gg t_U$)	第 V 部
退役した量 (撤回された二重項配位の記録として保持されている; 付録 F)		
g_{KBB}	退役した読み出し: 撤回された二重項配位のカクシオン–バリオン結合; 台帳の成分は X_4 の $-2/5$ として残る (第 VI 部)	付録 F
$\Delta\nu/\nu = 1/K$	退役: 撤回された二重項の分裂 (第 VI 部)	付録 F
$\varepsilon = 1/K$	退役: 二つのコンパクト角プロファイルの単一通過の重なりであり、現在の構成には存在しない	付録 F

A.3 コホート横断的な引用のための大域的命名規約

Arisaka (2026, A9-SM) (その付録 C) に従い、Arisaka (2026, A2-GG6) を起点として、GG-Theory プログラムの荷重を担う各項目は *Prefix-Suffix-N* という形の大域的に一意的な識別子を持つ。ここで Prefix は項目の種別を、Suffix は論文を指す。本論文では Suffix は *Kaxion* であり、その族は次のとおりである:

- **T-Kaxion-N** は第 N 定理 (T-Kaxion-1 は強制されたコンパクト角の擬スカラーの存在定理、第 II 部; T-Kaxion-2 はグルーオンのポータル $m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ 、第 V 部; T-Kaxion-3 はカクシオンを DFSZ 線上に置くアノマリー比 $E/N = 8/3$ 、第 V 部)。
- **L-Kaxion-N** は第 N 補題、**C-Kaxion-N** は第 N 系 (デッキの文字付きの **C-Kaxion-b, c, d**、表 41、は柵で囲われた予想であり、番号付きの系と区別しておくために文字を付してある)、**D-Kaxion-N** は第 N 定義、**R-Kaxion-N** は第 N 注意である。
- **P-Kaxion-N** は第 N 予言、**PS-Kaxion-N** は第 N 解決済み問題の項目である (第 72.1 節)。
- **O-Kaxion-N** は第 N 反論 (第 XIV 部)、**I-Kaxion-N** は第 N 構造的革新である (第 72.2 節)。
- **F-Kaxion-N** は第 N 反証子: F-Kaxion-1c (唯一の窓の DFSZ 深さでの排除)、1d (窓の外で確認された線); 1a (パートナー音) と 1b (チャンネル比) は二重項とともに退役し、その識別子は未割り当てのまま保持されている。

二十二編のコホート論文の正準的な Suffix 一覧は次のとおりである: *Constitution* (A1)、*GG6* (A2)、*BI6* (A3)、*Euclid* (A4)、*GDOS* (A5)、*GRIP* (A6)、*Qi4* (A7)、*QM* (A8)、*SM* (A9)、*Cosmos* (A10)、*Origin* (A11)、これに現象論プレプリントの *KK* (P1)、*N3* (P2)、*Electron* (P3)、*Proton* (P6)、基礎論プレプリントの *Real* (P4) と *CPT* (P5)、そして帰結プレプリントの *Kaxion* (C1、本論文)、*Hubble* (C2)、*BH* (C3)、およびホワイトペーパーの *Symmetry* (W1) と *Holonomy* (W2) が加わる。Arisaka (2026, A1-Constitution) の四つの公理 (AX-1... AX-4) と七つの公準 (POS-1... POS-7) は既存のコホート横断的な名称を保つ; 大域的識別子は、同じ項目をその出自の論文の外側から見たものである。

A.4 総括表

表 38 は、本論文が予言または使用するすべての量について、その記号、値、地位 (定理級、ベンチマーク、あるいは予想の柵内)、および本部のうちそれをゼロから導出する講義を示す一括索引である。任意の一つの数値を検算したい読者は、その数値を名指す行から直接機械室に入ることができる。

表 38: 本論文の主要量のすべて: 記号、値、地位、およびそれを証明する導出講義。「T」= 定理級（幾何と標準的な物理によって強制される）; 「B」= データで較正されたベンチマーク; 「A」= アンザッツ（キャップ装填の梯子）; 「C」= 予想の柵内（定理からの名指しの計算が一つ）。

量	記号	値	地位	導出箇所
カクシオン質量	m_K	$8.1 \mu\text{eV} (\pm 1.3\%)$	T (f_K を与えたとき)	付録 C.3
実験室系の振動数	ν_K	1.95 GHz	T (f_K を与えたとき)	付録 C.3
光子結合	$g_{K\gamma\gamma}$	$1.2 \times 10^{-15} \text{ GeV}^{-1}$	T (DFSZ 線; f_K を与えたとき)	付録 C.3
アノマリー比	E/N	8/3	T	付録 C.3
バリオン的な台帳の成分	—	X_4 の $-2/5$	T	付録 C.4
崩壊定数	f_K	$7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}$	較正済み; B	付録 C.6
キャップ指数	Ξ_{cap}	$K + N + L = 43$	C	付録 C.5
離散的な質量の窓	ν_K	[1.59, 2.13] GHz (7 段)	A	付録 C.5
ミスアライメント角	θ_i	$\simeq 1.1 \text{ rad}$	フィットによる (典型的)	付録 C.6
暗黒物質の割合	Ω_{DM}	$1/\pi - 1/(2\pi^2) = 0.2676$	C	付録 C.7
物質の割合	Ω_m	$1/\pi = 0.3183$	C	付録 C.7
バリオンの割合	Ω_b	$1/(2\pi^2) = 0.0507$	C	付録 C.7
寿命	τ_K	$1.7 \times 10^{50} \text{ s}$	T	付録 E.1
ロック・スケール (従兄弟)	M_{lock}	3.85 TeV	T	Arisaka (2026, P1-KK)
退役した量 *				
双子ピークの分裂 (退役)	$\Delta\nu/\nu$	撤回 (第 VI 部)	—	付録 F
チャンネル比 (退役)	P_B/P_γ	撤回 (第 VI 部)	—	付録 F.10

* 退役と記された行は、以前の改訂における撤回された二重項配位に属し、その記録として保持されている; 第 VI 部が撤回と、それらに代わる本数 (T-Kaxion-5、導出条件付き) を述べる。

B 概念的な導入路: 入門と基礎的な問い

いかなる形式論よりも前に、この区画は新参加者が実際に尋ねる問いに答える。四つの入門は主要な事実のそれぞれについて一段落分の直観を与える; 続く六問の基礎的論考は、完全な厳密さで、代数の傍らに物理的描像を置きながら、大学院生がセミナーに持ち込む問いと、懐疑的な同僚がセミナーに持ち込む問いに答える。各入門と各問いは、同じ結果を計量から証明する導出講義を先へと指し示す。

B.1 入門: カクシオンはなぜ単なるもう一つのアクシオンではないのか

1977 年以降のあらゆるアクシオン模型は同じ仕方で始まる: 新たな複素スカラー場が書き下され、対称性を与えられ、その緩和が強い CP 問題を解くように整えられる; その質量と結合は模型が自由に選べる崩壊定数に依存し、それゆえあらゆる排除プロット上のアクシオンの帯は帯となる — 両方向に何桁もの幅を持つ帯である。カクシオンは反対の端から始まる。場は一つも追加されない: GG-A2-GG6 の 6 次元幾何と GG-A3-BI6 のアノマリー恒等式は、その 4 次元双対が擬スカラーそのものであるような二形式をすでに含んでおり、それは誰かが暗黒物質や強い CP について問う以前から理論の中に存在している。次いで憲法はそれ以上何かを発明することを禁じ (MSMF)、この継承された場に強い CP の仕事を割り当て (問題 P7)、その崩壊定数を観測された存在量に対して一度だけ較正し、以後それを固定したまま保つ — したがってアクシオン模型がダイヤルを持つところで、カクシオンは宣言された数を持つ。実際上の違いが本論文のすべてである: 帯は点となり、走査は駐留となり、「アクシオンと無矛盾」は「カクシオンと同定されたか、さもなくば死んだか」となる。厳密な言明は定理 T-Kaxion-1 (定理 8.2) である; 候補ごとの対比は第 IV 部にある。

B.2 入門: なぜちょうど $8.1 \mu\text{eV}$ なのか

三つの数が出会い、そのうち手で設定されるのは一つだけである — 一度きり、しかも宣言されたうえで。第一に崩壊定数: 6 次元バルクのスケールの喉は $K = 35$ の深さを持ち、そのキャップは離散指数 $\Xi_{\text{cap}} = K + N + L = 43$ を担うものとされ、バルクの規格化は、ベンチマークの装填が $f_K \simeq 7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}$ を与えるように宇宙論的な存在量を通じて較正される — 連鎖の中で唯一の連続的な選択であり、そのようなものとして明記されている (第 26.3 節)。第二に、量子色力学が崩壊定数と質量の間の変換率を固定する: カクシオンはグルーオンのトポロジカル電荷に結合するため、厳密な不変式 $m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ が成り立ち、トポロジカル感受率 χ_{QCD} は通常の物質の、測定され格子計算された性質である — $(75.5 \pm 0.5 \text{ MeV})^4$ 、自然自身のダイヤルの目盛りである (付録 C.3)。第三に、宇宙論的な存在量が輪を閉じる: 残存する凝縮体が典型的なミスアライメント角において π ロックされた取り分 $\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/(2\pi^2)$ を満たすことを要求したことがベンチマークを較正したのであり、読み戻される角は 1.1 ラジアンである (第 15.3 節)。 $\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ を f_K で割れば答えは $8.1 \mu\text{eV}$ である — 1.95 GHz のマイクロ波の音であり、整数が張る窓の、印を付けた段の上にある。 f_K を固定すれば、引用される不確かさのすべてのパーセントは標準模型の側のものである; f_K 自身の配置こそが較正である。

B.3 入門: 線が現れた日に何が起こるのか

1.95 GHz に駐留したハロスコープが明日、持続する幅の狭い超過を記録したとしよう。零日目: 標準的な検証が走る — 再同調をまたいで持続するか、磁石を切れば消えるか、環境アンテナには現れないままか。数時間である。一日目: 受信機は、いかなる一般的な信号も答えられない唯一の問いを発する — その線は単独で立っているか。単一モードの空洞は窓の大部分に対して盲目であり (同調したモードは離調した音を数十デシベル抑制する)、それゆえこれは意図的な行為である: サブアレイを分割し、他の段を問いたすのである。柵が許すいずれの場所にもパートナーが現れなければ、それは本数の予言が確認されたということであり、その深さで報告するに値する結果である; 第二の線がそこにあれば、本数は反証され、親の登録されたモードの一つが軽いということになる (第 VI 部) — 線、そのアドレス、そして窓は立ち続け、本数は立たない。続く数週間: 線の形はハローの熱的プロファイルへと鋭くなり、その中心は地球の公転とともに漂い始める — 季節をまたいで数十ヘルツ、恒星日とともに数ヘルツ — いかなる実験室由来のアーティファクトも共有しない運動である。続く数か月: 分割されたサブアレイは窓の問いただしを終え、線は依然として単独のままである。その時点で実験ノートは「アクシオン様粒子」とは記さない; 梯子のアンザッツの下で柵の中に読まれたキャップの装填と、線の周囲の静寂の中に読まれた本数とともに、それはカクシオンと記す。第 IX 部はこの一週間の全体を、すべてのパネルに誤差を印刷したうえでシミュレートする; 第 X 部はそれを一つのプログラムとして走らせる観測所を設計する。

B.4 入門: 窓が排除されたなら、なぜ振動数を単純に調整することができないのか

一度の較正の後には、調整すべきものが何も残っていないからである。通常のアクシオンモデルでは、質量は何桁にもわたる範囲から選ばれた崩壊定数に遡る; 一つの振動数帯を排除しても期待を他所へ移すだけであり、それゆえアクシオンの排除がアクシオンモデルを殺すことは決してない。カクシオンの振動数は一段ずつ、一つの較正されたスケール、五つの整数、そして測定された QCD の数へと遡る: $(M, N, L; J, K) = (1, 3, 5; 7, 35)$ が喉を固定し、梯子のアンザッツの下でキャップ指数を固定する; キャップ指数と較正されたバルクのスケールが七段の窓の内に f_K を固定し、 $\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}/f_K$ が振動数を $[1.59, 2.13]$ GHz の内側に固定する — ベンチマークの行には印が付けられ、論証されている (第 26.3 節)。整数はすでに他所で使い尽くされている: $K = 35$ は GG-P1-KK の TeV ロック・クラスターを定め、台帳は GG-A9-SM において微細構造定数と弱角を定め、 π ロックは GG-A10-Cosmos において宇宙の目録を定める。使い尽くされていないのは唯一の較正されたスケールであり、反証子が囃みつくのはそこである: 掃引されて静寂であった窓 (F-Kaxion-1c)、あるいは他のいずれかの場所を確認された線 (F-Kaxion-1d) は、較正された配置、それを柵で囲う梯子、そして予想 C-Kaxion-d を退役させる — 空振りの後には、カクシオンはピン止めされていない枝の上の $\gtrsim 6$ GHz に負われるか、さもなくば残存物はこの部門のものではない; 他所での線の後には、同じ対象が退役し、その線自身のアドレスが新たな配置となる。いずれも枠組みのキルではなく、本論文はそのようなキルを主張しない (付録 E.2)。

B.5 カクシオンについての六つの基礎的な問い

六つの問いによる拡張チュートリアル。上の四つの入門は、初学者が最初に問う事柄に、それぞれ一段落で答える。本付録は、初学者が次に問う六つの問い — 大学院生がセミナーに持ち込む問いであり、

懐疑的な同僚がセミナーに持ち込む問いである—to、完全な厳密さで、導出と物理的描像を並置しつつ答える。各項は自己完結している; 各項は、同じ結果が計量から証明される機械室付録を指し示す。ここに新しい物理はない: それは本論文自身のシートを、読者が実際に抱く問いのまわりに組み直したものである。

B.5.1 DFSZ 線とは何か、そしてなぜカクシオンはちょうどその上に乗るのか?

QCD アクシオンにとって DFSZ 線とは何であり、それはどのように正確に計算されるのか? なぜカクシオンはちょうどその上に落ちるのか—toそしてそもそもなぜカクシオンは QCD に結びついているのか?

あらゆる QCD アクシオンは、次を通じて二つの光子に結合する。

$$\mathcal{L}_{a\gamma\gamma} = \frac{1}{4} g_{K\gamma\gamma} a F\tilde{F}, \quad g_{K\gamma\gamma} = \frac{\alpha}{2\pi f_K} \left(\frac{E}{N} - 1.92 \right). \quad (\text{B.1})$$

括弧の内側には二つの部分が座っている。ペッチェイ–クイン流のカラー・アノマリーに対する電磁アノマリーの比 E/N はモデル依存の (紫外) 部分である: それはアクシオンの親が担う電荷に依存する。数 1.92 はモデル非依存の (赤外) 部分であり、あらゆる QCD アクシオンに共通である—toそれは軽いクォークを通じたアクシオンと π^0 および η との混合から来るもので、カイラル摂動論はこれを次々主要次数で 1.92(4) に固定する (Grilli di Cortona et al., 2016) (主要次数の値 $\frac{2}{3}\frac{4+z}{1+z} \approx 2.0$, ここで $z = m_u/m_d$, が NLO 補正によって下方にずれたもの)。

なぜ QCD アクシオンは点ではなく線なのか。 質量もまた $1/f_K$ によって定まるので、

$$m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}, \quad \chi_{\text{QCD}}^{1/4} \simeq 75.5 \text{ MeV (lattice (Borsanyi et al., 2016))}, \quad (\text{B.2})$$

崩壊定数を消去して、結合を質量のみの関数として書くことができる。

$$g_{K\gamma\gamma} = \frac{\alpha m_K}{2\pi\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}} \left(\frac{E}{N} - 1.92 \right). \quad (\text{B.3})$$

$(m_K, g_{K\gamma\gamma})$ 平面において、これは対数傾きが 1 の直線であり、その高さはもっぱら E/N によって固定される。二つの標準的なベンチマークは KSVZ ($E/N = 0$ なので $|E/N - 1.92| = 1.92$) と DFSZ ($E/N = 8/3$ なので $|8/3 - 1.92| = 0.747$) である。DFSZ 線とは $E/N = 8/3$ の軌跡である; それは KSVZ より $1.92/0.747 \approx 2.6$ 倍だけ下に位置する—toより微かであり、したがって実験的に最も困難な標的である。その微かさは部分的な相殺による: $8/3 = 2.667$ は赤外の値 1.92 に近く、紫外の寄与とパイオン混合の寄与とがほぼ差し引き合うのである。

線を正確に計算する。 三つの入力があり、そのそれぞれが制御された誤差を伴う。(i) 質量アンカー: 格子 QCD から得られる零温度のトポロジカル感受率 $\chi_{\text{QCD}}^{1/4} = 75.5(5) \text{ MeV}$ であり、これはトポロジカル電荷のゆらぎ $\langle Q^2 \rangle/V$ から計算され、 $m_K = 5.70(7) \mu\text{eV} (10^{12} \text{ GeV}/f_K)$ を与える。(ii) NLO カイラル摂動論から得られる赤外結合 1.92(4) であり、その誤差は軽いクォークの質量比が支配する。(iii) E/N 、すなわちモデルによって固定される有理数 (ここでは $8/3$)。 $m_K = 8.1 \mu\text{eV}$ で評価し、し

たがって $f_K = 10^{12} \text{ GeV} \times (5.70/8.1) = 7.0 \times 10^{11} \text{ GeV}$ とすると、

$$g_{K\gamma\gamma}^{\text{DFSZ}} = \frac{\alpha}{2\pi f_K} (0.747) = \frac{(1.16 \times 10^{-3})(0.747)}{7.0 \times 10^{11} \text{ GeV}} \simeq 1.2 \times 10^{-15} \text{ GeV}^{-1}, \quad (\text{B.4})$$

となり、これはまさに本文の値である (第 27 節; 付録 C.3)。 E/N を固定したときの線の高さに対する支配的な不確かさは、1.92 に付く ± 0.04 である: $8/3 - 1.92 = 0.747$ であるため、その誤差は括弧の $\pm 5\%$ に当たる—これが、 f_K を固定したときに本論文が $g_{K\gamma\gamma}$ に $\pm 5.5\%$ を掲げる理由であり、カイラル括弧が支配的なのである。幾何は f_K を固定したとき連続的な誤差を寄与しない; それが寄与するのは f_K 自身の較正された配置と、その周りの離散的な窓である。

なぜカクシオンはちょうどその上に落ちるのか。 「DFSZ 線」は「 $E/N = 8/3$ 」の略記であり、GG-6 は $E/N = 8/3$ を強制する。その値は完全な一世代の—等価的には $\text{SU}(5)$ 多重項 $(\bar{5} + 10)$ の—アノマリー比であり、よく知られているとおり、DFSZ の二ヒッグス二重項の値 (世代普遍であり $\tan \beta$ に依らない) であると同時に、大統一の値でもある。DFSZ においてこれはモデル構築上の選択である; GG-6 においては、境界フェルミオン内容と BI-6 アノマリー台帳が標準模型の電荷を $\text{SU}(5)$ 構造の帳簿づけに埋め込む (GG-A9-SM) ため、電磁アノマリーとカラー・アノマリーの比は自由度なく $8/3$ となり、それは強制される (第 27 節では純粋な群論として評価される)。同じ E/N 、同じ線である。カクシオンは DFSZ ベンチマークへと調整されているのではない; 大統一アクシオンがそうするのと同じ理由で $8/3$ を再現するのである。

そもそもなぜ QCD に結びついているのか。 論理的に別個の二つの事実が、順に続く。第一に、それはグルーオンに結合しなければならない。憲法は強い CP が解かれることを要求する (GG-A1-Constitution P7)。周期的な擬スカラーが $\bar{\theta}_{\text{QCD}} \rightarrow 0$ を駆動する唯一の道は、グルーオンのトポロジカル密度 $G\tilde{G}$ に結合することである—ペッチェイ-クイン機構である。グリーン-シュワルツ二形式が双対化されて境界へ降りるとき、BI-6 台帳はカラー項を担うので、コンパクト角の擬スカラーは単位カラー・アノマリー ($N = 1$, $N_{\text{DW}} = 1$; 付録 C.3) を伴う $G\tilde{G}$ 結合を受け継ぐ。第二に、その質量を定めるのは QCD である。いったん $G\tilde{G}$ に結合すれば、QCD インスタントンがそのポテンシャルを傾け、その傾きの曲率が感受率である: $m_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}/f_K$ 。幾何は f_K を供給する; QCD は $\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ を供給する。

一行での描像。 コンパクトな非空間的角度はダイヤルである; QCD 真空角を打ち消すためには、それは θ_{QCD} が零へと滑っていくつまみでなければならない、したがってグルーオンにボルト留めされている; グルーオンにボルト留めされたものは何であれインスタントンの傾きから質量を得る、 $m \sim \sqrt{\chi}/f$ である; そしてその光への輝きは、避けがたい赤外部分 (-1.92 、借用された π^0 結合) に加えて、GG-6 が大統一の $8/3$ に固定する紫外部分 E/N を担う。「カクシオンは DFSZ 線、すなわちこの分野で最も困難な標的の上に乗っている」とは、こうして光子結合の上に投じられた大統一の影であり、その下で QCD が質量を固定して支えているのである。

B.5.2 なぜカクシオンはバリオンのな台帳項を担うのか、そして 5:2 読み出しはどうなったのか?

[一部アーカイブ済み。以下の台帳の導出—バリオン数がゲージ化されていること、ロックされたベクトル $(1, -1, -\frac{2}{5}, -\frac{2}{5})$ 、 $2/5$ のトレース比—は有効である。その最終段階、すなわちこの項を軽い

チャンネルの結合比 $g_{KBB}:g_{K\gamma\gamma} = 5:2$ として読むことは撤回された: $U(1)_B$ を終端させる境界条件は M_{lock} 以下にバリオンのチャンネルを残さず (第 VI 部)、この項の実験室スケールでの帰結はその不在である。]

QCD/PQ アクシオンとは異なり、そもそもなぜカクシオンはバリオンのな台帳項を担うのか? そして 5:2 読み出しはどうなったのか?

違いは上流、すなわちゲージ群にある。GG-6 のバルク群は次であることを強制される。

$$G_{\text{Bulk}} = \text{Spin}(1, 5) \times \text{SU}(5) \times U(1)_B \times U(1)_{Qi}, \quad (\text{B.5})$$

そして決定的な因子は $U(1)_B$ である: バリオン数はゲージ化されており、大域的ではない。これは偶然の大域対称性を禁じる公準によって強制される—観測される陽子の安定性 ($\tau_p > 10^{34}$ yr) は局所対称性によって守られねばならず、 B をゲージ化することはあらゆる陽子崩壊演算子を端的に禁じる (X, Y ボソンが $p \rightarrow e^+ \pi^0$ を駆動する通常の $\text{SU}(5)$ を殺す病を治す)。

なぜカクシオンはそれを受け継ぐのか。 グリーン-シュワルツ二形式はアノマリーを打ち消すために存在し、それは全体のアノマリー多項式に結合することによってなされる。

$$S_{\text{GS}} = \int_{\mathcal{M}_6} B_2 \wedge X_4, \quad X_4 \text{ ロックされた係数ベクトルを伴う } (1, -1, -\frac{2}{5}, -\frac{2}{5}) \quad (\text{B.6})$$

すなわち (gravity, $\text{SU}(5)$, $U(1)_B$, $U(1)_{Qi}$) の上である。カクシオンは B_2 の境界双対であるから、 B_2 が語りかけるあらゆる因子への結合を受け継ぐ—ゲージ化された $U(1)_B$ を含めて。それがバリオンのポータル $\frac{c_B}{4} a_K F_B \tilde{F}_B$ であり、 c_B は台帳レベルの係数である (付録 C.4)。QCD/PQ アクシオンは、バリオン数が偶然の大域対称性であるような理論に住んでおり、したがってアクシオンがアノマリーを持つ相手となるバリオン・ゲージ場は存在しない; 標準的なアクシオンは軽いクォーク部門を通じてモデル依存の核子結合を持つが、ロックされたゲージ・ポータルは持たない。

なぜちょうど 5:2 なのか: トレース・ノルム比。 $\text{SU}(5)$ の基本表現において、ハイパーチャージ生成子とバリオン生成子は

$$Y_0 = \text{diag}\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \quad B_0 = \text{diag}\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, 0\right); \quad (\text{B.7})$$

であり、バリオン数は三つの色付き (クォーク) 成分にのみ宿り、ハイパーチャージは五つすべてに宿る。両者のトレース・ノルム比は二行の計算である。

$$\frac{\text{Tr}(B_0^2)}{\text{Tr}(Y_0^2)} = \frac{3 \times (1/3)^2}{3 \times (1/3)^2 + 2 \times (1/2)^2} = \frac{1/3}{5/6} = \frac{2}{5} = \frac{L-N}{L}, \quad (\text{B.8})$$

ここで台帳整数は $L = 5$ ($\text{SU}(5)$) と $N = 3$ (カラー) であり、したがって $L - N = 2$ である (これは本文の式 (6.17) である)。これにより係数ベクトルの二つのアーベル成分が大きさ $2/5$ に固定される。

正直に囲い込む。 $2/5$ のトレース比はアノマリー／ゲージのレベルで定理級に厳密である (第 27 節); その上に築かれた 5:2 読み出しは、終端された $U(1)_B$ が凝縮体の駆動しうる軽いベクトルを残

さないため、撤回された（第 VI 部）。カイラルのレベルで生き残るのは第 VIII 部の核子スピンおよび電子スピンのシートであり、それは計算済みであって、この f_K では到達不能である。

一行での描像。 B_2 を理論のアノマリー簿記係と考えよ：あらゆるゲージ因子は固定された重みで自らの曲率を台帳に書き込み、そして GG-6 はバリオン数をゲージ化する（陽子を運によってではなく法によって安定に保つために）ため、 $U(1)_B$ はその項の一つである。カクシオンは簿記係の位相であるから、台帳のレベルでは台帳が記録するものすべてに語りかける—だがバリオンの項は M_{lock} 以下にチャンネルを開かないので、実験室のエネルギーではその会話は沈黙している。（初期の改訂は、源／応答の反転によってこの項を「微かに書かれ、大きく読まれる」と読んでいた；それは誤りであり—双対化は係数ベクトルを保つので、台帳比は源についても応答についても 2:5 である—その記録は付録 F にある。本段落に続く記述は、その反転がどこで入り込んだかを標すためにのみ保持されている：微かな項は双対場によって大きく読まれるのであり、それゆえバリオン数は—2 として書かれ、5 として読まれ—カクシオンが光子にささやきかける一方で叫びかけるチャンネルであろう、と言われていた。そうではない：項は 2/5 として書かれ 2/5 として読まれるのであり、 M_{lock} 以下ではまったく読まれない。）

B.5.3 キャップ指数 Ξ_{cap} とは何か、そしてなぜそれは $K + N + L = 43$ なのか？

Ξ_{cap} とは、物理的に何か？ なぜそれは $K + N + L = 43$ であると期待されるのか—そしてそれは手で足し合わせた三つの整数にすぎないのではないか？

Ξ_{cap} は質量導出の全体において本論文が定理ではなく予想として囲い込む唯一の数であるから、ここで問い詰めるのは正当である（第 26.3 節）。現実の、恣意的でない骨組みが存在し、恣意性はちょうど一つの未評価の積分に閉じ込められている。層を分けて考える。

Ξ_{cap} とは何か。 新しいパラメータではない—アンザッツにより、同一の場の二つの規格化を関係づける波動関数繰り込みの整数である。

$$f_K = \frac{f_{\text{bulk}}}{\Xi_{\text{cap}}}, \quad m_K = \frac{\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}}{f_K} \propto \Xi_{\text{cap}}. \quad (\text{B.9})$$

ここで f_{bulk} はバルクの深部におけるグリーン–シュワルツ方向の規格化である； f_K はハロスコープが結合する物理的固有状態の崩壊定数である。 $m_K \propto \Xi_{\text{cap}}$ であるから、それは絶対質量を定める—そして他には何も定めない。決定的なことに、それは線がどこに座るかのみを動かし、結合のシートを動かすことは決してない：DFSZ 深さと台帳の項はスケールに依らない定理である；予想的なのはアドレスだけである。

因子はどこから来るのか—スロートが規格化を定める。 標準計量 $ds_6^2 = e^{-2r}\eta dx^2 + dr^2 + d\theta^2$ 、 $r \in [0, K]$ の上で、テンソルの双対と円のホロノミーとは、著しく非対称な運動項ノルムを獲得する。

$$Z_{\text{GS}} = 2\pi \int_0^K e^{2r} dr = \pi(e^{2K} - 1) \simeq \pi e^{2K}, \quad Z_\theta = 2\pi \int_0^K e^{-2r} dr \simeq \pi, \quad (\text{B.10})$$

両者は $e^{2K} = e^{70} \sim 10^{30}$ だけ異なる (付録 C.1)。標準規格化は各場を $\sqrt{Z}$ で割るので、バルク変数から物理的固有状態への写像は巨大であり、 Ξ_{cap} とはその写像をスロート自身の量子化された単位で表したものである。グリーン-シュワルツ変数は、ワープがその全 K e-フォールドを走り切った後に規格化される; 検出器が読む境界固有状態はスロートの口に座る; アンザッツは両者の間の変換を、整数単位でのスロート深さに、キャップを加えるものを足したものとして読む。

骨組み—一つの導出済みの事実と一つのアンザッツ。 一つの事実は標準計量から導出され、二つは第 26.3 節のアンザッツ (アンザッツ 26.2) であって、そこでそのグレードとともに述べられている:

1. $\Xi_{\text{cap}} \neq 1$: 額面どおりの二つのカイラル・ノルム (B.10) は三十桁ほど異なり、いずれも較正された f_K を再現しないので、境界固有状態はどちらのバルク・ノルムでもない (O14 は未解決)。(これは比が 1 ではないと述べるにとどまる; それは値を定めないし、指数それ自体は Ξ_{cap} について何も証明しない。)
2. $\Xi_{\text{cap}} = K + \Sigma$ 、すなわち加法的整数の形—これがアンザッツである。スロート深さ $K = 35$ はワープの e-フォールド数であり、区間の紫外終端 (「キャップ」) は整数 Σ を寄与すると取られる; 許容されるクラスはオービフォールド・キャップを持たず、 K に等しい量子化されたフラックスも提示されていない。これが荷重を支える段階であり、それはアンザッツである: それが成り立つならば、残差を連続的なつまみではなく整数にするのは、まさにこれである。
3. Σ は残りの台帳整数 $\{N, L, J\} = \{3, 5, 7\}$ の部分集合和であり、キャップは三つのフラックス型のうち高々一対しか宿せない。したがって

$$\begin{aligned} \Sigma \in \{0, 3, 5, 7, 8, 10, 12\} &\Rightarrow \Xi_{\text{cap}} \in \{35, 38, 40, 42, 43, 45, 47\} \\ &\Rightarrow \nu_K = 1.95 (\Xi_{\text{cap}}/43) \in [1.59, 2.13] \text{ GHz}. \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

したがって、アンザッツのもとでは、絶対質量は誤差棒を伴う自由パラメータではない—それは七つの離散値のうちの一つであり (表 11)、ベンチマーク行は残存量の閉包を通じて較正され、他の行はそれに対する比である。離散性はアンザッツから受け継がれたものであって導出されたものではない; アンザッツが成り立つならば、それは実験的に決定的な内容である。

なぜ具体的に 43 なのか—フラックス帳簿づけの議論。 予想の全体は一つの選択に帰着する: どの部分集合 Σ か? ベンチマーク $\Sigma = N + L$ は「三つの手頃な整数を足す」ことではない; それは台帳の紫外/赤外の仕分けであり、これら同じ整数がこのシリーズの他のあらゆる場所でどう機能するかによって示唆されるものである。族射影子フラックス (N) とゲージ階数フラックス (L) は $\text{SU}(5) \rightarrow \text{SM}$ の破れを符号化する—紫外のデータであり、ゲージ対称性が丸ごと保たれている場所、すなわちキャップにおいて (スロートの紫外終端で) 固定される。二進的シーム深さ (J) は赤外のデータである—それは境界において $\alpha^{-1} = 2^J$ と GG-A9-SM のレプトン二進を定めるので、キャップではなく境界で終端する。したがってキャップは二つの紫外フラックスを集め、赤外のものは集めない (式 (26.5)):

$$\Sigma = N + L \quad \Rightarrow \quad \Xi_{\text{cap}} = K + N + L = 35 + 3 + 5 = 43. \quad (\text{B.12})$$

このように読めば、43 とはスロート深さ K に、キャップで終わる二つの対称性の破れのフラックス (N, L) を加えたものであり、シーム・フラックス (J) は理由があって除外されている—これこそ、恣意的な「三つの整数の和」であれば持ち得なかったものである。

柔らかさが本当に残る場所。 三つの継ぎ目は発見的であって証明されておらず、それらが「恣意的」という感覚の正直な在り処である。(1) 選択 $\Sigma = N + L$ は紫外／赤外の物語に依拠している; それを決着させるのはキャップ装荷に対する定義的計算であるが、それは許容されるクラスの上でいまだ定式化されていない (そのクラスはオービフォールド・キャップを持たず、多様体、類、被積分関数のいずれも書き下されていない) —そしてそのような計算が存在して $N + L$ を返す (たとえば $N + J$ ではなく、また $K + \Sigma$ の形でない何かでもなく) まで、この割り当てはフラックス帳簿づけのアンザッツであり、本論文の単一の最も鋭い未解決項目である (第 26.4 節)。(2) 「三つのフラックス型のうち高々一対」 (これは第八の部分集合 $N + L + J = 15$ を刈り取る) は、キャップに対する余次元の制約として述べられたものであり、最も擁護の薄い段階である。(3) 指数的非対称性の段階は、固有状態がどちらの額面ノルムでもないことを示すにとどまり、値の選択には何も寄与しない—したがって印象的な e^{70} は「なぜ 43 か」に対する目くらましである; 値は純粋な整数の勘定である。

なぜこれは逃げ口上ではなく鋭い予言なのか。 アンザッツのもとで不確かさは七つの周波数のリストであり、独立な二つの方法で処分可能である。理論による: キャップ装荷に対する定義的計算は、ひとたび定式化されれば Σ を返して窓を一点に潰すか、あるいは梯子を退ける。実験による: $\nu_K = 1.95 (\Xi_{\text{cap}}/43)$ GHz であるから、発見周波数は Ξ_{cap} を端的に測る—窓の内側での線の位置が整数の値そのものである (段は ± 25 MHz の線に対して 45–136 MHz 離れて位置するので、 1.8σ しか隔たっていない 42/43 を除き、あらゆる対は分解される; 第 26.3 節)。調整されたパラメータは自らの誤差棒の内側に永遠に隠れる; この整数は、鐘が聞こえたその瞬間にダイヤルから読み取られる。

一行での描像。 Ξ_{cap} とは、バルク規格化と境界固有状態との間の比 f_{bulk}/f_K である; アンザッツはこれを $K + \Sigma$ の形で読み、 Σ は $\{N, L, J\}$ の部分集合和であるから、質量は一度較正された音高のまわりの七つの離散周波数のうちの一つである; そして $43 = K + N + L$ とは、赤外のシーム・フラックスが境界にとどまる一方でキャップが二つの紫外の対称性の破れのフラックスを集めることによって選出される行である—動機づけられ、反証可能なベンチマークであって、その真に未解決な段階は、名指しされた単一のコホモロジー積分だけである。

B.5.4 なぜカクシオン質量はこれほど小さいのか—そしてアクシオンや WIMP には予言できないのに、なぜ GG-6 には予言できるのか?

なぜカクシオン質量は電子のような通常の粒子に比べてこれほど微小なのか? そして QCD/PQ アクシオンや WIMP とは違い、なぜ GG-6 はそれをこれほど正確に予言できるのか?

小ささも予言可能性も、いずれも同じ事実から来る: カクシオンはシフトに守られた零モードであり、その唯一の自由なスケールを GG-6 は一度較正し、宣言し、その後は固定して保つ。

なぜこれほど小さいのか。すべては擬南部–ゴールドストーン関係に依拠する。

$$m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}} \implies m_K = \frac{\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}}{f_K}. \quad (\text{B.13})$$

分子はハドロンのなスケール $\sqrt{\chi_{\text{QCD}}} = (0.0755 \text{ GeV})^2 = 5.7 \times 10^{-3} \text{ GeV}^2$ である; 分母は幾何的で GUT に隣接したスケール $f_K \simeq 7 \times 10^{11} \text{ GeV}$ である。両者の比は

$$m_K = \frac{5.7 \times 10^{-3} \text{ GeV}^2}{7 \times 10^{11} \text{ GeV}} \simeq 8 \times 10^{-15} \text{ GeV} = 8 \mu\text{eV}. \quad (\text{B.14})$$

電子と比較せよ: $v = 246 \text{ GeV}$ と湯川結合 $y_e \simeq 3 \times 10^{-6}$ を伴う $m_e = y_e v / \sqrt{2}$ は 0.511 MeV を与えるので、 $m_e / m_K \sim 6 \times 10^{10}$ である—カクシオンは十一桁だけ軽い。その理由は構造的なものであって、小さな結合ではない。電子は揺らぎである: 荷電フェルミオンは電弱対称性が破れた瞬間に質量項 $m_e \bar{e}e$ を許し、それを作るには弱スケールのエネルギーがかかる。カクシオンはダイヤルの位置である—コンパクト角の零モードである。ダイヤル全体を回すことはシフト対称性であるから、その質量は摂動論のあらゆる次数で禁じられる; トポロジーがシフト対称性を破るまでそれは厳密に質量ゼロであり、それを破る唯一のものは QCD インスタントンであって、「指数的に抑制された硬貨で支払う」(第 9.6 節)。その微弱な傾き $\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ は、巨大な場の範囲 f_K にわたって分け合われる。軽さはシーソーである: 大きな自発的破れのスケールで割った小さな明示的破れのスケール、 $m \sim \Lambda^2 / f$ である; f_K が大きいほど、そのボソンは軽い。

なぜこれほど正確なのか — そしてなぜアクシオンと WIMP にはそれができないのか。質量を $m_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}} / f_K$ と書き、 $f_K = f_{\text{bulk}} / \Xi_{\text{cap}}$ において、各因子がどこから来るかを見る。感受率 $\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ は格子 QCD である ($\chi^{1/4} = 75.5(5) \text{ MeV}$) — f_K を固定したときの線上の $\pm 1.3\%$ はその全体がここに由来する; $\chi(T)$ 、 $g_*(T)$ の輸送は閉包角に入るのであって、質量には入らない。幾何学的因子のうち、 $\Xi_{\text{cap}} = 43$ はベンチマークの整数であり、連続的な誤差を一切もたない — その残差は離散的な梯子であって、パーセントではない。バルク・スケール f_{bulk} は種類が異なり、その違いをばかしてはならない: それは整数ではなく連続的な規格化であり、本論文はそれを計算しない; それはベンチマーク行における存在量の閉包を通じて較正される (第 36.2 節) ので、ベンチマークの絶対的な位置づけは較正であって予言ではない。真であり、かつ要点であるのは、この連鎖の中のどの連続量も自由なまま残されてはいないということである: 較正された唯一のスケールはそのようなものとして宣言され、それ以降のすべては算術である。だからこそ、線はベンチマーク行において $8.1 \mu\text{eV}$ 、 $\pm 1.3\%$ の精度で印字され、窓は幾何の残差として与えられる。

さて、対比である。QCD/PQ アクシオンでは関係式 $m_a = \sqrt{\chi} / f_a$ は同じく精密である — QCD は誰にとっても QCD である — が、 f_a は自由な紫外パラメータであって、アクシオン窓 $10^9\text{--}10^{17} \text{ GeV}$ の全域にわたって制約されず、それゆえ質量は八桁にわたって未知である: 理論は線を予言するのであって点を予言せず、まさにそれこそが、この分野が数十年を走査に費やしてきた理由である。GG-6 の前進は、アクシオン計画が自由なまま残す唯一の数 $f_K = f_{\text{bulk}} / \Xi_{\text{cap}}$ を、一度較正されたバルク・スケールと整数の梯子に結びつけたことである; 較正を与えれば、同じ精密な QCD の関係式は帯を七段の窓 (第 B.5.3 節) へと縮め、そのうち一段に印が付く。WIMP はさらに分が悪い: それは鋭い質量をまったくもたない。「WIMP の奇跡」はスケールの緩やかな偶然の一致であり — 弱スケールの対消滅断面積がおおよそ正しい残存密度を与える — 断面積と質量の積の組み合わせだけを固定し

て質量を GeV から ~ 100 TeV までのどこにでも残し、しかも LHC が発見していない新たな弱スケールの物理 (SUSY) を要求する。したがって三つの場合は次のように並ぶ: WIMP は公式をもたないスケールの偶然の一致; QCD アクシオンは自由なスケールを一つもつ厳密な公式 (ゆえに帯); カクシオンはそのスケールが一度較正された厳密な公式 (ゆえに印を付けた段をもつ窓)。

一行での描像。 重いはずみ車 (六次元幾何、スケールは $10^{12}\text{--}10^{16}$ GeV) の縁に摩擦のないダイヤルが付いていると想像せよ。ダイヤルを回すのに代価はかからない — シフト対称性である — ので、その固有振動数はゼロになるはずである; QCD インスタントンが刻んだかすかな刻み目だけが復元力を与え、その刻み目は巨大な円周 f_K にわたって広げられているため、音程は μeV のささやきとなる。通常の粒子ははずみ車の中のさざ波であり、はずみ車自身の巨大な振動数で鳴る; カクシオンはダイヤルの回転であり、十一桁低く鳴る。そしてそれが予言可能であるのは、音程が (刻み目の深さ) / (円周) だからである: QCD は刻み目を一パーセントの精度で測り、GG-6 は — これまでのあらゆるアクシオン理論とは違って — 円周を、一度較正されたスケールとスロートの整数の数え上げ、すなわち梯子アンザッツから読み取る。

B.5.5 なぜ宇宙の目録は π にロックされるのか、そして偶然の一致問題はどうなるのか。

なぜ宇宙の割合はこれほど精密に与えられるのか — $\Omega_m = 1/\pi$, $\Omega_b = 1/(2\pi^2)$, $\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/(2\pi^2)$ と。そして「なぜ今なのか」: 宇宙の偶然の一致問題はどうなるのか。

本論文自身の格付けによれば、これらは計画の中で最も弱い項目である — 「 π/e 割合」の行であり、 $\alpha^{-1} = 2^J$ のような剛直な整数ロックとは対照的に、決定的というよりは示唆的であると明示的に印を付けられている (表 2)。以下が本当の導出であり、予想に依拠する箇所には印を付け、偶然の一致は正直に述べる。

何が主張され、それがどれほどうまくいくか。 現在の時代の割合は

$$\Omega_m = \frac{1}{\pi} = 0.3183, \quad \Omega_b = \frac{1}{2\pi^2} = 0.0507, \quad \Omega_{\text{DM}} = \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2\pi^2} = 0.2676, \quad \Omega_\Lambda = 1 - \frac{1}{\pi} = 0.6817, \quad (\text{B.15})$$

であり、Planck の 0.315, 0.0493, 0.265, 0.685 に対して、どのスライスも $\sim 3\%$ 以内に収まる (式 (15.1))。GG-A10-Cosmos においてこれは条件付き定理であり、その条件は名指しされた未解決のもの一つである: 同論文が予想 VIII として掲げる閉パケット予想、すなわちその補題 VIII のホップ・ファイバー同定であり、T-Cosmos-17 がその条件付き定理である (本論文のデッキでは C-Kaxion-c)。その形は導出条件付きであって、断定されたものでも、当てはめられたものでもない — 整数と幾何は、宇宙論に一切言及しない理由によって上流で固定されていた。

導出: 一つのホップ・ファイバー化された 3 球面。 エンジン OGGE/GDOS である: 四次元世界は六次元バルクの法則的な射影であり、宇宙の収支はその射影の測度がどう分割されるかである。関係するコンパクトなファイバーはホップ・ファイブレーション $S^1 \hookrightarrow S^3 \rightarrow S^2$ であり、そのとき目録は単位 3 球面とそのホップ片の体積となる。単位球面の体積 $\text{Vol}(S^1) = 2\pi$, $\text{Vol}(S^2) = 4\pi$, $\text{Vol}(S^3) = 2\pi^2$ のもとで、全 (臨界) 密度を S^3 上に一様に広げ、物質をファイバーに、暗黒エネルギー

ギーを底空間に割り当てる:

$$\begin{aligned}\Omega_m &= \frac{\text{Vol}(S^1)}{\text{Vol}(S^3)} = \frac{2\pi}{2\pi^2} = \frac{1}{\pi}, & \Omega_\Lambda &= 1 - \frac{1}{\pi}, \\ \Omega_b &= \frac{1}{\text{Vol}(S^3)} = \frac{1}{2\pi^2} \text{ (baryons = 一つの弧単位)}, & \Omega_{\text{DM}} &= \frac{2\pi - 1}{2\pi^2} = \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2\pi^2}.\end{aligned}\quad (\text{B.16})$$

目録の全体は一つの図から落ちてくる: 物質はホップ・ファイバー S^1 であり、3 球面のうちの割合 $2\pi/2\pi^2 = 1/\pi$ を占める; そのファイバー円に沿って、バリオンは弧の一単位、暗黒物質は残りの $2\pi - 1$ である。二つの「柔軟な記号」 π と $2\pi^2$ は選ばれたものではない — それらは円の円周と 3 球面の体積であり、ホップ射影が利用可能にする唯一の測度である。真に予想的な段階は一つだけであり、それは射影ファイバーがこのホップ S^3 であって、物質 $\rightarrow$ ファイバー、暗黒エネルギー $\rightarrow$ 底空間、バリオン $\rightarrow$ 一単位であるという同定である; そのコホモロジーを決着させれば、 π の形は定理となる。

時間によらないものと、スナップショット。 臨界密度に対する割合は時間依存する: $\Omega_m(z)$ は過去の 1 近傍から未来の 0 へと走るの、「 $\Omega_m = 1/\pi$ 」は現在についての言明であって、自然定数ではない。あらゆる時代で成り立つ部分は — 暗黒物質もバリオンもともに a^{-3} として希釈されるため — 物質内部の比であり、

$$\frac{\Omega_b}{\Omega_m} = \frac{1}{2\pi} \text{ (物質のうちバリオンの分け前)}, \quad \frac{\rho_{\text{DM}}}{\rho_b} = 2\pi - 1 \simeq 5.28, \quad (\text{B.17})$$

いずれも時代に依存せず、いずれも空と一致する (0.156 対 $1/2\pi = 0.159$; 5.37 対 $2\pi - 1 = 5.28$)。これらが頑健な π ロックである: 円周 2π の円の上で、バリオンは弧の一単位を取り、暗黒物質は残りの $2\pi - 1$ を取る。絶対値としての $\Omega_m = 1/\pi$ は今日の分割であり — 偶然の一致はまさにそこに住む。

なぜ今なのか — 解決ではなく、格下げ。 GG-A10-Cosmos は偶然の一致を消し去りはしない; 「なぜ今なのか」を三つの問いへ分解することによって、それを格下げする。形: なぜこの形なのか。幾何によって強制される。これが大きな勝利である — $\Omega_\Lambda = 1 - 1/\pi$ が固定された目録の残余分であるため、宇宙定数の悪名高い 10^{120} の微調整は溶けて消える: もはや小さな数を調整するのではなく、残り物を読むのである。スケール: なぜ絶対的な真空エネルギーは meV 程度なのか。自由な入力ではなく、シーソーの残余である。時代: なぜ我々は $\Omega_m \approx 1/\pi$ であるときに観測しているのか。これは空から読まれる唯一の部分である; $\Omega_m(t)$ は明確な時刻に $1/\pi$ を横切り、宇宙は今日 13.8 Gyr の年齢であるのに対し横切りの時点で 13.8 Gyr であったから、「今」はそれをわずかに ~ 75 Myr — 数パーセント — 過ぎたところに位置する。したがって正直な採点表はこうなる: Λ の 120 桁の微調整は真に取り除かれ (形は強制される)、残るのは穏やかな、数パーセントのタイミングの言明である。本論文はその最後の数パーセントを閉じたとは主張しない; それが微調整からいつについての偶然の一致へと格下げされたことを示すのである。

一行での描像。 エネルギー収支が、射影の自然な閉じた舞台である単位 3 球面の上に一様に塗られている様子を思い描け; その球面はホップ・ファイバー化されており、各点を通る円が 2 球面の上に組織されている。暗黒エネルギーは底空間、物質はファイバーであり — 全体のうちの割合 $2\pi/2\pi^2 = 1/\pi$

— ファイバー円に沿ってバリオンは時計の一目盛り、暗黒物質は残りの $2\pi - 1 \approx 5.3$ であって、これはまさに測定された暗黒対通常の比であり、同じように希釈される二つのものの比であるためあらゆる時代で成り立つ。球面のこれらの取り分は固定された幾何である；臨界密度に対する割合は動くスナップショットである；したがって残る唯一の偶然は穏やかなタイミングのそれである — 我々は、物質のスライスが $1/\pi$ に等しくなる瞬間を数パーセント過ぎたところでダイヤルを読んでいる。

B.5.6 なぜカクシオンは冷たいのか、そしてなぜそれなしには銀河も星も存在しないのか。

なぜカクシオンは冷たい（非相対論的）のか。それはどのようにして銀河と星の初期形成に寄与するのか。そして、それなしには銀河も星も形成されないというのは本当か。

冷たさ、JWST の先行、そして足場の議論は、一つの物語の三つの顔である。

なぜカクシオンは冷たいのか。 三つの事実が積み重なり、それらが合わさって冷たさを定理にする。
(a) それは決して熱的ではない。あらゆる結合は $f_K \sim 7 \times 10^{11}$ GeV で割られるため、カクシオンは熱平衡に達することがない；それは真空のミスアライメントによって作られる。
(b) ミスアライメントはゼロ運動量の凝縮体を作る。初期宇宙において場はハッブル摩擦 ($3H \gg m_K$) によって $\theta_i \simeq 1.1$ に凍結され、地平線を超えるスケールで空間的に一様である；膨張が $3H \simeq m_K$ まで遅くなると ($T \simeq 1$ GeV, $t \simeq 0.3 \mu\text{s}$ で開始)、それは振動する。空間的に一様な振動する場は、ゼロ運動量の量子からなる凝縮体である — 本質的に冷たい。
(c) 厳密にダストの状態方程式。ベッセルの包絡線は $a_K \propto t^{-3/4} \propto R^{-3/2}$ を与えるので、

$$\rho_K = \frac{1}{2} m_K^2 a_K^2 \propto R^{-3}, \quad (\text{B.18})$$

すなわち物質の希釈則そのものが、特殊関数の漸近形として厳密に得られる（第 16 節）。瞬間的な状態方程式は $2\nu_K$ で $+1$ と -1 の間を振れるが、今日の振動周期は $\sim 10^{-8}$ s であるため、宇宙論は平均 $w = 0$ のみを見る — 圧力のないダストである。
(d) 速度は微視的。等密度期における速度分散は $\sim 4 \times 10^{-14}$ である；自由流走長は $\lambda_{\text{fs}} \sim 10^{-6}$ pc、ジーンズ長は $\lambda_J \sim 3 \times 10^{-4}$ pc であり — 温かい暗黒物質が制約を受ける矮小銀河のスケールより九桁および六桁下である；そしてハロー中のド・ブROI波長は $\lambda_{\text{dB}} \simeq 154$ m である。それは構造を一切消さない。その占有数は $\mathcal{N} \sim 2 \times 10^{26}$ である：壮麗なまでに古典的な場である。それは沸き立つ気体ではなく静かな池である — 一つのコヒーレントな、宇宙を満たす振動であり、その中ではあらゆる量子が本質的にゼロの運動量しか担わない。

それが最初の銀河と星を作るのをどう助けるか。 二つの水準がある。必要：冷たさは小スケールのパワーをすべて保存する。温かい暗黒物質は小スケールの構造を自由流走で吹き飛ばす；ファジー暗黒物質は量子圧でそれを消す。カクシオンは $\lambda_{\text{fs}} \sim 10^{-6}$ pc と $\lambda_{\text{dB}} \sim 154$ m をもち、そのどちらも行わず、完全な ΛCDM のスペクトルを保つ。JWST の驚きはより多くの初期構造への要求であり、抑制する候補に不利で冷たいものに有利な、片側の判別子である；カクシオンはそれらの排除限界を十六桁の余裕でぐり抜ける（第 21 節）。十分：終端の後に GG-6 の先行から残るのは三つではなく一つのレバーである — その宇宙論コンパニオンがバリオンの環境について掲げる崩壊閾値の作業値である (1.686 に代えて $\delta_c^{\text{eff}} \simeq 1.43\text{--}1.33$ 、高 ν 側の裾における年代のずれ $\Delta z \sim 2\text{--}3$ であり、そこでは定性的と格付けされ、ここではモデル水準で引用される)。以前の読みがゲージ化された $U(1)_B$ セクターから引き出していた流走速度の減衰と初期パワーの増強は、終端とともに撤回される：端点局在

したクォークがツリー準位で生成しないディリクレ終端されたベクトルは、バリオンに対して何の抗力ももたない（第 21 節）。(正直さの囲い: 冷たさは定理級である; 生き残るレバーは GG-A10-Cosmos の作業値であって、第一原理から厳密なものではない; そして JWST の緊張がバリオンのな系統誤差へと溶けて消えるならば、カクシオンは単に標準的な冷たい Λ CDM の初期構造を预言する — なお有利な側にある。)

カクシオンなしには、銀河も星もないのか。 不可欠なのは冷たい暗黒物質の足場であり、GG-6 の内部でそれであることを許されるのはカクシオンだけである。再結合 ($z \simeq 1100$) より前、バリオンはトムソン散乱によって光子にロックされている; 放射圧がその崩壊を禁じるため、バリオンの摂動は成長せずに振動し (音響ピーク)、小スケールはシルク減衰を受ける。中性で光子から脱結合した暗黒物質は、物質-放射の等密度期 ($z \simeq 3400$) に、妨げられることなく成長を始める。摂動は線形に $\delta \propto a$ として成長し、CMB は再結合時に $\delta \sim 10^{-5}$ を固定する。バリオンだけであれば、再結合になってようやく始まるので、今日には

$$\delta_{\text{today}} \sim 10^{-5} \times (1 + z_{\text{rec}}) \sim 10^{-5} \times 1100 \sim 10^{-2} \ll 1 \quad (\text{B.19})$$

に到達するにとどまり — なお線形である: 崩壊もなく、銀河もなく、永久にそうである。冷たい暗黒物質があれば、ポテンシャルの井戸は再結合の時点ですでに深い (それらは等密度期以来、減衰されずに成長してきた); バリオンはあらかじめ刻まれた井戸へ落ち込み、合わさった摂動は $\delta \sim 1$ — 非線形崩壊 — まで成長し、観測される時代に銀河を作るのに間に合う。したがって観測される初期の豊富な構造は、再結合より前に崩壊する冷たく中性で圧力のない成分、すなわち暗黒物質を要求する。正直な言明は二段からなる: 冷たい暗黒物質がなければ銀河も星もない (教科書的); そして GG-6 の内部では、WIMP、ステライル・ニュートリノ、暗黒光子、原始ブラックホールが禁じられ、許容される唯一の冷たい残存物としてカクシオンが強制されるので、カクシオンがなければ足場もなく、初期の銀河もなく、星もなく、炭素も酸素もなく、我々もない。第一段は堅い; 第二段は反証可能な GG-6 の主張である — だからこそ、カクシオン窓におけるきれいなヌルは、枠組みではなく較正された位置づけとその梯子を退けるのである: そのときカクシオンはピン止めされていない枝の $\gtrsim 6$ GHz に負わされるか、さもなければ残存物はこのセクターのものではなく、第二段はそこで再び試される。

一行での描像。 暗黒物質は川床であり、バリオンは水である: 床が刻まれるまで水は湖へと溜まることができず、放射圧は再結合までバリオンの水を薄く平らに広がらせ続ける; その圧力を免れている暗黒物質は早くから井戸を刻み、再結合の後にガスが流れ込んで最初の星を灯す。川床を取り去れば、水は薄く広がり、宇宙の年齢のうちに銀河へと集まることは決してない。カクシオンは川床に対する GG-6 の名前である — 静かで冷たくコヒーレントな凝縮体であり、最初のマイクロ秒から沈黙のうちに重力的な仕事をなし、百三十億年後の今になってようやく、1.95 GHz で聞き取れるほど静かで、かつ近いのである。

C ゼロからの導出コース

ここは機械室である。以下の各コースは自己完結しており、大学院講義の速度で進められる: 設定を述べ、段階を飛ばさずに代数を運び、結果を枠で囲み、カクシオンの数値は最後にのみ挿入するので、

読者は各見出し量を独立に再構成することができる。コースは幾何（テンソル場がどのようにしてカクシオンになるか、スロートの規格化 Ξ_{cap} がどこから来るか、なぜアトラクターが安定であるか）から始まり、あらゆるアクシオン暗黒物質の論文が依拠する三つの物理の断片（QCD 質量と光子結合、ミスアライメント存在量）を経て、カクシオンに固有の二つの項目（バリオンの台帳項目とキャップ指数 Ξ_{cap} ）へ進み、継承された π ロックの目録で締めくくられる。

C.1 双対化と周期性

なぜ二形式は四次元でスカラーになるのか。 構成全体の下にある構造的な事実は初等的な場の理論であり、初学者のために明快に述べておく価値がある。 d 次元時空において、場の強さ H_{p+1} をもつ p 形式ゲージポテンシャルは $(d-p-2)$ 形式と物理的に等価（「ホッジ双対」）である：運動方程式 $d\star H_{p+1} = 0$ とビアンキ恒等式 $dH_{p+1} = 0$ は、双対の場の強さ $\tilde{H}_{d-p-1} = \star H_{p+1}$ について書き下すのと同じ一対の方程式であって、力学と恒等式の役割が入れ替わっている。四次元では二形式ポテンシャル B_2 は場の強さ H_3 をもち、その双対は $(4-2-2) = 0$ 形式 — 単一のスカラー — である。自由度を数えればそれが確かめられる：4 次元の質量のない二形式は $\binom{d-2}{2} = \binom{2}{2} = 1$ の偏極、ちょうど一つの実スカラーを伝播させる。そのスカラーは、 $\star$ がレヴィー・チヴィタ・テンソルの因子を一つ担うために擬スカラー（パリティ奇）であり、また H_3 のフラックスが量子化されている（後述）ために周期的である。これが、グリーン・シュワルツ二形式をもつあらゆる理論が軽い擬スカラーの「弦アクシオン」を含むことの、模型に依存しない理由である；カクシオンは GG-6 にとってのその擬スカラーである。

簡約。 バルクのテンソル運動項は正準計量 (6.2) の上で、ゼロモードの規格化を $Z = \int_0^K dr \int_0^{2\pi} d\theta e^{-2r} |\psi_0(r)|^2$ として $\int_{\mathcal{M}_6} \sqrt{-G} |H_3|^2 \rightarrow \int_{\mathcal{M}_4} \sqrt{-g} Z |H_3^{(4)}|^2$ と簡約される； Z は f_{GS}^2 を定義し、剛的な幾何の上で有限かつ非ゼロである（どのモジュライもそれをどこかへ動かすことはできない）。境界の双対化は本文の式 (9.1) である。

周期性。 GG-A3-B16 の微分コホモロジーによる精密化は、閉じた三サイクル上で $\oint_{\Sigma_3} H_3 \in 2\pi\mathbb{Z}$ を量子化する。(9.2) の下で、大きな双対変換は a_{GS} を $2\pi f_{\text{GS}}$ だけ巻き、標的空間を円と同定する：テンソルの影は角度であり、本論文を通じてそのように用いられる。ウィルソン・エコーの周期性は (6.4) の大きなゲージ変換に対する不変性である。どちらの周期性もゲージ的な事実であり、それが品質問題への免疫の構造的な根である（第 24 節）。

成分による簡約と、二つの崩壊定数の階層。 ゼロモードの規格化は正準計量の上で陽に示すことができ、その計算 — 場ごとに三行 — は、テンソルの双対と円のホロノミーがなぜ階層的に異なる規格化を担うのかを構造的に説明する。テンソルについて： $G_{\mu\nu} = e^{-2r} \eta_{\mu\nu}$ 、 $G_{rr} = G_{\theta\theta} = 1$ のもとで体積因子は $\sqrt{-G} = e^{-4r}$ であり、一方 $H_{\mu\nu\rho}$ の三つの境界添字を上げるには e^{+6r} を要する；したがって境界方向の運動項は次の重みで簡約される。

$$\int_0^K dr \int_0^{2\pi} d\theta e^{-4r} e^{+6r} = 2\pi \int_0^K e^{+2r} dr = \pi(e^{2K} - 1) \simeq \pi e^{2K}, \quad (\text{C.1})$$

これは赤外優勢で指数的に増強されたノルムである：バルク単位で $f_{\text{GS}}^2 \propto e^{2K}$ となる。ウィルソン線について：関係する成分は $F_{\mu\theta}$ であり、その運動項は $\sqrt{-G} G^{\mu\nu} G^{\theta\theta} = e^{-4r} e^{+2r} = e^{-2r}$ を担い、次

のように簡約される。

$$2\pi \int_0^K e^{-2r} dr = \pi(1 - e^{-2K}) \simeq \pi, \quad (\text{C.2})$$

これは紫外優勢で 1 のオーダーのノルムである：増強なしに $f_\theta \sim M_6$ となる。構造的な結論は二重であり、本文では係数抜きで用いられる：(i) 正準な残余がどちらの崩壊定数を担うかは双対化の規約に依存する： 2π 周期のスカラー $B_{r\theta}$ については崩壊定数は $\sqrt{Z}$ としてスケールし、大きなゲージ変換が単位規格化された二形式の双対については $1/\sqrt{Z}$ としてスケールし、そしてアノマリー・コンパニオンの O14 は、第二の規約で読んだ赤外重み付きのカイラリティが TeV スケール近傍に落ちてこれは排除されること、一方で第一の規約はプランク的なセルとともに超プランク的に落ちることを記録している。どちらの規約も較正された $f_K = 7.1 \times 10^{11}$ GeV を再現しない；したがって $f_K \gg M_{\text{lock}}$ という順序は、この付録が導出するものではない。(ii) 二つのノルムの比は、(C.1) が蓄積する $r = K$ の領域に指数的に敏感であり、それゆえ絶対的な規格化こそが O14 の名指しする、難しくスロートに敏感な量なのであり、また本論文が規格化を直接試みるのではなくベンチマークの装填における存在量の閉包を通じて f_K を較正する理由でもある。その読みの残差は、計算によっては宣言されない絶対スケールの上に載る離散的なもの (Ξ_{cap} の梯子) である； f_K を固定したときの質量の $\pm 1.3\%$ は標準模型からの入力 (χ_{QCD}) である。幾何は二つのノルムの順序を叫び、係数については今のところ沈黙している。

C.2 コンパクト角のアトラクターにおける GFF ヘッシアン

層 (a_K, a_H) の上で関係するポテンシャルは $V = \chi_{\text{QCD}}[1 - \cos(a_K/f_K)] + \frac{1}{2}M_{\text{cap}}^2 a_H^2 + \lambda a_K a_H$ であり、 M_{cap} はスロート・スケールのキャップ質量、 λ は残留する質量混合であって、意図された類の上ではスカラー-スカラーの双線形はまったく現れない (第 9.3 節) にもかかわらず、ここでは一般的に保たれており、したがって $\lambda = 0$ であって、以下は任意の残留混合の効果に対する上限である。アトラクター $a_K = a_H = 0$ において：

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} \chi_{\text{QCD}}/f_K^2 & \lambda \\ \lambda & M_{\text{cap}}^2 \end{pmatrix}, \quad \det \mathcal{H} = m_K^2 M_{\text{cap}}^2 \left(1 - \frac{\lambda^2}{m_K^2 M_{\text{cap}}^2}\right) > 0 \quad (\text{C.3})$$

というのは、重い方向の混入 $\epsilon < 1$ に対して $\lambda = \epsilon m_K^2$ であり、したがって完全な階層 m_K/M_{cap} によって $\lambda \ll m_K M_{\text{cap}}$ だからである：どちらの固有値も正であり、軽い方は割合としての補正 $\epsilon^2 m_K^2/M_{\text{cap}}^2$ を除いて m_K^2 に等しく、その補正はいかなる ϵ に対しても無視でき、意図された類の上では厳密である ($\lambda = 0$)。アトラクターは真の GA (モース指数 0) であり、固有値についての言明は本文の式 (10.1) であって、その精度がいま定量化された。

固有値、一歩ずつ。 二状態混合に初めて出会う読者のために対角化を陽に実行しておく価値があるのは、それがニュートリノ混合、結合振子、準位反交差を支配するのと同じ 2×2 の代数であり、その教訓が転用可能だからである。対角成分を $A = \chi_{\text{QCD}}/f_K^2$ (軽い、QCD が定める曲率) と $B = M_{\text{cap}}^2$ (重い、スロートが定める曲率) と書き、非対角成分を λ とする。 $\begin{pmatrix} A & \lambda \\ \lambda & B \end{pmatrix}$ の固有値は

$$\mu_{\pm} = \frac{A+B}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{B-A}{2}\right)^2 + \lambda^2}. \quad (\text{C.4})$$

である。物理は階層 $A \ll B$ (軽い方の質量二乗は $\sim (8.1 \mu\text{eV})^2$ 、持ち上げられた方向の質量二乗はホロノミーが持ち上げられるスケールで定まり、GG-A9-SM の PS-SM-22 のコセット・ゼロモードの読みでは $\gtrsim (2 \times 10^{15} \text{ GeV})^2$ と、はるかに大きい) のうちに、そして質量混合の小ささのうちに宿る: 項 $\lambda a_K a_H$ は、重い方向の混入 ϵ について QCD の余弦を展開すること、すなわち $V = \chi[1 - \cos((a_K + \epsilon a_H)/f)] + \frac{1}{2} M_{\text{cap}}^2 a_H^2$ からのみ生じ、 $\lambda = \epsilon \chi/f^2 = \epsilon m_K^2$ を与える。(C.4) を小さな比 $\lambda/(B-A) \simeq \lambda/B$ について二次まで展開すると、

$$\mu_- = A - \frac{\lambda^2}{B-A} + \dots = \frac{\chi_{\text{QCD}}}{f_K^2} \left(1 - \frac{\lambda^2}{m_K^2 M_{\text{cap}}^2} + \dots\right), \quad \mu_+ = B + \frac{\lambda^2}{B-A} + \dots \quad (\text{C.5})$$

軽い固有値 μ_- が物理的なカクシオンの質量二乗である; 裸の QCD 値からの割合としてのずれは $\lambda^2/(m_K^2 M_{\text{cap}}^2) = \epsilon^2 m_K^2/M_{\text{cap}}^2$ であり、これはいかなる混入 $\epsilon < 1$ に対しても — 付録 F に記録された単一通過の重なり $\epsilon = 1/K$ 、これまでに検討された中で最も寛大な値ですら — χ_{QCD} 自身に対する格子の不確かさよりはるかに小さいので、本論文の精度においては $m_K^2 = \chi_{\text{QCD}}/f_K^2$ が厳密に成り立つ — そして $\lambda = 0$ である意図された類の上では、留保なしに厳密である。これが式 (10.1) の内容である: 重いキャップ・モードは脱結合し、カクシオンはその曲率を QCD のみから受け継ぐ。

「モース指数 0」が意味すること、そしてそれがなぜ重要か。滑らかなポテンシャルの臨界点は、そのヘッシアンの負の固有値の個数 — そのモース指数 — によって分類される: 指数 0 は局所最小 (すべての曲率が正、安定な谷底)、次元に等しい指数は最大、その間のものはすべて鞍点である。(C.5) において $\mu_{\pm} > 0$ がともに成り立つため、コンパクト角の臨界点は真の最小、指数 0 である — 場にとって安定な休息の場所であって、転がり落ちる丘の頂ではない。第 II 部の GRIP の言葉では、これはその点が幾何アトラクター (GA) であるという言明そのものである: ランタイムによる F_{GFF} の降下はここで終わり、とどまる。同じモース理論的な帳簿付けをウィルソン線の層全体に適用したものが、そのような最小のうち最も深いものを基底幾何アトラクター (GGA、A11-Origin)、すなわちカクシオン凝縮体が実際に占める唯一の大域的真空として選び出す。

C.3 QCD に結合したアクシオン: 質量関係式と光子結合の導出

本付録は、崩壊定数を観測可能な質量と観測可能な光子結合に変える二つの関係式を導出する。それらはあらゆる QCD アクシオンに共通である; カクシオンが異なるのは、その崩壊定数が宇宙論によって固定されること (付録 C.6)、およびそのアノマリー比 $E/N = 8/3$ がモデルの選択ではなく SU(5) 台帳の定理であること (GG-A9-SM) においてのみである。以下の四段階をたどる読者は、ただ一つの QCD の数値からカクシオンの質量と結合を再構成することができる。

段階 1 — グルーオン・ポータルが周期的ポテンシャルを生成する。あらゆるアクシオンを定義づける性質は、QCD のトポロジカル密度への次の結合である。

$$\mathcal{L} \supset \frac{a}{f_a} \frac{\alpha_s}{8\pi} G_{\mu\nu}^b \tilde{G}^{b\mu\nu}, \quad \tilde{G}^{b\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} G_{\rho\sigma}^b, \quad (\text{C.6})$$

これはまさに強い CP 角 $\bar{\theta}$ に掛かる演算子であり、それゆえアクシオン場は組み合わせ $\bar{\theta} + a/f_a$ を通じてのみ物理に入る。非摂動的な QCD — 弱結合ではインスタントン、一般には格子 — は、真空

エネルギーをこの組み合わせの周期関数にする。

$$V(a) = \chi_{\text{QCD}} \left[1 - \cos\left(\frac{a}{f_a}\right) \right] + \mathcal{O}(\cos 2(a/f_a)), \quad (\text{C.7})$$

ここで曲率スケール χ_{QCD} は QCD のトポロジカル感受率であり、純粋なグルーオンと軽いクォークだけの量であって、アクシオンには一切言及しない。ヴァファ–ウィッテンの定理 (Vafa & Witten, 1984) — その許諾されたベクトル的な領域において援用される — は、(C.7) の最小が $a = 0$ 、すなわち $\bar{\theta}_{\text{eff}} = 0$ にあることを保証する；ポテンシャル自体は格子計算によって直接示されるので、緩和はその存在を超える定理を必要としない：最小への緩和が強い CP 問題の解そのものである。

ステップ 2 — 質量。 質量はその最小点におけるポテンシャルの曲率であり、

$$m_K^2 = \left. \frac{d^2 V}{da^2} \right|_{a=0} = \frac{\chi_{\text{QCD}}}{f_K^2} \implies \boxed{m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}}, \quad (\text{C.8})$$

これはアクシオン物理における単一で最も重要な関係式である：質量と崩壊定数の積は固定された QCD の数であり、したがって小さな質量は大きな崩壊定数を要求し、その逆もまた然りである。ゼロ温度では、カイラル・ラグランジアンが感受率を測定されたハドロン量によって固定する、

$$\chi_{\text{QCD}} = \frac{m_u m_d}{(m_u + m_d)^2} m_\pi^2 f_\pi^2 = (75.5 \pm 0.5 \text{ MeV})^4, \quad (\text{C.9})$$

ここで $f_\pi \simeq 92 \text{ MeV}$ はパイ中間子の崩壊定数であり、 $m_\pi \simeq 135 \text{ MeV}$ である；格子 (Borsanyi et al., 2016) はこれをパーセントの精度で確認している。(C.9) を (C.8) に代入すると、便利な形が得られる (Grilli di Cortona et al., 2016)

$$m_K = 5.70(7) \mu\text{eV} \times \left(\frac{10^{12} \text{ GeV}}{f_K} \right), \quad (\text{C.10})$$

これは、いったん f_K が判れば、質量を、したがって実験室周波数 $\nu = m_K/2\pi\hbar$ を固定する。

ステップ 3 — 光子結合と、モデル非依存な -1.92 。 アクシオン–光子結合は物理的に相異なる二つの寄与を持ち、

$$g_{K\gamma\gamma} = \frac{\alpha}{2\pi f_K} \left(\frac{E}{N} - \frac{2}{3} \frac{4+z}{1+z} \right), \quad z \equiv \frac{m_u}{m_d} \simeq 0.462, \quad (\text{C.11})$$

この括弧の中身は、学生がしばしばその数値だけを見るがゆえに、解剖する価値がある。第一項 E/N は紫外アノマリーである：アクシオンの電荷を担う重いフェルミオンの、電磁アノマリー係数とカラー・アノマリー係数の比 — 短距離の、モデル依存な整数比である。第二項は赤外的であり、モデル非依存である：演算子 (C.6) がアクシオンを中性パイ中間子および η と混合させるため、カイラル回転によって $a G\tilde{G}$ 項を除去すると、アクシオンの二光子への結合は必然的にハドロンの量だけずれ、その量は χ_{PT} から $\frac{2}{3}(4+z)/(1+z) = 1.92(4)$ と評価される。あらゆるアクシオンは、その紫外完備化がどうであれ、この -1.92 を担う。

ステップ 4 — DFSZ、KSVZ、そしてカクシオンが着地する場所。 二つの標準的なベンチマークは E/N においてのみ異なる: KSVZ (重クォーク) 模型は $E/N = 0$ を持ち、括弧の値は -1.92 となる; DFSZ (二重ヒッグス) 模型は $E/N = 8/3$ を持ち、 $8/3 - 1.92 = 0.75$ となる。GG-Theory においては値 $E/N = 8/3$ は選ばれるのではなく導出される — それは $\sin^2 \theta_W = 25/108$ を与えるのと同じ SU(5) ハイパーチャージ規格化によって固定される (GG-A9-SM) — したがってカクシオンはちょうど DFSZ 線の上に位置する。数値的には、付録 C.6 の閉じた f_K を用いて、

$$g_{K\gamma\gamma} = \frac{\alpha}{2\pi f_K} (0.75) \implies 1.2 \times 10^{-15} \text{ GeV}^{-1}, \quad (\text{C.12})$$

であり、これは実験室固有状態の物理的な $f_K = f_{\text{bulk}}/\Xi_{\text{cap}}$ において評価される (バルク規格化スケールは対角化における帳簿上の中間量であって、伝播する場の崩壊定数ではない — 第 V 部)。実験家にとっての実際的な帰結: カクシオンの深さの標的は DFSZ 線、すなわちコミュニティにとって最も困難な感度目標であり、名指しされた周波数においてそこへ立ち入る。

C.4 バリオンの台帳エントリー、導出済み — そして撤回された 5:2 読み出し

[以下のステップ 1–3 — ゲージ化されたバリオン数、アノマリー台帳、2/5 のトレース比 — はカクシオンのバリオンのエントリーを導出する: アノマリー・コンパニオンの規格化のもとでの X_4 の $-2/5$ である。以前の改訂における軽チャンネル結合比への反転、およびその上に築かれた $25/4$ のパワー比は撤回され (第 VI 部)、付録 F に記録されている。]

六間のエッセイ (付録 B.5.2) は物理的な筋書きを与える; この講義は群論と双対化を完全な形で担い、それによって学生がゲージ内容だけから台帳エントリーを再構成できるようにする。アノマリーに関する背景は標準的である (Peskin & Schroeder, 1995; Weinberg, 1996); グリーン-シュワルツ機構は Nakahara (2003) において一冊の長さで展開されている。

ステップ 1 — バリオン数はゲージ化されている。 憲法によって強制されるバルク・ゲージ群は

$$G_{\text{Bulk}} = \text{Spin}(1, 5) \times \text{SU}(5) \times \text{U}(1)_B \times \text{U}(1)_{Qi}, \quad (\text{C.13})$$

であり、ペッチェイ-クイン型アクシオン理論に類似物を持たないエントリーが $\text{U}(1)_B$ である: バリオン数は局所対称性であって、標準模型の偶発的な大域対称性ではない。これは美的な選択ではない — それは、偶発的な大域対称性を禁じる公準と、観測された陽子の安定性 $\tau_p > 10^{34} \text{ yr}$ によって強制される。 B をゲージ化することは次元 6 の陽子崩壊演算子をすべて消滅させ (それらは $\text{U}(1)_B$ 不変ではない)、 X, Y レプトクォークが $p \rightarrow e^+ \pi^0$ を駆動する通常の SU(5) を殺す病を治癒する。ゲージ化された $\text{U}(1)_B$ はそれ自身のゲージ・ボソン Z_B を要求し、そして決定的なことに、それ自身のアノマリー帳簿を要求する。

ステップ 2 — カクシオンは、二形式が相殺するものすべてに結合する。 六次元においてグリーン-シュワルツ二形式は、完全なアノマリー四形式に結合することによって、可約なゲージ・アノマリーと重力アノマリーを相殺する、

$$S_{\text{GS}} = \int_{\mathcal{M}_6} B_2 \wedge X_4, \quad X_4 = \sum_a c_a \frac{1}{8\pi^2} \text{Tr}(F_a \wedge F_a) + c_{\text{grav}} p_1, \quad (\text{C.14})$$

ここで和は (C.13) のゲージ因子にわたり、 p_1 は第一ポントリャーギン形式であり、係数ベクトル c_a はアノマリー因子化によって固定される — それは調整可能ではない。GG-6 に対してそのベクトルは

$$(c_{\text{grav}}, c_{\text{SU}(5)}, c_{\text{U}(1)_B}, c_{Qi}) = \left(1, -1, -\frac{2}{5}, -\frac{2}{5}\right). \quad (\text{C.15})$$

カクシオンは B_2 の四次元双対であるから (付録 C.1)、 B_2 が語りかけるあらゆる因子への結合を継承する。カラー・エンタリーは質量を固定する QCD ポータル $a_K G\tilde{G}$ を与える; $\text{U}(1)_B$ エンタリーはバリオンの台帳エンタリーを与える

$$\mathcal{L} \supset \frac{c_B}{4} a_K F_B \tilde{F}_B, \quad (\text{C.16})$$

ここで c_B は $\text{U}(1)_B$ エンタリーの台帳レベルの係数であり、ハイパーチャージ・エンタリーのそれの $-\frac{2}{5}$ である (ステップ 3; 撤回された二重項配位の引退した読み出し g_{KBB} はこの係数ではない、付録 F) — これは標準的なアキシオンが端的に持ち得ない項である。なぜなら B が大域的である理論には、アキシオンがそれに対してアノマラスとなるべき F_B が存在しないからである。

ステップ 3 — トレース・ノルム比、完全な形で。 (C.15) における大きさ $2/5$ は、バリオンのアノマリー係数とハイパーチャージのアノマリー係数の比であり、それらは純粋に $\text{SU}(5)$ の表現論である。基本表現 **5** において、ハイパーチャージが標準模型の割り当てを再現するように規格化された二つのアーベル生成子は、

$$Y_0 = \text{diag}\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \quad B_0 = \text{diag}\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, 0\right), \quad (\text{C.17})$$

であり、ここで最初の三つの成分はカラー (クォーク) 方向、最後の二つは弱二重項 (レプトン) 方向である; バリオン数はクォークの上のみに宿り、ハイパーチャージは五つすべての上に宿る。アーベル因子のアノマリー係数は、その生成子の二乗のカイラル・フェルミオンにわたるトレースである; 一世代分の $\bar{\mathbf{5}} \oplus \mathbf{10}$ に対しては **5** のトレースがその比を担い、

$$\frac{\text{Tr}(B_0^2)}{\text{Tr}(Y_0^2)} = \frac{3 \times (1/3)^2}{3 \times (1/3)^2 + 2 \times (1/2)^2} = \frac{1/3}{1/3 + 1/2} = \frac{1/3}{5/6} = \frac{2}{5} = \frac{L - N}{L}, \quad (\text{C.18})$$

となる。ここで OGN-5 の台帳整数は $L = 5$ ($\text{SU}(5)$ の階数データ) と $N = 3$ (カラー) であり、したがって $L - N = 2$ である。これが係数ベクトルにおける $2/5$ の起源である: それはフィットされたものではなく、一世代の上で評価された $\text{Tr}(B_0^2)/\text{Tr}(Y_0^2)$ である。同じ整数対 $(L, L - N) = (5, 2)$ こそ GG-A7-Qi4 が四元流の恒等式に固定するものであり、それゆえ同一の比がコホートの別の場所に生物学的な衣装をまとって現れる — 一つの数、二つの劇場。

何が定理であり、何が囲われているか。 台帳エンタリー $-2/5$ はゲージ/アノマリーのレベルで厳密である: それは連続的な入力なしに (C.15) と (C.18) から従う。 B_2 を a_K へ双対化しても係数ベクトルは保たれる — p -形式/双対の入れ替えのもとで結合比の「逆数」なるものは存在せず、その入れ替えは運動項の係数を反転させるだけで他には何もしない — したがってエンタリーは、源についても応答についても同じくハイパーチャージのそれの $2/5$ である; 以前の改訂の 5:2 は誤りであり、付録 F に記録されている。二つの継ぎ目には旗が立ったままである。係数ベクトル (C.15) は

Arisaka (2026, A3-BI6) の BI-6 因子化から読み取られたものである; そして、任意のゲージ・レベルのエントリーを実際の核子スピンの読み値へ変換するには、第 VIII 部の KSVZ 級のシートのカイラル行列要素が必要となる。幾何が手渡す数は台帳エントリーである; かつてその上に築かれた 25/4 は、反転の誤りと、終端が供給しない軽いベクトルとに依拠していた (第 VI 部)。

C.5 キャップ指数 $\Xi_{\text{cap}} = K + N + L = 43$: スロートの規格化と、その整数

この講義は、六問の解答 (付録 B.5.3) が素描することを明示する: 質量の導出において唯一予想として囲われた数が、それでもなお離散的であるのはなぜか、そしてベンチマーク値が 43 であるのはなぜか。関連する数学 — サイクル上の磁束量子化、ワープしたスロット上の波動関数の規格化 — は標準的な微分幾何学である (Nakahara, 2003)。

ステップ 1 — Ξ_{cap} とは何か: 波動関数繰り込みの整数である。 Ξ_{cap} は新しいパラメータではない; それは同一の場の二つの規格化を関係づけるものであり、

$$f_K = \frac{f_{\text{bulk}}}{\Xi_{\text{cap}}}, \quad m_K = \frac{\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}}{f_K} = \frac{\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}}{f_{\text{bulk}}} \Xi_{\text{cap}}, \quad (\text{C.19})$$

ここで f_{bulk} はバルクの深部におけるグリーン-シュワルツ方向の崩壊定数であり、 f_K はハロスコープが結合する物理的固有状態のそれである。 $m_K \propto \Xi_{\text{cap}}$ であるから、この単一の整数は絶対質量を定め、それ以外の何も定めない: それは線が座る位置を動かすが、結合シートを動かすことは決してない: DFSZ 深さと台帳エントリーはスケールに依存しない定理である (付録 C.3 および C.4); アドレスのみが予想を担う。

ステップ 2 — 写像が巨大である理由: スロットが規格化を定める。 $r \in [0, K]$ をもつ標準的なワープ計量 $ds_6^2 = e^{-2r} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + dr^2 + d\theta^2$ の上で、テンソルの双対と円のホロノミーは著しく非対称な運動項の規格化を獲得する (付録 C.1)、

$$Z_{\text{GS}} = 2\pi \int_0^K e^{2r} dr = \pi(e^{2K} - 1) \simeq \pi e^{2K}, \quad Z_\theta = 2\pi \int_0^K e^{-2r} dr \simeq \pi, \quad (\text{C.20})$$

両者は $e^{2K} = e^{70} \sim 10^{30}$ だけ異なる。標準規格化は各場を $\sqrt{Z}$ で割るので、バルク変数から境界固有状態への写像は指数関数的に大きい。 Ξ_{cap} はその写像をスロット自身の単位で表したものである: グリーン-シュワルツ変数はワープがその K e-フォールドを完全に走り切った後で規格化され、境界固有状態はスロットの口に座り、アンザッツは両者のあいだの変換を、整数単位でのスロットの深さに、キャップが付け加えるものを足したものとして読む — e-フォールドの数え上げであって、磁束の数え上げではない。指数 e^{70} が語るのは、境界固有状態がどちらの額面通りのバルク・ノルムでもないということだけである — それは Ξ_{cap} について何も証明せず、整数値には何も寄与しない; 値はアンザッツの数え上げであり、これこそ学生が最も見落としやすい点である。

ステップ 3 — 加法的な整数形式と、そのグレード。 一つの事実は計量から導出され、二つは第 V 部のアンザッツである (アンザッツ 26.2):

1. $\Xi_{\text{cap}} \neq 1$: 二つの額面通りのカイラル・ノルム (C.20) はおよそ三十桁異なり、いずれも較正された f_K を再現しない (O14 未解決)。(これは比が 1 ではないと述べるものである; それは値を定めず、指数関数は Ξ_{cap} について何も証明しない。)
2. $\Xi_{\text{cap}} = K + \Sigma$ 、すなわち加法的な整数形式 — これがアンザッツである。スロートの深さ $K = 35$ はワープの e-フォールドの数え上げであって磁束の数え上げではなく、区間の紫外終端は整数 Σ を寄与すると仮定される; 許容されるクラスはオービフォールド・キャップを持たず、 K に等しい量子化された磁束は提示されていない。これが荷重を担うステップであり、それはアンザッツである: それが成り立つならば、それは残差を連続的なつまみではなく整数にする。
3. Σ は残りの台帳整数 $\{N, L, J\} = \{3, 5, 7\}$ の部分集合和であり、余次元の数え上げは、キャップが宿しうるものを三種の磁束型のうち高々一対に制限する。ゆえに

$$\begin{aligned} \Sigma \in \{0, 3, 5, 7, 8, 10, 12\} &\Rightarrow \Xi_{\text{cap}} \in \{35, 38, 40, 42, 43, 45, 47\} \\ &\Rightarrow \nu_K = 1.95 (\Xi_{\text{cap}}/43) \in [1.59, 2.13] \text{ GHz.} \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

したがって、アンザッツのもとでは、絶対質量は誤差棒を伴う連続パラメータではない — それは七つの離散的な周波数のうちの一つであり (表 11)、ベンチマークの行が較正され、他はそれに対する比である。離散性はアンザッツから継承されたものであって、導出されたものではない。

ステップ 4 — なぜ 43 なのか: 台帳の紫外／赤外の仕分け。 予想の全体は一つの選択に帰着する — どの部分集合 Σ か。ベンチマーク $\Sigma = N + L$ は「良さそうな整数を二つ足す」ことではない; それは、同じ整数群がこのシリーズの他のあらゆる場所で果たす働きから示唆される UV/IR の仕分けである。族射影子の磁束 N とゲージ階数の磁束 L は $\text{SU}(5) \rightarrow \text{SM}$ の破れを符号化する — これは紫外のデータであり、ゲージ対称性が完全である場所、すなわちキャップにおいて、スロートの UV 終端で固定される。二進的な継ぎ目の深さ J は赤外のデータである: それは境界において $\alpha^{-1} = 2^J$ と Arisaka (2026, A9-SM) のレプトン二進量を定めるので、キャップではなく境界で終端する。したがってキャップは二つの UV 磁束を集め、IR のものを除外する:

$$\Sigma = N + L \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\Xi_{\text{cap}} = K + N + L = 35 + 3 + 5 = 43}. \quad (\text{C.22})$$

このように読めば、43 はスロートの深さに、キャップで終わる二つの対称性の破れの磁束を加えたものであり、継ぎ目の磁束 J は述べられた理由によって除外されている — 三つの整数の恣意的な和であれば、まさに持ち得なかったものである。

柔らかさが本当に残る場所と、それをどう処分するか。 三つの継ぎ目は発見的であって証明されておらず、それらこそ「恣意的」という感覚の正直な在り処である: 選択 $\Sigma = N + L$ は積分ではなく UV/IR の物語に依拠している; 「高々一対」という余次元の数え上げは第八の部分集合 $N + L + J = 15$ を切り落とす; そして指数関数的な非対称性のステップは値に何も寄与しない。三つを一度に決着させるのはキャップの荷重に対する定義計算であるが、それは Arisaka (2026, A3-BI6) の許容クラスの上でいまだ定式化されていない (そのクラスはオービフォールド・キャップを持たない) — そして、そのような計算が存在して $N + L$ を返すまで、この割り当ては磁束帳簿のアンザッツであり、本論文で最も鋭い唯一の未解決項目である (その定式化はロードマップの項目 1 である、付録 E.5)。こ

の不確かさは独立な二つの方法で処分できる: 理論によっては、定義計算が窓を一点に潰すか、あるいは梯子を引退させる; 実験によっては、 $\nu_K = 1.95 (\Xi_{\text{cap}}/43)$ GHz であるから、発見周波数が Ξ_{cap} を直に測定する — 窓の内部における線の位置が、その整数の値である。調整されたパラメータは自らの誤差棒の内側に永遠に隠れる; こちらは、鐘が聞こえたその瞬間にダイヤルから読み取られる。

C.6 ミスアライメント生成: 運動方程式からの残存量

これは、微弱に結合し一度も熱化されない場を、冷たい暗黒物質のすべてに仕立て上げる導出である。それは古典的な「真空ミスアライメント」機構であり (Abbott & Sikivie, 1983; Dine & Fischler, 1983; Preskill, Wise, & Wilczek, 1983)、ここでは講義の歩調で提示される; 現代的なレビューは Marsh (2016) である。その出力は残存量-崩壊定数の法則であり、導出された Ω_{DM} と等しく置くことで、第 V 部において f_K を閉じる。

ステップ 1 — 膨張する宇宙における場の方程式。 空間的に一様なゼロ・モードは、角度 $\theta(t) = a(t)/f_K$ として書かれ、フリードマン-ロバートソン-ウォーカー背景においてクライン-ゴールドン方程式に従う、

$$\ddot{\theta} + 3H\dot{\theta} + m^2(T)\theta = 0, \quad (\text{C.23})$$

ここで $H = \dot{R}/R$ はハッブル率であり (R はスケール因子)、小角度形 $V'(a) \simeq m^2 f_K^2 \theta$ が用いられている。式 (C.23) は、時間依存の復元振動数 $m(T)$ とハッブル「摩擦」 $3H$ をもつ減衰振動子である。

ステップ 2 — 初期には凍結している。 $H \gg m$ である間は摩擦項が支配し、場は過減衰である: θ はその初期値 θ_i 、すなわち $\mathcal{O}(1)$ のミスアライメント角に凍結している ($\theta_i \simeq 1.1$ rad であり、較正されたベンチマークにおける残存量から読み取られる)。そのエネルギー密度 $\rho = \frac{1}{2}f_K^2\dot{\theta}^2 + V \simeq \frac{1}{2}m^2 f_K^2 \theta_i^2$ はほぼ一定である — 場はさしあたり小さな真空エネルギーのようにふるまい、物質の収支にはまだ何も寄与しない。

ステップ 3 — 振動の開始。 宇宙が冷えるにつれて H は下がり (輻射期には $H = \sqrt{\pi^2 g_*/90} T^2/M_{\text{Pl}}$)、 $m(T)$ は上がる。振動は、摩擦がもはや場を保持できなくなる温度 T_{osc} において始まる、

$$3H(T_{\text{osc}}) \simeq m(T_{\text{osc}}). \quad (\text{C.24})$$

この時点以降 $H \ll m$ となり、場は転がり落ちて最小値のまわりで振動する。

ステップ 4 — 断熱不変量: ミスアライメントのエネルギーは冷たい。 いったん $m \gg H$ となると、質量は一振動周期にわたってゆっくりとしか変化しないので、振動子は断熱的であり、その作用 — 同等に、 $n_a = \rho_a/m$ とした共動粒子数 $N_a = n_a R^3$ — は保存される。したがって数密度は $n_a \propto R^{-3}$ として、エネルギー密度は $\rho_a = m n_a \propto R^{-3}$ として赤方偏移する (飽和するまでの m のゆるやかな増大を除いて)。ここが要点である: コヒーレントに振動するスカラーは、熱的速度を持たずに、圧力のない冷たい物質とまったく同じように希釈され、 $w = \langle p \rangle / \langle \rho \rangle = 0$ となる。カクシオンは冷やされたのではなく、冷たく生まれる。

ステップ 5 — 収量。 開始時の数密度は $n_a(T_{\text{osc}}) = \frac{1}{2}m(T_{\text{osc}})f_K^2\theta_i^2$ である (大きな θ_i に対しては $\mathcal{O}(1)$ の非調和補正を掛ける)。以後保存される量は 収量 $Y \equiv n_a/s$ であり、エントロピー密度は $s = \frac{2\pi^2}{45}g_*T^3$ である。そのとき現在の暗黒物質密度は

$$\Omega_K h^2 = \frac{m_K n_{a,0}}{\rho_c/h^2} = \frac{m_K Y s_0}{\rho_c/h^2}, \quad (\text{C.25})$$

であり、今日の値は $s_0 = 2891 \text{ cm}^{-3}$ および $\rho_c/h^2 = 1.05 \times 10^{-5} \text{ GeV cm}^{-3}$ である。

ステップ 6 — 温度依存性と $f_K^{1.165}$ 則。 唯一のモデル入力、質量がどのように立ち上がるかである。格子計算は、QCD クロスオーバーより上で温度のべきとして落ちるトポロジカル感受率 $\chi(T) \propto T^{-n}$ を $n \simeq 8.16$ とともに与えるので (Borsanyi et al., 2016; Gorghetto & Villadoro, 2019)、 $m(T) = m_K (T_{\text{QCD}}/T)^{n/2}$ となる。開始条件 (C.24) を解くと、

$$T_{\text{osc}}^{2+n/2} \propto m_K T_{\text{QCD}}^{n/2} M_{\text{Pl}} \implies T_{\text{osc}} \propto m_K^{2/(4+n)} \propto f_K^{-2/(4+n)}, \quad (\text{C.26})$$

となる。ここで (C.8) からの $m_K \propto 1/f_K$ を用いた。これを $n_a(T_{\text{osc}}) \propto m(T_{\text{osc}})f_K^2 \propto T_{\text{osc}}^2 f_K^2$ および $Y \propto n_a/T_{\text{osc}}^3 \propto f_K^2/T_{\text{osc}}$ とともに (C.25) に通すと、

$$\Omega_K h^2 \propto m_K \frac{f_K^2}{T_{\text{osc}}} \propto \frac{1}{f_K} f_K^2 f_K^{2/(4+n)} = f_K^{(6+n)/(4+n)} \theta_i^2. \quad (\text{C.27})$$

が得られる。 $n = 8.16$ のとき指数は $(6+n)/(4+n) = 14.16/12.16 = 1.165$ である — 第 V 部を通じて引用されている則である。瞬間開始の規則で定数を復元すると推定値 $\Omega_a h^2 \simeq 0.090 \theta_i^2 (f_K/10^{12} \text{ GeV})^{1.165}$ が得られ、第 V 部の直接積分は前因子を 0.135 へ引き上げる; ベンチマーク $f_K = 7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}$ での推定値のステップごとの算術は監査、付録 E.1 に載せてあり、存在量は積分された規格化において $\theta_i \simeq 1.1 \text{ rad}$ を返す。

ステップ 7 — 閉包。 目標が導出条件付きの級で継承されており (GG-A10-Cosmos)、 $\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/(2\pi^2) = 0.2676$ (したがって $\Omega_K h^2 = 0.1215$) であり、かつ崩壊定数とその較正されたベンチマーク $f_K = 7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}$ にあるため、則 (C.27) は一つの未知数 — ミスアライメント角 — を含む。質量は感受率から従い、角度は収支から従う、

$$m_K = \frac{\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}}{f_K} = 8.1 \mu\text{eV} (\pm 1.3\%), \quad \theta_i = 1.18 \pm 0.04 \text{ rad}, \quad (\text{C.28})$$

角度は記録の計算 (第 25 節) から読まれたものであり; 上の閉形式の足場は 1.16 を返す。そして周波数と結合は質量から従う。質量に付いた $\pm 1.3\%$ は格子の感受率である; 熱力学 ($\chi(T)$ 、 g_*) は角度に入り、絶対的な位置づけは較正である — 較正されたスケールを一つ持ち、その後に自由パラメータを持たない予言の、正直な残差である。

C.7 π でロックされた目録: 継承された結果、主要ステップを再現して

カクシオンが飽和させねばならない宇宙論的分率は本論文では導出されない — それらは Arisaka (2026, A10-Cosmos) の出力であり、その技術付録が完全なトポロジカル導出と、名前を持つ一つの未

解決補題を担っている。本部を自己完結に保つため、我々はその導出を全部は再現しない；存在量の閉包（付録 C.6）が狙う目標がなぜ $\Omega_{\text{DM}} = 0.2676$ であるのかを読者が見るために必要な主要ステップのみを再現し、予想がどこに座っているかを正確に印す。標準宇宙論の背景は Dodelson & Schmidt (2020); Kolb & Turner (1990) である。

何が主張されているか。 現在の時代の分率は

$$\Omega_m = \frac{1}{\pi} = 0.3183, \quad \Omega_b = \frac{1}{2\pi^2} = 0.0507, \quad \Omega_{\text{DM}} = \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2\pi^2} = 0.2676, \quad \Omega_\Lambda = 1 - \frac{1}{\pi} = 0.6817, \quad (\text{C.29})$$

であり、Planck の 0.315, 0.0493, 0.265, 0.685 に対して — どの切片も $\sim 3\%$ 以内である。Arisaka (2026, A10-Cosmos) においてこれは **条件付き定理** である：導出されたものであってフィットされたものではない（整数と幾何は、宇宙論に一度も言及しない理由により上流で固定された）が、名前を持つ一つの未解決条件、すなわちその論文が予想 VIII として担う閉パッケージ予想に依拠している（補題 VIII はホップ・ファイバーの同定；T-Cosmos-17 が条件付き定理；本論文のデッキでは C-Kaxion-c）。

主要な再現 — 一つのホップ・ファイバー化された三次元球面。 機関は境界射影 GDOS である：四次元世界は六次元バルクの合法的な射影であり、収支は射影測度がどう分かれるかである。関係するコンパクト・ファイバーはホップ・ファイブレーション $S^1 \hookrightarrow S^3 \rightarrow S^2$ であり、そのとき目録は単位球の体積である： $\text{Vol}(S^1) = 2\pi$ 、 $\text{Vol}(S^2) = 4\pi$ 、 $\text{Vol}(S^3) = 2\pi^2$ 。臨界密度を S^3 上に一様に広げ、物質をファイバーに、暗黒エネルギーを底空間に割り当てると、

$$\Omega_m = \frac{\text{Vol}(S^1)}{\text{Vol}(S^3)} = \frac{2\pi}{2\pi^2} = \frac{1}{\pi}, \quad \Omega_b = \frac{1}{\text{Vol}(S^3)} = \frac{1}{2\pi^2}, \quad \Omega_{\text{DM}} = \frac{2\pi - 1}{2\pi^2} = \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2\pi^2}. \quad (\text{C.30})$$

が得られる。二つの「柔軟な記号」 π と $2\pi^2$ は選ばれたものではない；それらは円の周長と三次元球面の体積であり、ホップ射影が利用可能にする唯一の測度である。唯一の予想的なステップは、射影ファイバーがこのホップ S^3 であるという **同定** であり、物質 $\rightarrow$ ファイバー、暗黒エネルギー $\rightarrow$ 底空間、バリオン $\rightarrow$ 弧の一単位とするものである；そのコホモロジーを決着させれば π の形は定理となる（ロードマップ項目 2、付録 E.5）。

頑健な部分と、正直な残差。 臨界密度に対する分率は時間依存であるから、 $\Omega_m = 1/\pi$ は現在についての言明である。あらゆる時代で成り立つ部分は — 暗黒物質とバリオンがともに R^{-3} として希釈されるため — 物質内部の比であり、

$$\frac{\Omega_b}{\Omega_m} = \frac{1}{2\pi} = 0.159 \quad (\text{sky: } 0.156), \quad \frac{\rho_{\text{DM}}}{\rho_b} = 2\pi - 1 = 5.28 \quad (\text{sky: } 5.37), \quad (\text{C.31})$$

どちらも時代に依存せず、どちらも観測に一致する。これらが頑健な π ロックである。絶対値 $\Omega_m = 1/\pi$ は現在の分割であり、偶然の一致が住むのはそこである：Arisaka (2026, A10-Cosmos) は「なぜ今か」を、 Λ の 10^{120} の微調整（ $\Omega_\Lambda = 1 - 1/\pi$ が固定された目録の残余の取り分であるため、解消される）から、穏やかな数パーセントのタイミングの言明（我々は $\Omega_m = 1/\pi$ となった瞬間から ~ 75 Myr 過ぎたところで目盛りを読んでいる）へと格下げする。本論文にとって実効的な事実は一に数である：

付録 C.6 の存在量の閉包は $\Omega_K h^2 = 0.1215$ を与えねばならず、較正されたベンチマークにおいて実際にそうなり、唯一の初期条件 $\theta_i \simeq 1.1$ rad を返す。

D 検出、発見、そして KAXIO 装置

本ブロックは理論を実験へと変える。ここでは、カクシオン信号がどれほど大きく、それを聞き取るのにどれだけ時間がかかるか（ハロスコープ出力と放射計の壁）、有限 Q の空洞が記録されるラインをどう整形するか、そしてさらに二つの道筋 — KAXIO 装置の感度と窓の一年間のカバレッジ、および第 IX 部の判定の背後にある発見週の誤差収支 — を導出する。

D.1 ハロスコープ感度: シキヴィー出力と放射計の走査速度の壁

読者が実現可能性を判断するために必要な最後の部品は、カクシオン信号がどれほど大きく、それを聞き取るのにどれだけ時間がかかるかである。どちらも、あらゆるハロスコープ実験家が頭の中に携えている二つの式から従う。

ステップ 1 — 変換出力。 体積 V 、モード形状因子 C （空洞モードと外部場との重なりであり、基本モードでは $\mathcal{O}(0.5)$ ）の同調可能な空洞を静的な場 B_0 に浸し、カクシオン質量に同調させたとき、共鳴信号出力はシキヴィーの結果 (Sikivie, 1983) である

$$P_{\text{sig}} = g_{K\gamma\gamma}^2 \frac{\rho_{\text{DM}}}{m_K} B_0^2 V C Q_L \frac{\beta}{1+\beta}, \quad (\text{D.1})$$

ここで Q_L は負荷された Q 値、 $\rho_{\text{DM}} \simeq 0.45 \text{ GeV cm}^{-3}$ は局所密度、 β はアンテナ結合である。二つの約束をここで一度だけ固定する。第一に、表 17 のサーベイ行は臨界結合における出力を引用し、供給される割合は記載された Q_L に吸収されている（したがって (D.1) において $\beta/(1+\beta) \rightarrow 1$ となり、これがシミュレーション・スクリプトの約束である）；第 X 部の過結合の KAXIO 収支は、その $\beta \simeq 2$ — 因子 $\beta/(1+\beta) = 2/3$ — を明示的に担う。第二に、自然単位から SI への変換をここで一度計算し、論文中のあらゆる表がそこへ辿れるようにする。三つの定数で足りる：

$$1 \text{ T} = 1.9535 \times 10^{-16} \text{ GeV}^2, \quad 1 \text{ cm} = 5.068 \times 10^{13} \text{ GeV}^{-1}, \quad 1 \text{ GeV}^2 (\text{power}) = 2.434 \times 10^{14} \text{ W}. \quad (\text{D.2})$$

表 17 の CAPP-MAX 級の行におけるカクシオンの数値 ($g_{K\gamma\gamma} = 1.2 \times 10^{-15} \text{ GeV}^{-1}$ 、 $m_K = 8.1 \mu\text{eV}$ 、 $B_0 = 12 \text{ T}$ 、 $V = 6.4 \text{ L}$ 、 $C = 0.60$ 、 $Q_L = 10^5$) を代入すると、(D.1) の因子は

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{\text{DM}}}{m_K} &= \frac{0.45 \text{ GeV cm}^{-3}}{8.1 \times 10^{-15} \text{ GeV}} = 4.27 \times 10^{-28} \text{ GeV}^3, \\ B_0^2 &= (12 \times 1.9535 \times 10^{-16} \text{ GeV}^2)^2 = 5.50 \times 10^{-30} \text{ GeV}^4, \quad V = 6.4 \text{ L} = 8.33 \times 10^{44} \text{ GeV}^{-3}, \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

となる。ここで第二の定数からの $1 \text{ cm}^3 = 1.302 \times 10^{41} \text{ GeV}^{-3}$ を用いており、したがって

$$P_{\text{sig}} = g_{K\gamma\gamma}^2 \frac{\rho_{\text{DM}}}{m_K} B_0^2 V C Q_L = 1.69 \times 10^{-37} \text{ GeV}^2 = 4.1 \times 10^{-23} \text{ W}, \quad (\text{D.4})$$

これがその行の P_{sig} の項目である — あらゆる DFSZ 探索に特徴的なヨクトワット水準であり、これが困難である理由である。この算術における一つの落とし穴は、それ自身の一文に値する: (D.1) の $1/m_K$ は 質量 の逆数 — 同等に、 $\omega = 2\pi\nu$ とした $\hbar\omega$ の逆数 — であり、 ω の代わりに周波数 ν でこれを評価すると、表中のあらゆる出力が黙って 2π 倍に膨らむ。

ステップ 2 — 雑音。 信号は、システム温度 $T_{\text{sys}} = T_{\text{phys}} + T_{\text{amp}}$ の熱雑音および増幅器雑音と競合する。カクシオン周波数における還元不能な量子的床は 1.95 GHz において $T_q = \hbar\nu/k_B = 0.094$ K であり、ジョセフソン・パラメトリック増幅器がこれに接近し、HAYSTAC のスクイズド真空技術 (HAYSTAC Collaboration, 2025) がこれを 打ち破っている。

ステップ 3 — ディック放射計の式。 整合されたライン上で積分時間 t の後の S/N 比は

$$\text{SNR} = \frac{P_{\text{sig}}}{k_B T_{\text{sys}}} \sqrt{\frac{t}{\Delta\nu_{\text{eff}}}}, \quad \Delta\nu_{\text{eff}} = \left(\int g^2 d\delta \right)^{-1} \simeq 2.9 \text{ kHz}, \quad \Delta\nu_a = \frac{\nu}{Q_a} \sim \nu \frac{\langle v^2 \rangle}{c^2} \sim 10^{-6} \nu, \quad (\text{D.5})$$

すなわち、実験室系テンプレート (第 IX 部) に対する整合フィルタの実効幅を伴う、名高い放射計の式である: 感度は時間の平方根としてしか改善せず、アクシオンのラインは本質的に細い ($Q_a \sim 10^6$ であり、ハローの速度分散によって決まる; 凝縮体の線幅 $\Delta\nu_a \simeq 2$ kHz がスケールであり、 $\Delta\nu_{\text{eff}}$ がフィルタである)。

ステップ 4 — 走査速度の壁。 一つの同調点で目標の SNR に達するまでの時間について (D.5) を解き、帯域を分解能幅に分割すると、走査速度

$$\frac{d\nu}{dt} \propto \frac{1}{\text{SNR}^2} \left(\frac{P_{\text{sig}}}{k_B T_{\text{sys}}} \right)^2 \frac{1}{\Delta\nu_{\text{eff}}} \propto \frac{g_{K\gamma\gamma}^4 B_0^4 V^2 C^2 Q_L}{T_{\text{sys}}^2}. \quad (\text{D.6})$$

が得られる。急峻な依存性は、新参加者が体得すべき設計上の駆動因である: 走査速度は結合の 四 乗として効くので、DFSZ 線 (結合は KSVZ より ~ 2.5 倍小さい) は ~ 40 倍の積分時間を要する; それは $B_0^4 V^2$ として効き、これがハロスコープが最強の磁石と最大の内径を追う理由である; そしてそれは T_{sys}^2 として落ち、これが量子限界に対するあらゆる利得 — スクイーミング、単一光子計数 — が直接に走査速度を買う理由である。カクシオン固有の窓 [1.59, 2.13] GHz を DFSZ 深さで覆うことは、(D.6) により、CAPP 級の装置 (第 36.4 節) における複数年のキャンペーンである — 要求は厳しいが、実証済みであって思弁的ではない。これが第 VIII 部で言及された「走査時間の壁」である。

D.2 有限 Q の伝達関数

単一ポート。 周波数 ω の駆動に対する QGI 振動子 (35.3) の定常応答は、駆動された減衰調和振動子 $\ddot{x} + (\omega_0/Q_L)\dot{x} + \omega_0^2 x = F(t)/M$ をフーリエ変換することによって得られる。 $x, F \propto e^{-i\omega t}$ とすると、代数計算は $(-\omega^2 - i\omega\omega_0/Q_L + \omega_0^2)x(\omega) = F(\omega)/M$ を与えるので、標準的な伝達関数を伴って $x(\omega) = \chi(\omega)F(\omega)$ となる

$$|\chi(\omega)|^2 = \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega_0\omega/Q_L)^2}, \quad (\text{D.7})$$

これはモードのまわりの相対幅 $1/Q_L$ のローレンツ型である。記録される出力スペクトルは、(D.7) でフィルターされた凝縮体テンプレートに雑音を加えたものであり、

$$S_{\text{out}}(\nu) = \mathcal{G} |\chi(\nu)|^2 [T(\nu) + S_{\text{noise}}], \quad (\text{D.8})$$

ここで T は第 IX 部のラインのテンプレート、 $\mathcal{G}$ は（独立に較正された）利得系列である。本文で定量化されている二つの標準的な帰結：共鳴上では、凝縮体の幅 ν/Q_a が空洞の幅 ν/Q_L のはるか内側にあるため、ラインは忠実に伝達される；共鳴を外れると、本数検定の 2.5% だけ離調されたトーンは、 $Q_L = 10^5$ において $[2Q_L \Delta\nu/\nu]^{-2} \simeq 4 \times 10^{-8}$ (−74 dB) だけ抑制される。

D.3 KAXIO 装置と一年間の見通し

第 X 部は、囲われた窓の全域で本数を読み取り、離散的な質量窓を一観測年で覆うために作られた第二世代の装置 KAXIO を提案する。本コースは、感度バジェットを空洞パラメータから被覆の主張まで運び、提案の見出しがシキヴィー・パワー（付録 D.1）から再構成できるようにする。

ステップ 1 — 一行の物理で見た装置。 KAXIO は、同一の凝縮体を読む二つの過結合共振器族である — 窓の全域にわたって独立に同調できる、九空洞のサブアレイ二基。設計点は、空洞を再編成した ADMX-EFR のマグネットとクライオスタットであり（表 28）、

$$B_0 \simeq 9.4 \text{ T}, \quad V \simeq 95 \text{ L per sub-array}, \quad C \simeq 0.40, \quad Q_L \simeq 10^5, \quad \beta \simeq 2, \quad T_{\text{sys}} \simeq 0.15 \text{ K}, \quad (\text{D.9})$$

すなわち、EFR 級の電磁チャンネルを二つに分割したものである。(D.9) と、カクシオンの DFSZ 結合 $g_{K\gamma\gamma} = 1.2 \times 10^{-15} \text{ GeV}^{-1}$ をシキヴィー・パワー (D.1) に（過結合因子 $\beta/(1+\beta) = 2/3$ を明示的に保持したうえで）代入すると、付録 D.1 と同じ式から計算して、サブアレイあたり $P_{\text{sig}}/k_B T_{\text{sys}} \simeq 80 \text{ Hz}$ が得られる（表 29）。

ステップ 2 — ピークまでの時間、そして走査速度の壁。 放射計の式 (D.5) より、一つの同調点で目標有意度に達するための積分時間は

$$t_{\text{peak}} = \left(\frac{\text{SNR } k_B T_{\text{sys}}}{P_{\text{sig}}} \right)^2 \Delta\nu_{\text{eff}}, \quad \Delta\nu_{\text{eff}} \simeq 2.9 \text{ kHz}, \quad (\text{D.10})$$

であり、したがって整合したライン上で設計 SNR に達するのに要するのは、サブアレイあたり数秒のライブ時間であって（ベンチマークでは 5σ まで 12.8 s、表 29）、第一世代の探索がとった複数年にわたる単一装置のキャンペーンではなく、二基のサブアレイは積み重ねれば露出を合算する。帯域 B を覆う走査コストは走査速度の壁 (D.6) から従い、 $t_{\text{scan}} = B (dt/d\nu)$ であって、 $g_{K\gamma\gamma}^{-4} B_0^{-4} V^{-2}$ としてスケールする — 設計を決定づける急峻な依存性である。

ステップ 3 — 一年が窓を覆う。 予言は窓 $\nu_K \in [1.59, 2.13] \text{ GHz}$ であり、梯子アンテナのもとで (C.21) の七つの段がその上に印を付けられている。KAXIO の運転計画（第 X 部）は、まずベンチマークの段に張り付き、次に、その帯域に到達する空洞セットと、帯域全体に分割したサブアレイとで、窓の各帯域を DFSZ 深さで掃引し、一度きりのセット交換の前にその帯域の段に張り付く。窓の幅が 0.54 GHz、空洞帯域幅が 20 kHz、整合ラインでの 5σ 滞在時間が 12.8 s であるため、KAXIO

のパラメータに対する壁の速度 (D.6) での掃引はライブ時間で数日の問題であり、プロトコルのオーバーヘッドを含む全プログラムは一年のプログラムとなる:

$$t_{\text{window}} = \frac{B}{\Delta\nu_{\text{cav}}} t_{5\sigma} \simeq \frac{544 \text{ MHz}}{20 \text{ kHz}} \times 12.8 \text{ s} \simeq 97 \text{ h (live, one sub-array)}, \quad t_{\text{program}} \lesssim 1 \text{ yr, (D.11)}$$

その後には、ラインが記録されているか — 段の上であれば、梯子アンザッツのもとで Ξ_{cap} を読み取り、段の間であれば、アンザッツを退け、窓の残りの全域で本数テストを走らせる — あるいは DFSZ 深さの窓の全体が排除され、F-Kaxion-1c が発火するか、そのいずれかである。KAXIO がカクシオンを単に探索するためではなく決着させるために作られているというのは、この意味においてである。

D.4 発見週の誤差バジェットと判定

第 IX 部は、発見週のデータをあらかじめシミュレートし、そこから判定を読み取る。本コースは、それらの判定の背後にある誤差バジェットを一箇所に集め、どの系統誤差が判定を動かし、どれが相殺するかを読者が見て取れるようにする。

二つの誤差の種類。 すべての観測量は、 $1/\sqrt{t}$ で落ちる統計誤差（放射計の法則）と、そうならない系統誤差とを伴う。系統バジェットはハロー支配的である：局所暗黒物質密度は $\pm 22\%$ の精度でしか知られておらず ($\rho_{\text{loc}} = 0.45 \pm 0.10 \text{ GeV cm}^{-3}$)、これは振幅・装置系の合計 $\pm 7.7\%$ を圧倒する。しかし — そしてこれが設計原理である — ハロー系統はコモンモードである：それはすべてのハロスコープの信号を同一に再スケールするので、検出時間は動かすが、同定の判定を動かすことは決していない。

判定と、そのバジェット。 判定は反証子と本数テストに対応する:

1. **形状**（ハローの確認）。張り付いたラインは、予言された振動数においてブーストされたマクスウェル型の凝縮体形状に一致する。較正の後には統計誤差のみ; ν_K に関する理論側の窓は帯域走査のコストであってパネル内の誤差ではなく、別途価格が付けられる（付録 C.5）。
2. **変調**（ハローの確認）。ラインのエネルギー重心は ν_K にあるその端より $\simeq 1375 \text{ Hz}$ 上に乗り、振幅 $\simeq 74 \text{ Hz}$ で年周期に呼吸する; 恒星時の日周シグネチャは $\simeq 1.3 \text{ Hz}$ である。これらは $\pm 10\%$ のモデル系統誤差を伴うハローモデルの特徴である; その診断力は、どちらの周期も実験室のアーティファクトでは再現できないという点にある。日周シグネチャは単一の空洞の手の届く範囲になく（フルデューティの一年でも 1σ 未満） — KAXIO の開口（付録 D.3）が買い取るために存在する観測量である。
3. **本数**（第 VI 部の本数テスト）。一つの段に同調した単一モードの空洞は、 $Q_L = 10^5$ において離調したトーンに対し $\simeq -74 \text{ dB}$ だけ盲目である; Q_L 上の $\pm 5\%$ は、 74 dB の抑制に対してこれを $\mp 0.4 \text{ dB}$ 動かすにとどまる — 四桁の余裕で系統誤差に耐える。このテストは意図的な行為であり — サブアレイを分割し、他の段を問い合わせる — 張り付いた SNR では各段の判定は一日以内に出る。

なぜ発見が取り違えられ得ないのか — そしてなぜ反証が議論の余地のないものになるのか。 幾何を担う判定（位置、窓、そして本数）は、ハロー系統から自由になるように設計されている — 囲い

とアドレスは振動数のデータであり、本数は窓に対するイエスかノーかの問い合わせである — ので、それらはバジレットの最も短く、最も清潔な行に位置する。本物の発見を紛れのないものにすると同じ数字が、反証を死亡証明書にする：形状に合致せず、季節を通じて静止し、窓の外にあり、あるいは DFSZ 軌跡から外れたラインは、アノマリーにはならない — それは較正された配置を反証する；窓の内側の相方は本数を反証し、登録された一つのモードを名指す。ロックされた数によって確認される理論は、そのいずれか一つによってキルされ得るのであり、カクシオンは同じデータから両方の判定を受け入れる。

E 登録簿、監査、ロードマップ

本ブロックは、読者と将来の共著者が必要とする帳簿である：閉包パイプラインを一行ずつ再実行する端から端までの数値監査、主張と反証子の登録簿、各カクシオン数値がどの親論文から何を継承するかの表、名前を持つ定理と予想をその状態とともに並べたデッキ、そして各々の未解決の予想を定理に変えるのはどの一つの計算かを述べる昇格ロードマップである。

E.1 統合ベンチマーク監査：閉包パイプラインの端から端まで

第 V 部のすべての数値を、評価順に、入力を左に置いて示す。表 39 が監査そのものである：上から下へ読めば閉包パイプライン全体を再実行し、各行はその上の行のみを消費し、最終行は観測された残存密度を丸めの範囲内で返す — 連鎖が閉じることの往復チェックマークである：

表 39: 端から端までの監査。本付録が監査する解析的足場の入力であり、これは記録の計算ではない（第 25 節）： $\chi_{\text{QCD}}^{1/4} = 75.5(5)$ MeV, $b = 4.08(20)$, $T_{\text{QCD}} = 0.150(15)$ GeV, $g_* = g_{*s} = 73$, $f_K = 7.1 \times 10^{11}$ GeV, 目標 $\omega = 0.1215(18)$, $M_{\text{Pl}} = 1.221 \times 10^{19}$ GeV, $s_0 = 2891 \text{ cm}^{-3}$, $\rho_c/h^2 = 1.0537 \times 10^{-5} \text{ GeV cm}^{-3}$ 。すべての入力を印字してあるのは、連鎖を信用に頼るのではなく独立に再計算できるようにするためである。

手順	式	値
感受率	$\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$	$5.70(8) \times 10^{-3} \text{ GeV}^2$
規格化（見積もり）	式 (25.1), $f = 10^{12} \text{ GeV}$, $\theta_i = 1$	$\Omega h^2 = 0.090$
規格化（積分）	式 (12.2)、同じ入力	$\Omega h^2 = 0.135$ （採用）
相互検証	コホート外の式、 $9 \times 10^{11} \text{ GeV}$ で 0.12	同じ内容
崩壊定数	較正済み；キャップ荷重 $\Xi_{\text{cap}} = 43$	$f_K = 7.1 \times 10^{11} \text{ GeV}$
質量	$\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}/f_K$	$m_K = 8.1 \times 10^{-15} \text{ GeV} = 8.1 \mu\text{eV}$
振動数	$241.80 \text{ MHz} \times m[\mu\text{eV}]$	$\nu_K = 1.95 \text{ GHz}$ （一本のライン；窓 1.59–2.13 GHz）
ミスアライメント角	足場: $(0.1215/0.135)^{1/2}(10^{12}/f_K)^{0.583}$	1.16 rad; 記録: 1.22 調和、 1.18 余弦
開始	$T_{\text{osc}}^{6.08} = m_K T_{\text{QCD}}^{4.08} M_{\text{Pl}}/42.6$	$T_{\text{osc}} \simeq 1.0 \text{ GeV}$; $t_{\text{osc}} \simeq 0.3 \mu\text{s}$
開始時の質量	$(0.15/1.0)^{4.08}$	$m_K(T_{\text{osc}}) \simeq 4.4 \times 10^{-4} m_K(0)$
往復	$\theta_i = 1.18$ での順方向の積分	$\Omega h^2 = 0.1215 \checkmark$
結合の括弧	$8/3 - 1.92(4)$	0.75(4)
結合	$0.75/(137.036 \cdot 2\pi f_K)$	$g_{K\gamma\gamma} = 1.23 \times 10^{-15} \text{ GeV}^{-1}$
寿命	$64\pi/(g_{K\gamma\gamma}^2 m_K^3)$	$1.7 \times 10^{50} \text{ s}$

E.2 主張と反証子の登録簿

定理対予想のマスター台帳は表 13 である。登録された反証子を、記録のために再掲する：**F-Kaxion-1c**（唯一の窓 $\nu_K \in [1.59, 2.13]$ GHz の DFSZ 深さでの排除、式 36.1）と **F-Kaxion-1d**（その窓の外側の任意の振動数における、確認されたコンパクト角的なライン：予言は唯一であるから、位置が誤っていれば反証となる）；**本数テスト**（最初のラインと同じグレードで確立された窓内の第二のラインは、本数 T-Kaxion-5 を反証し、登録された軽いモードを名指す）と**アドレス**、すなわち **F-Kaxion-1e**（DFSZ 軌跡から外れた窓内のラインが $> 5\sigma$ で確認されること。これは $E/N = 8/3$ と定理級のシートを反証する）；**F-Kaxion-1a** と **1b** — 相方のトーンとチャンネル比 — は二重項とともに退けられ（第 VI 部）、その識別子は未割り当てのまま保たれ、走査が窓を横切る場所ではどこでも、本数テストがハードウェア費用ゼロでそれらを置き換える。憲法上の登録: GG-A1-Constitution P7 とそのキル条件。本論文のコホート全体にわたる識別子の族は、プログラムの Prefix-Suffix- N 規約のもとで、**T-Kaxion- N** （定理、第 II–VI 部）、**F-Kaxion-1c–1e**（反証子、上記; 1a/1b は退けられた）、**O-Kaxion-1–69**（反論、第 XIV 部）、**PS-Kaxion-1–8**（解決された問題、第 72.1 節）、そして **I-Kaxion-1–10**（構造的革新、第 72.2 節）である。本数テストとアドレスは、親論文の登録された勘定と DFSZ への配置とを、較正とは独立に検証する; (c) は較正された配置と、囲われたものとしての梯子を検証する; (d) は配置を、あるいはランダム化された角度の質量においてはピン止めの予想を検証する。事前に宣言された数値的な決定則: 本数テストは、最初のラインと同じグレードで確立された窓内の第二のライン（ハローのラインシェイプを持ち、同じ拒否条件を生き延びる持続的な超過）で発火する; アドレスは、DFSZ 軌跡から外れた確認されたラインが $> 5\sigma$ であるときに発火する; F-Kaxion-1c は窓の全域で $g_{90} \leq 0.8 g_{\text{DFSZ}}$ となるときに発火する; F-Kaxion-1d は、その外側の確認されたコンパクト角的なラインで発火する。

E.3 論文間の継承表

カクシオンは自立してはいない: それが予言するすべての数値は、GG-Theory コホートの上流で証明された定理から継承されており、本論文の任務はそれらの定理を展開することであって、再証明することではない。表 40 は、主要な各量について、親論文と、それが由来する具体的な結果とを名指す — 読者が来歴を監査するために必要な台帳であり、学生がより深く進むために必要な読書リストである。

表 40: 各カクシオン数値が何を、どこから継承するか。「本論文」は、継承された定理が標準物理の入力と出会って観測量を生む展開の段階を示す。中央の列にコンパニオン論文が名指されていない行があれば、それは本論文が獲得していない主張ということになるが、そのような行は一つもない。

量	親／出典	継承される結果
バルクの幾何、整数 $(1, 3, 5; 7, 35)$	Arisaka (2026, A2-GG6)	スケール + 位相を持つ 6D バルク; $K = 35$ を 固定する OGN-5 台帳
二形式 B_2 、 $2/5$ のバリオンのトレース比	Arisaka (2026, A3-BI6)	BI-6 アノマリー恒等式; ロックされたベクトル $(1, -1, -\frac{2}{5}, -\frac{2}{5})$
境界則、カレントのパッケージ	Arisaka (2026, A5-GDOS)	ポータルを許す GDOS 射影
アトラクター選択、単一パッチ	Arisaka (2026, A6-GRIP)	GRIP カスケードがカク シオンを GGA として産 み／選び／安定化する
$5:2$ のカレント・ロッキング	Arisaka (2026, A7-Qi4)	$(L, L - N) = (5, 2)$ を固 定する四カレント恒等式
$E/N = 8/3$ 、 $\alpha^{-1} = 2^J$	Arisaka (2026, A9-SM)	SU(5) のハイパーチャー ジ規格化; DFSZ 線
目標 $\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/(2\pi^2)$	Arisaka (2026, A10-Cosmos)	π にロックされた在庫; 残存量が飽和させねば ならない存在量
基底状態の選択	Arisaka (2026, A11-Origin)	GGA: カクシオンは唯一 の最深真空である
ロック・クラスターの従兄弟 $M_{\text{lock}} = 3.85 \text{ TeV}$	Arisaka (2026, P1-KK)	TeV ロックで読まれた 同じ $K = 35$
質量 $m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$	本論文 + 格子 QCD	pNGB 関係式、 f_K は一 度だけ較正される

E.4 名前を持つ定理と予想のデッキ

表 41 は、本論文が何を証明し、何を囲うかの正直な台帳である。それは、定理級の主張（幾何と標準物理によって強制され、連続的な自由度を持たない）を、予想で囲われた主張（それぞれが名前の付いた、読者が検証できる単一の計算に依存する）から分離し、それぞれに状態を与える。発見の図が何に依存しているかは、手を振って済ませるのではなく正確に述べる価値がある：結合シートは定理級、本数は導出条件付き、そしてアドレス 1.95 GHz は較正（O14）と C-Kaxion-b を担う；退けられた行は、撤回された二重項配位の記録として残してある。図はベンチマークのアドレスで描かれているので、その囲いを継承する。

表 41: 本論文の主張、グレード付き。T = 定理級; D* = 導出条件付き（導出は完結しており、その前提は名前の付いた未解決の計算に依存する）; C = 予想で囲われたもの（昇格まで名前の付いた計算が一つ、付録 E.5 を見よ）; A = アンザッツ（キャップ荷重の梯子、第 26.3 節）。本論文が行うすべての主張が一度ずつ、そのグレードと、それを昇格させるのに何が必要かとともに現れる。T は定理級である; D* は、前提が名前の付いた未解決の計算である、完結した導出である; C は名前の付いた単一の計算によって囲われており、その計算は身振りで示されるのではなく名指されている。グレードは、議論の各部が結果を論じる前に割り当てられているので、読者はこの表を開いたまま、途中でグレードが良くなっていないことを確認できる。

ID	主張	グレード	依存先
T-Kaxion-1	強制されたコンパクト角の擬スカラーが存在し、かつ軽い	T	シフト対称性; 双対化 (付録 C.1)
T-Kaxion-2	$m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ (グルーオン・ポータル)	T	PQ 機構 + 格子 (付録 C.3)
T-Kaxion-3	$E/N = 8/3$: カクシオンは DFSZ 線の上に乗る	T	SU(5) 規格化 (付録 C.3)
T-Kaxion-4	バリオンの台帳の項目は X_4 の $-2/5$; M_{lock} 以下にチャンネルなし	T	アノマリー台帳 (付録 C.4)
T-Kaxion-5	QCD に結合した軽い角度は一つ: 本数	D*	モード解析 (GG-A3-B16、グリーン-シュワルツ・テンソルの自己双対性; O13/O14)、五つの登録された露出に条件付き (第 9.4 節)
C-Kaxion-a	(退けられた) 撤回された二重項の $1/K$ 分裂	—	本数とともに退けられた (第 VI 部)
C-Kaxion-b	$\Xi_{\text{cap}} = K + N + L = 43$ (絶対質量; 梯子はアンザッツである)	C	キャップ荷重を定義する計算で、未だ定式化されていない (第 26.4 節)
C-Kaxion-c	$\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/(2\pi^2)$	C	閉パケット予想、予想 VIII / T-Cosmos-17 (Arisaka (2026, A10-Cosmos))
C-Kaxion-d	インフレーション期のピン止め、 $m_{\text{pin}} \gg H_1$	C	GG-A10-Cosmos の一次インフレーション上での角度のポテンシャル (第 13.5 節)
MC	ミスアライメントの完全性: 凝縮体は π にロックされた取り分の唯一の飽和者である	C	GG-A10-Cosmos の予想: 台帳に第二の冷たい成分はなく、遅い時期のエントロピー注入もない (第 15.3 節)
梯子アンザッツ	窓は、較正されたベンチマークの周りの離散的なキャップ梯子 $\Xi_{\text{cap}} \in \{35, \dots, 47\}$ である	A	アンザッツの条項 (ii)–(iii) (第 26.3 節); どの段からも外れたラインによって退けられる
F-Kaxion-1c–1e	生き残ったマスター反証子 (1a/1b は二重項とともに退けられた)	—	上記を、キル条件として読んだもの

E.5 未解決項目の昇格ロードマップ

デッキの中のすべての予想は意図的に囲われており、そのそれぞれは、名前の付いた有限の計算一つによって定理へ昇格し得る — 新しい物理や新しいデータによってではない。表 42 はそれらを優先順に並べ、各々を決着させるであろう計算と、決着させたことの帰結とを添える。これは本論文自身のやることリストであり、このプログラムに入る学生にとって自然な問題の集合である。

表 42: 未解決項目、各々を昇格させる単一の計算、そして見返り。鋭さの順に並べてある。三つの列: 未解決項目、それを閉じるであろう単一の計算、そしてそれを閉じることで得られるもの。順序が重要度ではなく鋭さによるのは、漠然とした未解決問題には取り組みず、鋭いものには取り組めるからである。各行は誰かが明日にでも着手できる仕事であり、それがこの表の満たそうとしている基準である。

未解決項目	それを昇格させる一つの計算	見返り
$\Xi_{\text{cap}} = 43$ (C-Kaxion-b)	Arisaka (2026, A3-BI6) の許容類 (これはオービフォールドのキャップを持たない) の上で、キャップ荷重を定義する計算を定式化する: 多様体、類、そして被積分関数; そのうえで、O14 の向き付けの計算とともにそれを評価する	七つの値からなる窓を一点に潰すか、あるいは梯子アンザッツを退ける; 絶対質量を固定する
向き付けの規約 (O14)	反自己双対セクターの向き付けの規約とキャップの規格化を導出する	残留物がどちらのカイラル・ノルムを担うかを決める; 現在の読みではいずれも較正された f_K を再現しない (付録 C.1) ので、この計算は欠けている因子を供給するか、さもなければ較正を退けるかのいずれかとなる
π 在庫 (C-Kaxion-c)	Arisaka (2026, A10-Cosmos) における閉パケット予想 (予想 VIII、補題 VIII) を決着させる	$\Omega_m = 1/\pi$ を定理に変える; 宣言された時期の入力は較正のまま残る
ミスアライメントの完全性 (MC)	Arisaka (2026, A10-Cosmos) の歴史において、コンパクト角の凝縮体が在庫の唯一の飽和者であることを示す: 台帳に第二の冷たい成分がなく、遅い時期のエントロピー注入もないこと	閉包を、無矛盾性の言明から角度の導出へと変える; 測定された第二の暗い成分、あるいは在庫に届かない Ω_K を持つラインの発見は、これを反証する
インフレーション期のピン止め (C-Kaxion-d)	Arisaka (2026, A10-Cosmos) の一次インフレーション背景上でコンパクト角の有効質量を計算し、それがロック交差より下で切れることを示す	単一パッチの歴史を、仮定されたものから導出されたものへと変える; あるいは、もし $m_{\text{pin}} \lesssim H_1$ ならば、ラインを $\gtrsim 6$ GHz (ミスアライメントのみ) へ、窓の外へと動かす
核子スピン・シート	KSVZ 級のカイラル計算を他の完備化クラスへ拡張する	アーカイブされたスピン・ポート記録の完備化依存性に限界を与える
質量を持つ塔への流入 (O13)	アノマリー流入の帳簿づけを、質量を持つバリオンのな塔を通して運ぶ	終端と塔のスペクトルとの間の登録されたギャップを閉じる

F 以前の改訂が担っていた撤回済みの読み: その記録

本論文の以前の改訂は、現改訂が担っていない三つの読みを担っていた: 二重項 — $\Delta\nu/\nu = 1/K = 1/35$ で分裂した二本の軽い QCD 結合トーン — を本論文の第一の指紋とするもの; 電磁ポートとバリオンの (スピン) ポートとのあいだのチャンネル比 $P_B/P_\gamma = 25/4$ を第二とし、それを読むために設計された高調波ブースターの装置構想を伴うもの; そしてその二つから組み立てられた四ピーク同時計測テンプレート。三つとも、アノマリーのコンパニオン論文が一度も供給しなかった前提 — 第二の軽い QCD 結合角 — に依拠しており、三つともそのコンパニオン論文の登録されたモード解析 (グリーン-シュワルツ・テンソルの自己双対性に関する節) によって撤回される: 反自己双対テンソルはちょうど一つの軽い擬スカラーを残し、何も食われず、 $U(1)_B$ を終端させる境界条件は M_{lock} 以下にバリオンのチャンネルを残さず、本数は一である (第 VI 部)。本論文の本文は生き残った主張のみを述べ — 囲われた窓の中の単一のライン、DFSZ アドレス上に、ただ一本 — 撤回された装置立ては一切担わない。本節は、版を比較する読者が変更を発見するのではなく見て取れるよう、撤回されたものの記録を、それを担っていた改訂自身の言葉で集めたものである。ここにあるものは何一つ本論文の主張ではない。撤回された読みの背後にある導出コースは、アーカイブ済みと印を付けたうえで、付録 F.6 および F.7 に、また以下の第 F.9-F.10 節のアーカイブ済み二ポート連鎖と反転ステップに保たれている; 付録 C.4 および D.2 の生きたコースは、その撤回注記のみを担う。

F.1 二重項と $1/K$ 分裂

撤回が記録されたときの言葉。 本論文の以前の改訂は、両方向を軽いものとして担っていた: $1/K$ で歯車比を組んだ二重項であり、双子ピーク分裂 $\Delta\nu/\nu = 1/35$ を本論文の第一の指紋、整合チャンネルの電力比 $25/4$ を第二とするもの; さらに後の改訂は、その代数をゲージ化されていないセクターのスペクトルとして残し、 $U(1)_B$ ベクトルにテンソルのシフトを食わせて、ホロノミー・モードを単一のラインとして残し、パートナーは $\sim 10^{13}$ GeV で吸収されるとした。両方の読みは撤回され、その理由は一つである: 第二の軽い QCD 結合角という前提はアノマリーのコンパニオン論文から一度も供給されず、その登録されたモード解析 (GG-A3-BI6 の自己双対性の節、O13/O14) は本数を一に確定させる — 反自己双対テンソルはカイラリティごとにちょうど一つの軽い擬スカラーを残し、物理的なクラス上には一方のカイラリティのゼロモードのみが存在し、 $U(1)_B$ ベクトルは何も食わないディリクレ境界条件によって終端される。軽いパートナー・トーンは存在せず、 $1/35$ 分裂も、 $25/4$ チャンネル比も、 10^{13} GeV の縦成分 Z'_B も存在しない; Z'_B は一つの質量 $M_{\text{lock}} \approx 3.85$ TeV を担い、カクシオンは完全な X_4 結合を伴うテンソルの残余である。二重項の装置立てから生き残るのは、その最も安価な測定を、ヌル・テストとして枠を取り直したものである: 窓を横切る任意のスキンの対をなす再ビンギは、何のコストもかからず、本数を検定する (第 VI 部)。

第 VI 部が置き換えたもの。 以前の改訂は、この部を双子ピークに充てていた: $\Delta\nu/\nu = 1/K = 1/35$ で分裂した二重項であり、テンソルの双対とカラーを持つウィルソン線との二場の歯車比から読まれ、整合チャンネルの電力比 $(5/2)^2 = 25/4$ を第二の指紋とするもの; 中間の改訂は二重項をゲージ化されていないセクターのスペクトルとして残し、 $U(1)_B$ ベクトルが一つの組み合わせを食うことで動力学的にそれを退けた。この装置立ては — 前提も、代数も、ドクトリン・ボックスも、そのすべてが — アノマリーのコンパニオン論文の登録されたモード解析 (GG-A3-BI6、グリーン-シュワルツ・テンソルの自己双対性; O13/O14) によって撤回される: 第二の軽い角度は初めから存在せず、何も食わ

れず、本数は一である。置き換えの主張が装置にとって重要な唯一の意味でより強いがゆえに、撤回は消去されるのではなく記録される：単一のラインは二重項よりも清潔なヌル仮説であり、二重項の装置立てはちょうど一つの形で生き残る — 以下の本数テスト、すなわち本論文が求める最も安価な識別測定として。

F.2 チャネル比とスピン・ポート

/以下の本文は、以前の改訂が担っていたままの第 VIII 部のスピン・ポートの節であり、見出しの階層を除いて変更なしにここへ移された。その標的 — 25/4 チャネル比 — は撤回されている；そこで引用される KSVZ 級のスピン結合は保たれ、第 VIII 部は装置抜きでそれらを述べる。]

原理 — そしてその標的の撤回。 構想 B は、以前の改訂の第二のロックを読むために設計された：同じ凝縮体の中の電磁ポートとスピポート — 核あるいは電子 — であり、デコンボリュートされた電力比を 25/4 に狙いを定めたものである。その標的は二重項とともに撤回される（第 VI 部）： $U(1)_B$ を終端させる境界条件は M_{lock} 以下にバリオンのチャネルを残さず、したがって整合した一対の受信機が読むべきゲージ化された比は存在しない。カイラル・レベルで生き残るのは、KSVZ 級のシートの上の通常の核子および電子のスピン結合であり、そのシートはその評決とともに刷られねばならない： $(\mathbf{3}, 1, \frac{2}{3})$ 表現の KSVZ 級の重クォーク補完に対して $C_p = -0.47 \pm 0.03$ および $C_n = -0.02 \pm 0.03$ (Grilli di Cortona et al., 2016) であり、電子結合はループ抑制されて $C_e \sim 3 \times 10^{-4}$ である — そして $f_K = 7.1 \times 10^{11}$ GeV では、これらのポートのいずれもが、有用なタイムスケールでは以下の装置クラスの手の届かないところにある。電子マグノン・ポートは、この f_K において標的を持たない。したがってスピン・ポートはアーカイブされる：以下に続く工学が記録されるのは、それが本計画のなお必要とするかもしれない健全な技術であるがゆえに — そして構想をその記録なしに退けることは変更を隠すことになるがゆえに — であって、本論文がなおそれに測定を供給するからではない。スピン・ポートは核子チャネル（NMR 級、CASPEr 型 (CASPEr Collaboration, 2021)）あるいは電子チャネル（強磁性マグノン級）に結合する；共鳴にはラーモア周波数を ν_K に整合させることが必要である。

ラーモアの算術。 スピン・ポートは周波数剛的であり、 $\nu_L = \gamma B$ で、 $\gamma_p = 42.58$ MHz/T（陽子）および $\gamma_e = 28.0$ GHz/T（電子）である。カクシオンの窓では、

$$\nu_K = 1.95 \text{ GHz} : \quad B_e = (70 \pm 7) \text{ mT}, \quad B_p = 45.8 \text{ T (impractical)}, \quad (\text{F.1})$$

であるから、実用的なスピン・ポートは電子チャネルである：構想 A の空洞と並んで運用される (70 ± 7) mT の強磁性マグノン・ハイブリッド — 風変わりな磁石ではなく、サブテスラの磁石である。直接の核子ポートは窓においてラーモアの手が届かない；そして 25/4 の標的が撤回された以上（第 32 節）、これらの段階が測定したはずのものはもはや実験室の周波数には存在しない — 以下の記録は工学として残るのであって、測定計画として残るのではない。

F.2.1 非ラーモア核子読み出し：原理

45.8 T の壁は、結合についてではなく、一つの読み出し機構についての言明である。磁気共鳴ポートが周波数剛的であるのは、読み出し周波数を裸の磁気回転関係 $\nu_L = (\gamma_N/2\pi)B_0$ に結びつけるから

である; そのとき ν_K に達するには非現実的な B_0 が要求される。非ラーモア読み出しとは、その結びつきを断つことを意味する — 共鳴周波数を実験室の静磁場以外の何らかの経路で供給するか、あるいはそもそもスピン歳差運動ではない観測量を読むことである。ゲージ化された $U(1)_B$ ポータルが通常物質へ簡約される二つの仕方から、二つの経路が従う。

軸性 (スピン) 簡約。カイラルに簡約すると、 $a F_B \tilde{F}_B$ 演算子は核子スピンへの有効結合を誘導する — 「アクシオン風」 $\sim (\partial_\mu a) \bar{N} \gamma^\mu \gamma_5 N$ — CASPEr 級の装置が読むのと同じ観測量である (CASPEr Collaboration, 2021)。45.8 T の印加磁場なしにそれを ν_K で共鳴させるには、磁場を内部で供給する (構想 B') か、応答をアップコンバートする (構想 B'')。

ベクトル (電荷) 簡約。 $U(1)_B$ がゲージ化するのはバリオン数であり、スピンではなく核子数に比例するスカラー電荷である。したがってその最も忠実な読み出しはそもそも歳差運動ではなく、バリオン密度への結合である — ν_K で塊状物質に働く振動する組成依存の力であり、磁石もスピンもなしに機械的に読まれる (構想 B''')。この経路は $U(1)_B$ がゲージ化するまさにその量を読むものであり、スピン・ポートの概念的な補完物である。

我々は三つすべてを記録する。いずれも、退けられた整合比テストのためのバリオンのポートの候補として展開されたものである; いずれも同じモデル・レベルの入力 — ポータル結合を装置応答へ変換するカイラル簡約 — によって囲われており、いずれも今や、標的を供給する枠組みを待つアーカイブ済みの技術として立っている。

F.2.2 構想 B': 内部磁場 (超微細増強) 核マグノン共鳴

筆頭候補。磁気秩序を持つ結晶の中では、原子核は印加磁場を感じない; それを感じるのは、秩序化した電子モーメントの超微細磁場 B_{hf} であり、これは日常的に数十から数百テスラに達する。これにより核共鳴は、ゼロあるいは小さな印加磁場のもとでギガヘルツ帯へ押し上げられ、

$$\nu_n = \frac{\gamma N}{2\pi} (B_{\text{hf}} + B_0), \quad (\text{F.2})$$

そして決定的なことに、電子系は原子核への rf 駆動とその放射信号の双方を、超微細増強因子 $\eta \sim B_{\text{hf}}/B_a \sim 10^2\text{--}10^4$ だけ増強する (B_a は異方性磁場) (Turov & Petrov, 1972); 増強されたマグノン・ポートの電子スピン版に当たるのが、量子限界の QUAX 強磁性ハロスコープである (Crescini et al., 2020)。秩序化した原子核を見渡すと、窓を挟み込む:

$$^{55}\text{Mn} (\text{MnF}_2) : \nu_n \simeq 0.66 \text{ GHz}; \quad ^{159}\text{Tb} : \sim 3 \text{ GHz}; \quad ^{165}\text{Ho} (B_{\text{hf}} \sim 7\text{--}8 \times 10^2 \text{ T}) : \sim 6\text{--}7 \text{ GHz},$$

であるから、材料工学にサブテスラのトリム磁場 B_0 を加えれば、増強された遷移を $\nu_K = 1.95 \text{ GHz}$ に置くことができる — 共鳴周波数は、45.8 T の磁石によってではなく結晶によって供給される。三つの定量的な利点が、これを自然なバリオンのポートにしている。

(i) ほぼ一に近い熱的偏極が、ただで得られる。共鳴周波数において、核ゼーマン・ギャップは 1.95 GHz で $h\nu_n/k_B = 93.6 \text{ mK}$ である; $T = 10 \text{ mK}$ の希釈冷凍機の中では、平衡偏極は

$$p = \tanh \frac{h\nu_n}{2k_B T} = \tanh(4.68) = 0.9998, \quad (\text{F.3})$$

であるから、アンサンブルは動的核偏極なしに本質的に完全に偏極している — 従来の NMR 探索が作り込まねばならない「凍結コア」が、ここでは熱力学的な基底状態である。

(ii) 稠密でコヒーレントなスピン浴。 1 cm^3 の結晶は $N \sim 2 \times 10^{22}$ 個の共鳴核を担う; 増強された横磁化は同調した rf 共振器に結合し (あるいは構想 A のマイクロ波モードと直接ハイブリッド化し)、量子限界のジョセフソン・パラメトリック増幅器、あるいは望ましくは 1.95 GHz の単一マイクロ波光子計数器によって読まれる。

(iii) 組み込みの整合。このポート自身が、光子空洞と同じ低温体積の中にある共鳴した偏極済みの $Q \sim Q_a$ 受信機であるため、その装置因子は光子ポートが見るのと同じ凝縮体に対して較正される — 任意の二チャネル比測定が要求するであろう整合構成であり、それを供給する未来の枠組みが何であれ、そのためにここに記録しておく。

F.2.3 構想 B'': ヘテロダイン (アップコンバート) 核読み出し

通常の材料と磁場を用いる橋渡しの技術。偏極した核アンサンブルを穏やかな磁場に保持して、その裸の遷移が $\nu_0 \sim$ 数十 MHz にあるようにし、スピンを着衣させる強い rf 「ポンプ」を ω_p で印加する; そのとき ω_K のカクシオンは、直接の共鳴としてではなく $\omega_p \pm \omega_K$ のサイドバンドとして現れる。周波数変換 (ヘテロダイン) 読み出しは、すでにアクシオン-光子ハロスコープを裸の空洞帯域の外へ拡張している; そのスピン版は、低磁場の核試料を 45.8 T ではなく数テスラの静磁場で ν_K に応答させる。変換効率とポンプに誘起される雑音は較正されねばならず — したがって B'' は B' ほど清潔な比測定装置ではない — しかし作り込まれた超微細材料を必要とせず、B' の結晶が開発されるあいだの自然なパスファインダーである。

F.2.4 構想 B''': バリオン数の力の読み出し

概念的に最も清潔なポートであり、ベクトル電荷を直接読むもの。カクシオンのゲージ化された $U(1)_B$ 結合は、稠密な「源」質量を、そのカクシオンで変調された場が「試験」質量に振動する等価原理を破る加速度を及ぼすようなバリオン数電荷にし、その振幅はバリオン数と質量の比 N_B/m — 核の結合と中性子過剰を通じて物質ごとに異なる — によって決まる。信号は ν_K における力であり、そのラインに同調した光機械的あるいは浮揚型の共振器で検出される (Carney et al., 2021) — 静磁場も、スピン偏極も、ラーモア条件も要らない。二つの正直な制約が、計画の中でのその位置を定める。第一に、 $U(1)_B$ ゲージ・ボソンは重い (コンパニオン論文 P1-KK のレプトフォビックな TeV ベクトル) ため、いかなる長距離のバリオンの力も湯川の的に殺される; 読める演算子は核子数の局所的でアノマリー誘起の変調であり、その実験室での規格化は B'/B'' と同じカイラルの囲いを担う。第二に、 1.95 GHz の機械的共振器は光機械結晶技術の最前線にあり、したがってこの構想は広帯域探索として最も自然であるか、あるいはギガヘルツ級の光機械系を待つことになる。したがって我々は B''' を、窓の最初の装置としてではなく、B' に対する磁石不要の補完物として登録する。表 43 は三つの構想を — 読む結合、共鳴の経路、技術的成熟度、そして段階的な計画の中で各々が果たす役割を — 比較しており、その読みの順序がそのまま推奨である: B' を第一に、B'' をアップコンバージョンの代替として、B''' を長期の補完物として。

表 43: 窓 $\nu_K = 1.95$ GHz におけるバリオンの (核子) ポート: 二つのラーモア参照行と三つの非ラーモア構想。「読むもの」は各ポートがアクセスするチャンネルを名指す; 核子行すべての絶対規格化は第 VIII 部の KSVZ 級のシートを担い、これらのポートが検定するために設計された比は撤回されている (第 VI 部) — 本表はアーカイブ済みの工学的記録として残る。

ポート	静磁場	共鳴を決めるもの	読むもの	状況／読み出し
直接陽子 NMR (ラーモア)	45.8 T	印加磁場 $\gamma_p B_0$	核子スピン (g_{KBB})	窓では非現実的 (参照行)
電子マグノン (ラーモア)	70 mT	印加磁場 $\gamma_e B_0$	電子スピン (g_{ae}^{eff})	成熟、QUAX 級 (Crescini et al., 2020); 読むのは J_e ロックであって J_B ではない
B' 内部磁場核	$\lesssim 1$ T トリム	超微細 $B_{\text{hf}} \sim 10\text{--}10^2$ T	核子スピン (g_{KBB})	筆頭; 10 mK で $p = 0.9998$; 増強 rf + JPA / 光子計数器
B'' ヘテロダイオン核	数 T	ポンプ・サイドバンド $\omega_p \pm \omega_K$	核子スピン (g_{KBB})	パスファインダー; 通常の NMR 材料; 変換の較正
B''' バリオン数の力	なし	機械モード $= \nu_K$	バリオン数 ($U(1)_B$ 電荷)	磁石／スピン不要; GHz 光機械系の最前線; あるいは広帯域

核子ポートを律速するもの。 三つの構想は、一つの律速要因と一つの美点を共有する。律速要因は絶対的な大きさである: いかなる核子ポートも必要とする積分時間はカイラル・レベルのスピン結合によって決まり、上のシートはこの f_K でそれを手の届かない値に見積もる; 金属に先立つべき理論の成果物である。美点は、高調波ブースターの観測量が共有された凝縮体の中の比であることである: ρ_{loc} 、ハローの速度分布、コヒーレンス時間が相殺するため、系統誤差の予算は同じ場所に置かれた二つのポートの相対較正へと帰着する — 実験が制御できる唯一の量である。記録が保つ順序は次のとおり: 電子ポートがまず整合比の方法を実証するはずであった; B' は、そのカイラル較正が手に入り次第、バリオンのポートの R&D 標的であった; B'' と B''' はパスファインダーと磁石不要の補完物である。

F.2.5 実現可能性の帯: 信号、積分時間、そしてカイラル係数

核子ポートが待つ唯一の数は切り分けることができ、その影響も限界づけられるので、「カイラル計算待ち」は開いたままの肩すくめではなく定量的な帯となる。有効なカクシオン-核子スピン結合を標準的な形で書けば、

$$g_{aNN} = C_N \frac{m_N}{f_K} = C_N \times 1.3 \times 10^{-12} \text{ GeV}^{-1}, \quad (\text{F.4})$$

であり、ここで KSVZ 級のシート上では $C_p = -0.47 \pm 0.03$ および $C_n = -0.02 \pm 0.03$, $m_N = 0.94$ GeV, $f_K = 7.1 \times 10^{11}$ GeV である。桁は、あらゆるカクシオン・ポータルが担う $1/f_K$ 抑制によって固定される; 無次元係数は上の KSVZ 級のシートのカイラル行列要素であり — $C_p = -0.47 \pm 0.03$, $C_n = -0.02 \pm 0.03$, $C_e \sim 3 \times 10^{-4}$ (ループ) (Grilli di Cortona et al., 2016) — もはや $\mathcal{O}(1)$ の未知量ではなく、計算済みの、しかも小さな組である。

共鳴スピン・ハロスコープは放射計として有意度を蓄積し、 $\text{SNR} \propto g_{aNN}^2 \sqrt{t_{\text{int}}}$ であるから、固定した有意度までの積分時間は次のようにスケールする。

$$t_{\text{int}} \propto g_{aNN}^{-4} \propto c_N^{-4}. \quad (\text{F.5})$$

構想 B' のベンチマーク — $N \simeq 2 \times 10^{22}$ 個の偏極核 ($p \simeq 0.9998$ 、式 F.3)、超微細増強 $\eta \sim 10^3$ 、そしてすでに検出された光子ラインと同じ場所に置かれた量子限界の読み出し — においては、スピン・ポートの確認キャンペーンが光子の発見ランと比肩しうるのは結合係数が 1 の桁である場合に限られ、係数が下がるにつれて四乗で長くなる (F.5): シートの $|C_p| \simeq 0.47$ では時間コストは ~ 20 倍、 $|C_n| \simeq 0.02$ では $\sim 10^6$ 倍であり、ループ・レベルの電子ポートはそのいずれをも超える。陽子スピン・ポートは実現可能性が視野に入る唯一の項目であり、しかもすでに見つかった信号に対してのみである; 本部の同定計画は何一つそれに乗ってはいない。

一つの事実が、この記録を担うに値するものになっている: スピン・ポートは光子検出に乗ることになる — すでにラインを見つけた装置への後付けである — ので、その積分時間は、手探りの探索にではなく、既知の信号の第二チャネルを確認することに費やされることになる。未来の枠組みがこのポートにロックされた標的を供給するならば、上記の工学こそがその出発点となる; 本論文はそれを供給しない。

F.3 KAXIO 設計の高調波ブースター・モジュール

[以前の改訂が担っていたままの第 X 部のブースター・モジュールの段落とブースター工学の節であり、見出しの階層を除いて変更なしにここへ移された。第 X 部の KAXIO 設計は、いまや二つのサブアレイのみを担う。]

高調波ブースター・モジュール (アーカイブ済み)。 スピン・ポート — 第 VIII 部の電子チャネル (構想 B) であり、第 VIII 部の結合シートとともにアーカイブされた: 計算された電子の項目はループ・レベルの $C_e \sim 3 \times 10^{-4}$ であり、この f_K ではこのポートに標的がない — は、二つの電子マグノン・ハイブリッド共振器として — マイクロ波空洞に強結合したフェリ磁性球であり、QUAX コラボレーションが実証したアーキテクチャである (Crescini et al., 2020) — $B_e = (70 \pm 7)$ mT でバイアスされ、マグノン・モードが ν_+ (第一のハイブリッド) と ν_- (第二) に位置するように実現されるはずであった。モジュールは 10 mK の磁気遮蔽された側方クライオスタットの中に置かれる: ミューメタルの筐体に能動的な補償コイルを加えて、主磁石の漏れ磁場をモジュール位置で < 0.1 mT に抑える (B_e に対する 10^{-3} の摂動であり、サーボ補正される)。ブースターの工学的要求 — 第 IX 部の囲われた入力 — は、トーンごとのライン感度 $\text{SNR}_B = 5\sqrt{t/5\text{d}}$ である; 建設前の R&D 計画 (一年間、卓上、本体建設に先立つ) は、まさにこの数値を実証するために存在し、アーカイブされた構想がそれとともに立ちもし倒れもすることを、記録が正直であるようにここに宣言しておく (ここでも以降でも、ブースターの露出時間はライブの日数で数える; ラン計画の稼働率予算がそれを暦上の時間へ換算する)。

本節は記録として担われる。ブースターは撤回された 25/4 比テストのために設計されたものであり、第 VIII 部の KSVZ 級のシートはこの f_K でそれに標的を残さない; γ のみのベースラインが計画であり、以下のいずれもランを律速しない。工学的な論証は全深度で保たれる — 結合の予算、線幅の予算、遮蔽の設計、そして第一世代の連鎖から量子限界に至る雑音の段階付け — というのも、

表 44: ブースターの結合と雑音の予算 (ハイブリッドあたり; モジュールあたり二つのハイブリッド)。可能な限り実証済みのマグノン・ハイブリッドの性能に係留した (Crescini et al., 2020); *req.* と印を付けた項目は、R&D の年によって律速される設計要求である。段階付けの行は、図 22 の「量子限界目標」の定量的な中身である。

パラメータ	値	根拠／注記
フェリ磁性体	YIG 球、 $\varnothing 2 \text{ mm} \times 10$	実証済みの材料クラス
スピン密度	$2.1 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$	YIG; 球あたり $N_s \simeq 8.8 \times 10^{19}$ 、ハイブリッドあたり 8.8×10^{20}
バイアス磁場 B_e	70.6 mT (ν_+)、68.6 mT (ν_-)	各トーン上のキッテル・モード
バイアスの一様性	アレイ全体で $\Delta B/B < 10^{-4}$	不均一広がりを従属的に保つ
単一球の結合 $g_{cm}/2\pi$	$\simeq 40 \text{ MHz}$	実証済みのクラス; アレイは $\sqrt{N_{\text{sph}}}$ でスケールする
マグノン線幅 $\kappa_m/2\pi$	$\simeq 1.0 \text{ MHz}$	ギルバート減衰 + 不均一性
空洞線幅 $\kappa_c/2\pi$	$\simeq 20 \text{ kHz}$	$Q_L = 10^5$
協同性 $g_{cm}^2/\kappa_c\kappa_m$	$\sim 10^5$	強くハイブリッド化 (準位反発が分解される)
読み出し、第一世代	JPA, $n_{\text{add}} \simeq 1.5$	図 22 の第一週の段
読み出し、アップグレード	光子計数器、暗計数制限	<i>req.</i> : $3\times$ の SNR (下段)
感度、第一世代	トーンあたり $\text{SNR}_B = 5\sqrt{t/5 \text{ d}}$	<i>req.</i> ; R&D 年の終了基準
感度、アップグレード後	第一世代の $3\times$	<i>req.</i> ; 二年目の挿入

このサブシステムはまさにこの動作点における稼働の先例を持たず、またこの論証が標的を供給する未来の枠組みに役立つかもしれないからである。

スピン・ポートの信号が弱い理由、そしてそれが本質的でない理由。 図 22 の中段は、 γ ポートのピーク・ビン $\text{SNR} \sim 3.3 \times 10^2$ に対して、トーンあたりわずか $\text{SNR}_{\text{line}} \simeq 5.9$ という第一週のブースター信号を示している。重要度の順に、三つの要因がある。(i) スピンあたりの結合が微小である: 凝縮体は、アクシオン風相互作用を通じて、 $1/f_K$ で抑制された有効ラビ速度で各電子スピンを駆動する; 一つの空洞モードにコヒーレントに結合した $N_s \sim 10^{21}$ 個の偏極スピンの集団的増強のみが、堆積される電力を検出可能なところまで持ち上げる。(ii) マグノンの線幅が広い: ハイブリッド・モードはフェリ磁性体の減衰を受け継ぎ、 $\kappa_m/2\pi \simeq 1 \text{ MHz} - 2 \text{ kHz}$ の信号ラインの五百倍 — であるため、読み出しは信号よりはるかに広い帯域幅にわたって受信機雑音を積分する。(iii) 第一世代の増幅器が雑音を加える: 磁束ポンプ型の JPA は真空を超えて $n_{\text{add}} \simeq 1.5$ 量子を寄与する。これらのいずれも自然の下限ではない。10 mK かつ 1.95 GHz では、モードの熱的占有数は $\bar{n} = [e^{h\nu/k_B T} - 1]^{-1} \simeq 8 \times 10^{-5}$ である: 熱浴は量子的に空であるのであって、雑音の予算はすべて読み出しである。線形増幅器を単一マイクロ波光子計数器 — トランズモン・アーキテクチャで実証済みであり、SQL 制限ではなく暗計数制限である — で置き換えれば、 n_{add} のペナルティと広帯域積分のペナルティが同時に取り除かれる; R&D 計画の定量的な目標は表 44 の保守的な $3\times$ の SNR であり、これは二年目の読み出し挿入から一か月後に、ブースターのスペクトルを図 22 の下段へ変える: スピン・チャンネルにおける、トーンあたり 11σ のピーク・ビンである。

シールドの設計。 本モジュールは 9.4 T ソレノイドの傍らに置かれながら、安定かつ均一な 70 mT を必要とする。側方クライオスタット位置 (軸から $\sim 1.5 \text{ m}$) における漏れ磁場は 10 mT のオー

ダーであり、強い勾配を伴う；したがってシールドは三段構成とする：(i) 受動的な三層ミューメタル筐体（減衰 $\sim 10^3$ ）；(ii) その内側に置かれた超伝導ニオブ缶であり、冷却時に残留磁束を凍結する；(iii) フラックスゲート／NMR プローブ対でサーボされた能動補償コイルであり、バイアスを $\Delta B_e = \pm 0.1 \text{ mT}$ （相対で $\pm 10^{-3}$ — $\pm 2 \text{ MHz}$ のキツテル・シフトに相当し、ハイブリッドの同調サーボが追跡して吸収する）に保つ。同じプローブ対が、系統誤差の表で用いる磁場記録を書き出す。マグネットのクエンチとランプがストレス・ケースである：超伝導缶は緩やかに飽和し、モジュールは単に休止する — これは較正上のリスクではなく、稼働率の項目である。

相互結合。 本モジュールが空洞を見るのは DAQ を通じてのみである：ブースター系統とサブアレイ系統との間のマイクロ波アイソレーションは 100 dB を超えており（別々のクライオスタット、別々の系統、サーキュレータ連鎖）、したがって四つのストリームすべてに共通するトーンは、一つの連鎖の電子的アーティファクトではあり得ない — 保管された四ピーク同時性が同定上の重みを担ったのはまさにこのためであり、二アレイ排他性の検査が同じアイソレーションを引き継ぐのもこのためである。

F.4 二重ロックのシミュレーション：チャンネル比のパネルと四ピークの一週間

[第 IX 部のチャンネル比パネルと第 X 部の二重ロック第一週の図を、以前の改訂版が掲げていたまま、見出しの階層を除いて変更なしにここへ移した。]

以前の改訂版は本節に第四の判定を与えていた：逆畳み込みされた二ポート出力比 $\hat{R} = P_B/P_\gamma$ がロックされた $25/4$ へ収束するというものであり、同一の凝縮体に張り付いた電磁ポートと電子-マグノン・ポートについてシミュレートされたものである。このパネルはその標的とともに撤回される（第 VI 部）：終端された $U(1)_B$ は M_{lock} 以下にチャンネルを持たず、生き残るスピン結合は第 VIII 部の KSVZ 級のシート上に位置し、電子-マグノン・ポートはこの f_K において標的を持たない。このパネルの機構のうち生き残るものは名指しに値する。その何一つとして無駄にはならなかったからである：以下の第 F.9 節の二ポート逆畳み込みと較正連鎖は汎用の装置解析であり、将来のいかなる二チャンネル測定に対しても有効である；そしてそれが定式化した統計誤差の分離、

$$\left. \frac{\sigma_{\hat{R}}}{\hat{R}} \right|_{\text{stat}} = \sqrt{\frac{1}{\text{SNR}_B^2} + \frac{1}{\text{SNR}_\gamma^2}}, \quad \left. \frac{\sigma_{\hat{R}}}{\hat{R}} \right|_{\text{sys}} = \sigma_{\text{cal}}, \quad (\text{F.6})$$

は、後の枠組みがロックし得るいかなる比へも変更なしに引き継がれる。本論文の発見の一週間は、残る三つの判定 — スペクトル、変調、そして本数検査 — に依拠しており、現在擁護し得るものを何一つ失っていない。

第一週：ライン — そして保管されたパネル。 図 22 は保管された二重ロックのシミュレーションであり、記録のために残したものである；生き残る内容はその γ ポートの算術であり、第 X 部の単一ライン計画が整合フィルタの実効幅を用いて再計算したものである：張り付いたサブアレイは直ちに飽和する — 実行中の計画ではピークビン S/N 比は一週間あたり 2.7×10^2 近く（この保管図が描いた通りでは 3.3×10^2 ；統計のみであり、振幅の系統誤差 $\pm 24\%$ がこれをスケールさせる）、ラインシェイプは完全に分解される — そして両サブアレイを一つの段に積み重ねれば露出は二倍になる。保管されたブースターの行（中段と下段）は、退役した構成が何を付け加えたであろうかを示す

— スピン・チャンネルの微弱さの視覚的記録は読み出しの性質であって、自然の床ではない（第 F.3 節）。F-Kaxion-1a は、この構成が定義した形では、第一週のうちに決着するはずであった；それは二重項とともに退役し（第 VI 部）、本数検査がその位置を占めた。

F.5 入門（保管）：撤回された $1/35$ の分裂 — そしてそれが繰り込みで消え去り得なかった理由

/保管記録。この入門は以前の改訂版の二重項を説明するものである。二重項は撤回された：登録されたモード解析は本数を一つの軽い角度に確定するので（第 VI 部）、説明すべき分裂は存在しない。この入門を残すのは、それが分裂をいかに論じたかの記録だからであり — そこで説かれる磁束セルの重なりはその読みを支えたが、現在の構成には存在しない（第 9.3 節、付録 C.2） — また、指紋をその記録なしに退役させれば変更を隠すことになるからである。]

バルクは境界に一つではなく二つの擬スカラー方向を手渡す：二形式の双対と、ウィルソン線のホロノミーである。これらを歯車で噛み合わされた二つの時計と考えよ。そして歯車比は結合定数ではない — それは一つの磁束セルとスロートとの幾何学的な重なりであり、構成上 $K = 35$ 分の一である（付録 F.7）。ほぼ共通の周波数を持つ歯車連結された二つの振動子は常に二重項としてうなりを生じ、その相対的な分裂が歯車比である： $\Delta\nu/\nu = 1/35 = 2.857\%$ 、すなわち 1.95 GHz のラインの傍らの 56 MHz の相棒である。量子補正について言えば：繰り込まれるのは力学である — 結合、質量、運動項の全体スケール；繰り込まれ得ないのはトポロジーである — 一つの角度が他方の周りを何回巻くかである。歯車比は巻き付きの数値であるから、輻射補正は相対次数 $(5/8)K^{-2} \simeq 5 \times 10^{-4}$ でしか入らず、これは分裂そのものより五十倍ほど下である（第 31 節）。以上が、以前の改訂版が書いた通りの入門である。現在の読みはより単純かつより厳格である：第二の軽い場は決して供給しなかった — カラーを持つホロノミーは円の曲率スケールで持ち上げられ、終端された $U(1)_B$ は何も食べない — ゆえに歯車で噛み合わせる相棒は存在せず、守るべき分裂も存在せず、相棒の探索は本数検査となった：欠けている相棒こそが予言であり、囲いの内のどこであれ第二のラインは本数を反証するであろう（T-Kaxion-5、第 VI 部）。

F.6 以前の改訂版はなぜ $1/35$ で分裂した双子ピークを予期したのか？（保管）

/保管記録。この小論が説明する二重項は撤回された：登録されたモード解析は QCD に結合した軽い角度をちょうど一つだけ残し（第 VI 部）、この小論の前提 — 二つの軽い場 — は、アノマリーのコンパニオン論文が決して供給しなかった前提である。何が撤回されたのか、そしてそれがかつてなぜ強制されているように見えたのかの記録として、これを残す。]

カクシオンはなぜ双子ピークを示すのか？ なぜちょうど $\Delta\nu/\nu = 1/K = 1/35$ だけ分裂するのか？ 二つのピークは高さ（結合）においても幅においても同一なのか？

二重項はカクシオンの微細構造であり、それが存在するのは、強制された軽いセクターが一つではなく二つの場だからである。グリーン-シュワルツ二形式を双対化すると一つの周期的な擬スカラー a_{GS} が得られる；位相円 S^1_θ まわりのゲージ場のホロノミーが第二の擬スカラー a_θ を与える。双方ともシフト対称性を守られたゼロモードであり、一方を守るシフト対称性が他方をも守るので、双方とも軽いままである（第 9.3 節）。低エネルギーの完全なスペクトルは三状態である：二つの軽いゼロモード (a_{GS}, a_θ) と、スロート・スケールへ持ち上げられた一つの重いキャップ・モードである。カ

クシオンは QCD によって質量を得た軽い固有状態である; 二重項は、QCD ポテンシャルを通して見た二つの軽いゼロモードの微細構造である。

なぜ双方が質量を持つのか (そしてなぜ一般のアクシオンは二重項を持たないのか)。 各ゼロモードは $G\tilde{G}$ に結合するが、それぞれ固有の幾何学的経路を通じてである — a_{GS} は BI-6 流入を経由し、 a_θ は $SU(5)$ のカラー部分群のウィルソン線ホロノミーを経由する。 $a_{GS} \leftrightarrow a_\theta$ を交換するスロートの反射対称性が非対角のポテンシャル項を禁じるので、QCD が誘導する曲率は対角的かつ等しい、

$$V = \frac{1}{2}\mu^2 (a_{GS}^2 + a_\theta^2), \quad \mu^2 = \frac{\chi_{\text{QCD}}}{f_K^2}. \quad (\text{F.7})$$

一般の場合と対照せよ: もし双方が同じ組み合わせ ($a_{GS} + a_\theta$) を通じて QCD に結合していたなら、一つの質量を持つ状態と、厳密に質量ゼロのなり損ないのゴールドストーンが一つ得られたであろう — 単一のピークであり、二重項ではない。質量ゼロの相棒を第二の質量を持つトーンへと格上げするのは、まさにこの交換対称性である。ペッチェイ-クイン型の構成でこれを備えるものはない。

分裂がちょうど $1/K$ である理由。 ポテンシャルが対角的であるため、唯一の非対角の構造は運動項に由来する。 $|H_3|^2$ 項を簡約すると、チャーン-サイモンズ改良項が二つのゼロモード・プロファイルの間の重なりを生む、

$$\mathcal{L}_{\text{kin}} = \frac{1}{2}[(\partial a_{GS})^2 + (\partial a_\theta)^2 + 2\epsilon \partial a_{GS} \cdot \partial a_\theta], \quad \epsilon = \frac{1}{K} = \frac{1}{35}, \quad (\text{F.8})$$

ここで ϵ は無次元の運動的な歯車比である — 深さ K のスロートを横切る二つのプロファイルの、規格化された単一通過の重なりである (付録 F.7 で幾何学的に計算した)。 $V \propto \mathcal{K}$ であり計量が $(\frac{1}{\epsilon} \frac{\epsilon}{1})$ であるから、基準モードは対称および反対称の組み合わせ $u_\pm = (a_{GS} \pm a_\theta)/\sqrt{2}$ であり、運動係数は $1 \pm \epsilon$ である。正準規格化 ($\hat{a}_\pm = \sqrt{1 \pm \epsilon} u_\pm$) は物理的質量

$$m^2(u_\pm) = \frac{\mu^2}{1 \pm \epsilon} \implies \nu_\mp = \frac{\nu_0}{\sqrt{1 \pm \epsilon}}, \quad \nu_0 = \frac{\mu}{2\pi}, \quad (\text{F.9})$$

を与え、そして、小さな歯車比の主要次数で、

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = (1 - \epsilon)^{-1/2} - (1 + \epsilon)^{-1/2} = \epsilon + \mathcal{O}(\epsilon^3) = \frac{1}{K} = \frac{1}{35} = 2.857\%, \quad (\text{F.10})$$

すなわち $\Delta\nu = 1.95 \text{ GHz}/35 \simeq 56 \text{ MHz}$ となる。ここで分母はいずれか一方のトーンではなく、歯車連結されていない ν_0 である; トーン間の比は以前の改訂版のトーン比関係における $\sqrt{18/17}$ である。二つの特徴がこれを明快な指紋にしている。それは純粋な周波数の比であり、したがってスケール・フリーである: それは μ にも f_K にもよらず ϵ のみに依存するので、絶対質量がキャップの不確かさの範囲で動いたとしても (第 B.5.3 節)、分裂は厳密に $1/35$ のままである。そしてそれは整数の読み出しである: TeV のロック・クラスターと階層全体をも定めるスロートの深さ $K = 35$ がそれである (第 9.6 節)。

ただ一つの仮定を、正直に。 値 $1/K$ は対称極限での分裂である。交換対称性がわずかに破れている場合 (曲率の非対称性 $\delta \equiv |\omega_1^2 - \omega_2^2|/\mu^2$)、分裂は $\Delta\nu/\nu = \sqrt{\epsilon^2 + \delta^2}$ となるので、 $1/K$ は経路が対

称であるときの値であり、それ以外の場合には下限である。二重項の存在は構造的である；その厳密な比 $1/K$ は等曲率の仮定に依拠している — それは第一の指紋の精密な値の背後にある唯一のモデル水準の入力であり、台帳にそのように明示されている。

二つのピークは同一か？ 幅は然り；高さは否。線幅は内在的なものではない；それはドップラー由来であり、ハローの速度分散によって定まる、 $\delta\nu/\nu \simeq \langle v^2 \rangle / c^2 \sim 10^{-6}$ ($Q_a \sim 10^6$, 1.95 GHz において $\simeq 2$ kHz)。双方のトーンは同一のハローを通して見た同一の冷たい凝縮体の励起であるから、双方とも同一のブーストされたマクスウェル型のラインシェイプと同一の相対幅を担う；絶対的な幅は中心を隔てる 2.857% の分だけしか変わらない。階層

$$\underbrace{\nu/Q_a \simeq 2 \text{ kHz}}_{\text{凝縮線}} \ll \underbrace{\nu/Q_L \simeq 20 \text{ kHz}}_{\text{受信機帯域幅}} \ll \underbrace{\nu/35 \simeq 56 \text{ MHz}}_{\text{二重項分裂}} \quad (\text{F.11})$$

は、二つのトーンが見事に分解される ($\sim 3 \times 10^4$ 本の線幅だけ隔たっている) が、一方に同調した単一モード空洞は他方に対して盲目であることを意味する。高さは別の話である。周波数の分裂はパラメータ・フリーであるが、二つのトーンの相対振幅はそうではない：双方のピークは明るい（双方とも DFSZ 結合である）が、それぞれで観測される出力 $P_{\pm} \propto g_{\pm}^2 \rho_{\pm}$ は、ロック／鞍点の交差における二つの時計の間の原初のエネルギー分配を担っている。したがってトーンの出力比 κ は自由パラメータであり、第 VIII 部の探索は κ が 1 から遠く離れている場合でも効率的であるように設計されている。同定の検査は「ちょうど 2.857% のところに相棒があるか」であって、「二つは等しいか」ではない。

一行での描像。弱いばね（運動的な重なり $\epsilon = 1/K$ ）で噛み合わされた二つの同一の振子（交換対称性によって強制された等しい QCD 曲率）は、二つの基準モード — 同位相と逆位相 — を持ち、それらはちょうど結合の強さだけ分裂している；ここでの結合の強さはスロートの深さの逆数である。双方のトーンは同じ搬送波に乗るので、その形状と幅は共有される；自由に残されているのは、ビッグバンが各々の時計を最初にどれほど強く弾いたかだけであり、したがって二つは異なる音量で鳴り得る。

F.7 磁束セルの測度: $2\pi/K$ と単一通過の歯車比 $1/K$

/保管記録。以下で計算する磁束セルの測度と単一通過の重なりは、以前の二場の読みを支えた；意図されたクラスにおいてはスカラー-スカラーの双線形項は現れないので、この重なりは現在の構成には存在せず（第 9.3 節）、そこでは残留する混合に対する最も寛大な限界としてのみ働く（付録 C.2）。それらの以前の適用 — $1/K$ で分裂した軽い二重項 — は二重項とともに撤回された（第 VI 部）：分裂が要求した第二の軽い場は決して供給されなかった。この重なりは幾何として計算されたものである；それがかつて予言した分裂は失われた。]

正準計量のコンパクト角シリンダーは、双方向に単位測度を持つ長方形 $(r, \theta) \in [0, K] \times [0, 2\pi)$ である ($G_{rr} = G_{\theta\theta} = 1$)：セルの全面積は $2\pi K$ であり、それを再スケールするモジュラスは存在しない (GG-A2-GG6 T2)。純粋な幾何から二つの比が従う。(i) 巻き付きの規格化。固定した動径方向の深さにおける一回の完全な角度方向の巻き付きは、セルの $2\pi/(2\pi K) = 1/K$ の割合を占める；同等に、磁束量子は K 個の動径単位にわたって広がるので、任意の単一巻き付きの密度は $2\pi/K$ によ

て規格化される。(ii) 単一通過の歯車比。テンソル影のゼロモードはセル上で一様である（それはコホモロジー類から降りてくる、付録 C.1）；ホロノミー・エコーは角度方向のファイバー上に住み、動径方向はスロートの一回の通過を通じてのみ標本化する。したがってそれらの規格化された重なりは K のうちの一動径単位である：

$$\varepsilon = \frac{\langle \psi_{\text{GS}}, \psi_{\theta} \rangle_{\text{transit}}}{\|\psi_{\text{GS}}\| \|\psi_{\theta}\|} = \frac{1}{K} = \frac{1}{35}, \quad (\text{F.12})$$

これは以前の読みが式 (9.4) の回転において用いた歯車比である；現在の構成はこれを用いない（第 9.3 節）。スロートの L 本の電磁的な段について同じ数え上げを行えば、この系列の射影比が得られる（チャンネルが K 単位のうち L を貫くとき $L/K = 1/7$ ）；コホートの一貫性のためにこれを記録しておくが、第 V 部の厳密なアノマリー整合の後には、そのような射影は光子結合に入らないことを注意しておく。

重なり積分の全容。 単一通過の重なりは以前の読みを支え、また任意の残留する混合を限界づけるので（付録 C.2）、上記の一行の数え上げによってではなく全容として記録する。セル $(r, \theta) \in [0, K] \times [0, 2\pi]$ 上の二つの軽いプロファイルは、一つはテンソル影であり、コホモロジー類から降りてくるがゆえに一様である、

$$\psi_{\text{GS}}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi K}}, \quad (\text{F.13})$$

もう一つはホロノミー・エコーであり、これは角度方向のファイバー上では一様であるが、それを生成するウィルソン線によって動径方向のスロートの単一通過に局在している、

$$\psi_{\theta}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} u(r), \quad \int_0^K u(r)^2 dr = 1, \quad (\text{F.14})$$

ここで $u(r)$ は規格化された単一通過の密度である（ホロノミーがスロートをちょうど一度だけ貫くので、単位に規格化されている）。簡約されたラグランジアンに現れる運動的な重なりは

$$\varepsilon = \langle \psi_{\text{GS}}, \psi_{\theta} \rangle = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^K dr \frac{1}{\sqrt{2\pi K}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} u(r) = \frac{1}{K} \int_0^K u(r) dr. \quad (\text{F.15})$$

スロート全体にわたって一様に重みを置く通過に対しては $u(r) = 1/\sqrt{K}$ かつ $\int_0^K u dr = \sqrt{K}$ であり、したがって $\varepsilon = \sqrt{K}/K = 1/\sqrt{K}$ となる；単位の深さに鋭く局在した通過に対しては $\int_0^K u dr \rightarrow 1$ かつ $\varepsilon \rightarrow 1/K$ となる。物理的に正しいのは第二の場合である：チャーン-サイモンズ改良項 $B_2 \wedge d\theta \wedge (\dots)$ は、影とエコーを単一の動径セルの境界を通じてのみ結合させるので、重なりは K のうち一動径単位を標本化し、

$$\varepsilon = \frac{1}{K} = \frac{1}{35} = 2.857\%, \quad (\text{F.16})$$

を与える。これはワープ係数に依存しない — 力学的な比ではなく、トポロジカルな比である。

重なりから分裂へ、一歩ずつ。 QCD ポテンシャルが二つの時計の上で対角的かつ等しく（スロートの交換対称性、 $V = \frac{1}{2}\mu^2(a_{\text{GS}}^2 + a_{\theta}^2)$ 、 $\mu^2 = \chi_{\text{QCD}}/f_K^2$ ）、運動計量が $(\frac{1}{\varepsilon} \varepsilon)$ であるとき、基準モードは対称および反対称の組み合わせ $u_{\pm} = (a_{\text{GS}} \pm a_{\theta})/\sqrt{2}$ であり、運動係数は $1 \pm \varepsilon$ である。正準規格化

$\hat{a}_\pm = \sqrt{1 \pm \varepsilon} u_\pm$ は共通の曲率 μ^2 を $1 \pm \varepsilon$ で割るので、

$$m_\pm^2 = \frac{\mu^2}{1 \pm \varepsilon}, \quad \nu_\pm = \frac{\nu_0}{\sqrt{1 \pm \varepsilon}}, \quad \nu_0 = \frac{\mu}{2\pi}, \quad (\text{F.17})$$

となり、小さな歯車比の一次まで展開すると、

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = (1 - \varepsilon)^{-1/2} - (1 + \varepsilon)^{-1/2} = \varepsilon + \mathcal{O}(\varepsilon^3) = \frac{1}{K} = \frac{1}{35}. \quad (\text{F.18})$$

結果は純粋な周波数の比である：それは μ 、 f_K 、 Ξ_{cap} にはよらず ε のみに依存するので、撤回された二場の読みの内部では、絶対質量がどこにあらうと分裂は厳密に $1/35$ のままであった；より高次の通過は $\mathcal{O}(\varepsilon^2) = 1/K^2 \simeq 8 \times 10^{-4}$ で入る。その読みは撤回された（第 VI 部）；この計算が届けたのは重なり $\varepsilon = 1/K$ それ自体であり、それは以前の歯車比を支えたが、現在の構成には存在しない（第 9.3 節）；それは残留する混合に対する最も寛大な限界としてのみ生き残る（付録 C.2）。

F.8 保管された四ピーク・テンプレートとその整合フィルター

[保管記録。以下の四ピークのパターンは、撤回された二重ロック構成 — 二つのトーン、二つのチャンネル — に属する。本数（*T-Kaxion-5*）は一本のラインを残し、生き残る装置は本数検査によってそれを読む（第 VI 部および第 X 部）。フィルターの代数を残すのは、整合フィルターの統計が単一ラインのテンプレートへ変更なしに移送されるからであり、また記録は何が撤回されたのかを示すべきだからである。]

以前の改訂版は、カクシオンが一本のラインではなく構造化された四ピークのパターンを呈すること、そしてそのパターンにわたる整合フィルターこそが、際どい単一ラインの超過を決定的な同定へと変えるものであることを主張していた。本講は、それらの改訂版が導出した二つの材料からそのテンプレートとその統計を組み立てる：二重項の間隔（付録 F.7）と二チャンネル比（付録 C.4, D.2）である。

段階 1 — 撤回された読みにおいて、なぜ四ピークなのか。 軽いセクターは二つのトーン（対称および反対称の固有状態 $\hat{a}_\pm$ であり、 $\Delta\nu/\nu = 1/35$ で分裂している）であるとされ、各トーンは二つのポータル（電磁的な $g_{K\gamma\gamma}$ とバリオン的な g_{KBB} であり、ロックされた比 5:2 にある）を通じて結合する。したがって二チャンネル受信機は 2×2 のパターン — 四つのピーク — を記録し、その周波数と相対的な出力は幾何によって固定される：

$$\{\nu_-, \nu_+\} = \nu_K \{(1 + \varepsilon)^{-1/2}, (1 - \varepsilon)^{-1/2}\}, \quad \varepsilon = \frac{1}{35}; \quad \frac{P_\pm^B}{P_\pm^\gamma} = \left(\frac{g_{KBB}}{g_{K\gamma\gamma}} \right)^2 = \frac{25}{4}. \quad (\text{F.19})$$

このテンプレートは自由な振幅を二つしか持たない — 全体の信号出力と、原初のトーン出力比 $\kappa = P_+/P_-$ （幾何が開いたままにする唯一の数値、付録 F.6）である；それ以外はすべてロックされている。これこそが、いかなる単一のピークでもなくこのパターンを観測量たらしめるものである。

ステップ 2 — 整合フィルター。 片側密度 $N_0 = k_B T_{\text{sys}}$ のガウス雑音をもつ記録スペクトル $S(\nu) = \mathcal{T}(\nu; \vartheta) + n(\nu)$ と、(F.19) のテンプレート族 $\mathcal{T}(\nu; \vartheta)$ （パラメータは $\vartheta =$ 中心、 κ 、振幅）が与えら

れたとき、最適な（ネイマン–ピアソン）統計量は整合フィルター — データとテンプレートの雑音重み付き相互相関である、

$$\Lambda = \frac{\int \mathcal{T}(\nu) S(\nu) d\nu}{\sqrt{\int \mathcal{T}(\nu)^2 d\nu}} / \sqrt{N_0}, \quad \langle \Lambda \rangle_{\text{signal}} = \text{SNR}_{\text{tot}}, \quad (\text{F.20})$$

その信号時の期待値が全体の S/N 比である。整合フィルターの下では四つのピークが二乗和的に加算されるため、統合された有意度は

$$\text{SNR}_{\text{tot}}^2 = \sum_{c \in \{\gamma, B\}} \sum_{s \in \{+, -\}} \text{SNR}_{c,s}^2, \quad (\text{F.21})$$

となり、したがって境界的な 2σ のピーク四つからなるネットワークは、パターンが正しければ $\sqrt{4} \times 2 = 4\sigma$ に統合され、そして — ここが決定的だが — 正しくなければゼロへと崩れる、というのもフィルターがロックされた間隔と比に固定されているからである。放射計的な増大 $\text{SNR} \propto \sqrt{t}$ (付録 D.1) が、次いで統合統計量に適用される。

ステップ 3 — 同時計数、そしてなぜこのパターンは偽造できないのか。 ランダムな雑音ゆらぎは一つのピークを模倣しうる; ロックされた四ピーク・パターンを模倣するには、事前に宣言された周波数において、かつ事前に宣言された電力比で、四つの独立なゆらぎが必要である。単一ビンの誤警報率がそれぞれ R_{FA} 、同時計数窓が τ_w であるとすれば、偶発的な四重（あるいは、保守的には、二重項にまたがる二重）の発生率は $R_{\text{FA}}\tau_w$ のべきとして抑制される、

$$R_{\text{acc}} = R_{\text{FA}}^2 \tau_w \quad (\text{doublet}), \quad R_{\text{acc}} \propto R_{\text{FA}}^4 \quad (\text{完全なパターン}), \quad (\text{F.22})$$

これがアーカイブされた解析で用いられた見積もりである。二つの同定観測量は天体物理に依存しないように設計されていた: 二重項の間隔は純粋な周波数比であり（振幅は入らない）、チャンネル比 $\hat{R} \rightarrow 25/4$ は局所密度、速度分布、そして磁場を恒等的に打ち消す（付録 D.2）。ロックされた間隔と比における四ピークのテンプレート一致は、実験室におけるゲージ・ベクトル $(1, -1, -\frac{2}{5}, -\frac{2}{5})$ の読み取りであったはずである; 撤回が取り除くのはパターンであって規律ではなく、生き残った本数検定は同じ事前登録された、天体物理に依存しない性格を受け継ぐ。

F.9 アーカイブされた二ポート比推定量と二モードに関する注意

[アーカイブされた記録、伝達関数の道筋からここへ移された: 二ポート推定量と二モードに関する注意は、撤回されたブースター構成に属する。]

二つのポートと不偏比（アーカイブ）。 第 VIII 部のブースター構想は、二つの独立なチェーンを通して二つのスペクトル S_B, S_γ を記録した。デコンボリューションされた推定量を次のように定義する

$$\hat{R} = \frac{\int W(\nu) [S_B(\nu) - \hat{S}_{\text{noise}}^B] / \mathcal{G}_B |\chi_B|^2 d\nu}{\int W(\nu) [S_\gamma(\nu) - \hat{S}_{\text{noise}}^\gamma] / \mathcal{G}_\gamma |\chi_\gamma|^2 d\nu}, \quad (\text{F.23})$$

ここで W は線を覆う任意の共通スペクトル窓である。凝縮体因子 $\rho_{\text{loc}}T(\nu)$ が分子と分母の双方に共通であるため、あらゆる天体物理的未知量 — 局所密度、速度分布、トーン比 κ 、その日のハローの天候さえも — は恒等的に打ち消し合い、残るのは

$$\langle \hat{R} \rangle = \left(\frac{g_{KBB}}{g_{K\gamma\gamma}} \right)^2 = \frac{25}{4}, \quad \sigma_{\hat{R}} \simeq \frac{25}{4} \sqrt{2} \left(\text{SNR}_B^{-1} \oplus \text{SNR}_\gamma^{-1} \oplus \sigma_{\text{cal}} \right), \quad (\text{F.24})$$

であり、誤差予算は各ポートにおける統計雑音に較正チェーンの系統誤差 σ_{cal} を加えたものである（前因子 $\sqrt{2}$ は、 $\text{SNR}_\gamma \gg \text{SNR}_B$ のとき $1/\text{SNR}_B$ となる純粋な統計限界に対する意図的な保守性である） — 撤回された反証子 F-Kaxion-1b の $\pm 20\% \rightarrow \pm 5\%$ という段階付けを定めたのがこの量である。アーカイブされた電力比のロックは、無限の S/N 比で読んだ (F.24) である。

二モードの健全性（アーカイブ）。 以前の構成の同時計数共振器について、唯一の新しい問いは、 $\Delta\nu/\nu = 1/35$ だけ隔たった二つのモードが互いに干渉するかどうかである。パラメトリックには干渉しない: $Q_L = 10^5$ において各モードの幅は 56 MHz の間隔に対して $\nu/Q_L \simeq 20$ kHz であり — 2.8×10^3 線幅ぶんの隔たりである — したがってクロストークとモード引き込みの補正は $(2Q_L \Delta\nu/\nu)^{-2} \sim 10^{-8}$ で効いてくるにすぎず、較正の床をはるかに下回る。この対は、たまたま凝縮体を共有する二つの独立な単一ポート受信機として振る舞い、それはアーカイブされた解析の同時計数率 $R_{\text{acc}} = R_{\text{FA}}^2 \tau_w$ の背後にある統計的仮定そのものである。

F.10 バリオン台帳の道筋におけるアーカイブされた反転ステップ

[アーカイブされた記録、バリオン台帳の道筋からここへ移された。反転は誤りであった: 双対化は係数ベクトルを保つので、台帳比は源についても応答についても同じく 2:5 であり、逆数は生じない。このステップは、5:2 という読み出しがどのように入り込んだかの記録として残されている。]

以前の版が印刷したままのステップ 4 — 源が応答になる: なぜ 2:5 が 5:2 と読まれたのか。 二形式の源結合 (C.15) のレベルでは、バリオン数は電磁気に対して 2:5 の関係に立つ: 二形式は、(実効的にランク 2 の) バリオン部門によってよりも、(ランク 5 の) ハイパーチャージ部門によって強く源付けられる。しかし観測量は双対場 — 伝播する擬スカラー a_K — の結合であって、 B_2 のそれではない。 $H_3 = dB_2 \rightarrow \star da_K$ と双対化すると運動方程式とビアンキ恒等式の役割が入れ替わり（付録 C.1）、その入れ替えの下で各部門の応答結合はその源規格化の逆数となる — 標準的な p -形式/双対の交換である。したがって検出器が読む比は反転し、

$$\frac{g_{KBB}}{g_{K\gamma\gamma}} = \left(\frac{2}{5} \right)^{-1} = \frac{5}{2}, \quad (\text{F.25})$$

そして電力 $\propto g^2$ を読む整合受信機が見るのは

$$\boxed{\frac{P_B}{P_\gamma} = \left(\frac{g_{KBB}}{g_{K\gamma\gamma}} \right)^2 = \frac{25}{4} = 6.25}. \quad (\text{F.26})$$

である。台帳に 2 としてかすかに書き込まれたバリオン数は、カクシオンによって 5 と大きく読み上げられる: その読みでは、それは二つのポータルのうち強いほうであり、それこそが以前の版の二

チャンネル比を決定的で天体物理に依存しない検定にしていたのである — 本数 (T-Kaxion-5) が、その必要としていた軽いベクトルを取り除くまでは (第 VI 部)。

同じ反転を、導入エッセイが印刷したかたちで。 これはバリオンをより強いチャンネルにしたステップであり、四行で印刷するに値する。(i) アノマリーの因子化は、二形式の源結合をベクトルによって固定する: 源のレベルではバリオンは電磁気に対して $2:5$ の関係に立つ。(ii) $H_3 \rightarrow da_K$ と双対化すると場と源の役割が入れ替わるので (付録 C.1)、擬スカラーの各部門への応答結合は、その部門の源規格化を反転させる — 標準的な p -形式/双対の交換である。(iii) したがって

$$\frac{g_{KBB}}{g_{K\gamma\gamma}} = \frac{5}{2}. \quad (\text{F.27})$$

(iv) 整合受信機は電力 — すなわち二乗 — を読むので

$$\frac{P_B}{P_\gamma} = \left(\frac{g_{KBB}}{g_{K\gamma\gamma}} \right)^2 = \frac{25}{4} = 6.25. \quad (\text{F.28})$$

整数対は $(L, L - N) = (5, 2)$ である。同じ $2/5$ が GG-A7-Qi4 の四元流恒等式によって情報流へとロックされており、それゆえ同じ数がコホートの他所で生体エネルギー的な変換定数として再び現れる: 一つの比が二つの衣裳をまとっているのである。

G 記法

表 45: 本論文の記法を一覧に、記号と意味の二列で示す。この表は記法の付録を開くものであり、本文の前ではなく本文と並べて読まれることを意図している：各記号にその定義を与え、定義がコンパニオンに属する場合には、それを固定するそのコンパニオンの定理を与える。単一の証明の内部で導入され使い終わられる記号は省いてあり、繰り返し現れるものについては、この付録の後段の用語集がより十分な扱いを担う。

$\mathcal{M}_6 = \mathcal{M}_4 \times I_r \times S_\theta^1$	バルク多様体 (GG-A2-GG6 T1)	$(M, N, L; J, K)$	OGN-5 = (1, 3, 5; 7, 35)
$r \in [0, K]$	スケール座標、 $r = \ln(E_{\text{GUT}}/\mu)$	$\theta_{\text{GS}}, \theta_W$	テンソルの影; ホロノミーのこ だま
B_2, H_3	グリーン-シュワルツ・テンソ ル、場の強さ	a_K, a_H	軽い／重い固有状態; β 混合
X_4	BI-6 台帳の四形式	f_K, m_K	崩壊定数; 質量
GDOS, TGG, CCI	境界則; 全応力; 継ぎ目則	θ_i	ミスアライメント角 $\simeq 1.1$ rad
GRIP, GFF, GEP, CEP	ランタイム; 自由エネルギーと その各部	χ_{QCD}	トポロジカル感受率
DGI, GSSB, GA, GGA	カスケード: 頂点、鞍点、アト ラクター; GGA は唯一の最深 点 (基底状態)	$g_{K\gamma\gamma}$	光子結合; バリオン台帳の項目 は軽いチャンネルを開かない
GRIP-In, GRIP-Out	ランタイムの領域: 固定ランド スケープ上の降下; ランドス ケープの再編成		
$M_{\text{lock}} = \frac{1}{2} E_{\text{Pl}} e^{-K}$	ロック・スケール 3.85 TeV	Ξ_{cap}	キャップ指数 (ベンチマーク 43)
$\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/2\pi^2$	π でロックされた目標値	ν_K	唯一のカクシオンの窓、式 36.1

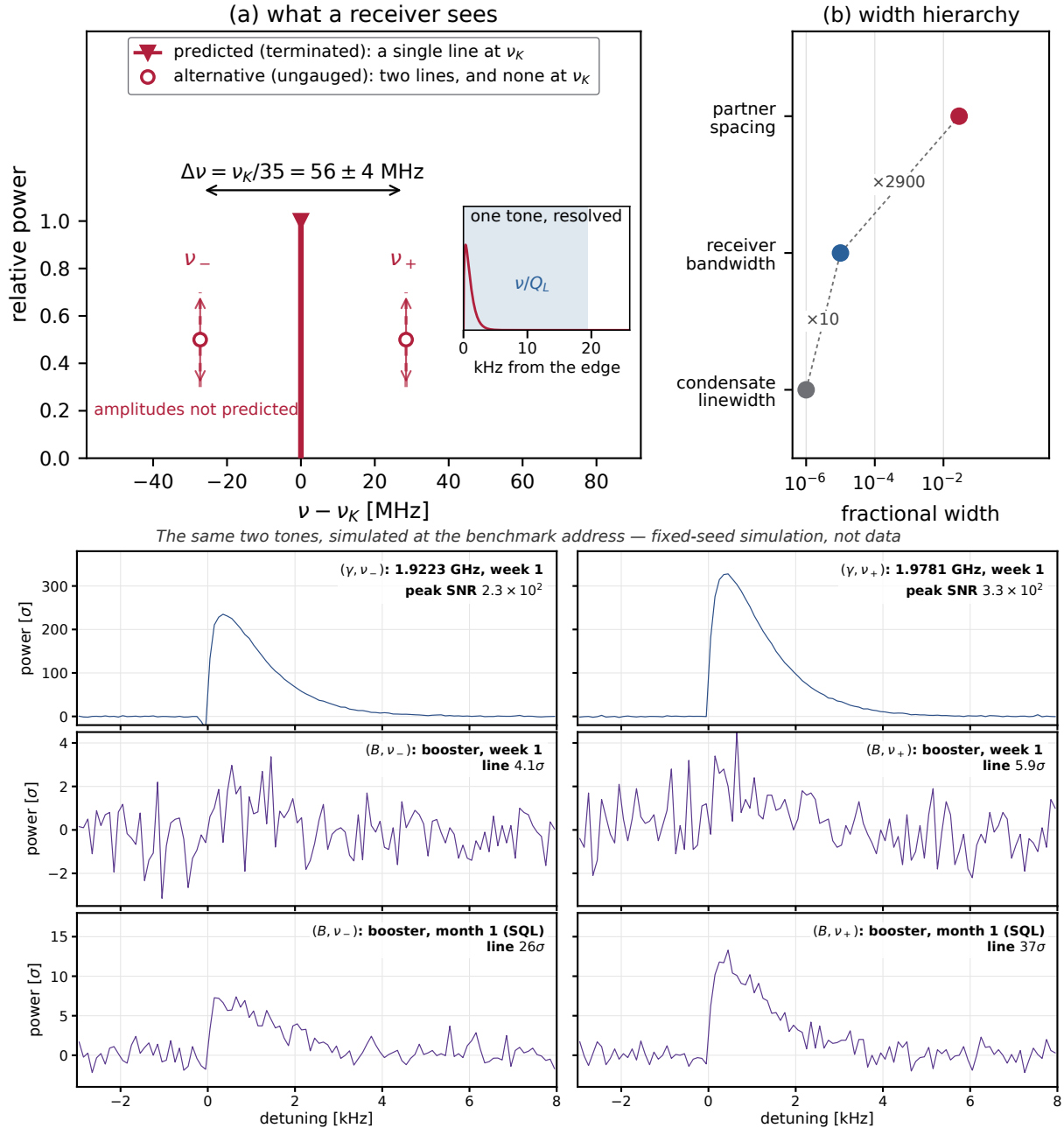


図 22: 保管: 退役した二重ロック構成のシミュレートされた一週間、記録のために残したもの（それが描く二重項と比は撤回されている — 第 VI 部; γ ポートの算術は、整合フィルタの実効幅を用いて単一ライン計画のために再計算され、ここに描かれた 3.3×10^2 に対して 2.7×10^2 となった）。上: 以前の改訂版が描いた通りの形態 — 退役した対の傍らにある ν_K の単一ライン、および受信機が見るものを支配する三つの幅。以下: 四つのピーク（固定シードのシミュレーション、表 29 の KAXIO パラメータ）。左列は低い方のトーン ν_- 、右列は高い方のトーン ν_+ であり、代表的な振幅比 $\kappa \simeq 0.7$ で描かれている — トーンの分配はパラメータ・フリーではないので（付録 F.6）、以下に引用するトーンごとの設計値は基準トーン ν_+ のものである。上段: 一週間後の電磁ポート — 基準トーン ν_+ はピークピン S/N 比 $\sim 3.3 \times 10^2$ に張り付き（統計のみ; 系統 $\pm 24\%$ ）、 ν_- はその κ 倍である; 形状は完全に分解され、周波数比は 10^{-4} で読まれる。中段: 第一世代の読み出しによる同じ一週間後の高調波ブースター・ポート (ν_+ について $\text{SNR}_{\text{line}} \simeq 5.9$): 微弱である。スピンあたりの結合が微少であり、第一世代の連鎖が信号ラインの $500\times$ に及ぶマグノン線幅にわたって ~ 1.5 量子の増幅器雑音を加えるからである（第 F.3 節） — それでもなお、二つのロックされた周波数において四重同時性としてすでに到来している。下段: R&D プログラムが目標とする量子限界の読み出しを二年目に挿入した一か月後の、同じブースター・ポート（光子計数; S/N 比 $3\times$ 、表 44）: ν_+ について $\text{SNR}_{\text{line}} \simeq 37$ 、ピークピンは $\simeq 11\sigma$ — 雑音の床は基本的なものではない。10 mK では熱的マグノン占有数が $\bar{n} \sim 8 \times 10^{-5}$ だからである: 浴は量子的に空であり、床は読み出しのみによって定まる。統計雑音は全体を通じて構成上 $\sigma = 1/\text{ピン}$ である。

第 XIV 部

主要な反論と応答

理論家、宇宙論研究者、ハロスコープの実験家、あるいは物理学の哲学者が初読時に最も提起しそうな、最も強い反論 — それらに応答し、本文中の該当箇所への指示を添えて

これほど鋭い予言は厳しい反論を招くし、また招くべきである。本部は最も強いものの六十九件を集める — 理論家が枠組みに対して提起するもの、宇宙論研究者が残存量のパイプラインに対して提起するもの、実験家が検出に対して提起するもの、そして台帳を締めくくるものとして、物理学の哲学者が事業そのものに対して提起するもの — を主題ごとに束ね、それぞれに長めの応答と、本文中で完全な扱いがどこにあるかの指示を付す。これらは藁人形ではない; 著者が実際に問われてきた問いを、鋭くしたものである。正直な答えが「まだである」であるところでは、そう述べ、どの主張が定理であり、どれが導出されたものであり、どれがデッキの名前付き予想あるいは一つの宣言された較正に依拠しているかを正確に記録した第 XI 部の名前付き未解決項目を指し示す。最後の節には動機付けの一言が必要である: 自然定数を公理から導出すると主張する理論は、それを認めようと認めまいと形而上学において手を指しているのであり、実験室において自らに要求するのと同じ明示性を、そこでも読者に対して負っている。結局のところ、枠組みの試金石はあらゆる問いをかわすことなく、どの問いに答えており、どの問いに答えていないかを自ら知っていることである。

H 方法論と導出の連鎖

反論 1 (O-Kaxion-1) (アクシオン模型の歴史家)

「1977 年以來のあらゆるアクシオン模型と同じく、あなたはアクシオンを手で付け加えた。」

応答。場は付け加えられていないし、この点は修辭的というより構造的である。GG-6 のフェルミオン内容に対して、可約アノマリーは単一のグリーン-シュワルツ二形式 B_2 が存在するとき、かつそのときに限って相殺する (GG-A3-BI6 のランク 1 判定条件) ので、カクシオンを削除することはアノマリー・フリー性を、そしてそれとともに量子論の無矛盾性を削除することになる。既存のアクシオン模型はいずれも、問題を解くために場を付け加えることを選ぶ; ここでは場は無矛盾性の定理であり、暗黒物質の問いが問われる前から存在している。立証責任はそれに応じて逆転する: 新しい物理を要求するのはカクシオンの存在ではなく、その不在のほうである — 正直な比較 (第 IV 部) は、強制された部門と既存の部門との比較である。

反論 2 (O-Kaxion-2) (数秘術の懐疑派)

「これは数秘術である — 事後に合わせ込まれた整数だ。」

応答。整数が合わせ込まれたのであれば、その非難は正当であろう; そうではない。台帳 (1, 3, 5; 7, 35) は、いかなる暗黒物質の観測量が計算されるよりも前に、アノマリー・フリー性とディオファントス閉包によって GG-A1-Constitution-GG-A3-BI6 において固定されており、標準模型の論文と

宇宙論の論文を固定するのも同じ台帳である。数秘術は新しいデータごとに新しい組み合わせを選ぶ自由をもつ; この台帳にはその自由がなく、カクシオンのあらゆる観測量はそれら五つの整数の歯車比であって、事前登録されている。数秘術の試金石はそれが誤りでありうるかどうかである — 窓の外の本の線は較正された配置とそれを囲う梯子を退け、窓の内側の二本目の線は本数を反証して登録されたモードを名指すのだから、これは誤りでありうる。

反論 3 (O-Kaxion-3) (精度の監査人)

「あなたの標準模型の論文は千分の一の精度を主張していた; ここでの 30% 幅の窓は後退である。」

応答。これは異なる認識論的階級であり、密輸されたのではなく、そのようなものとして宣言されている。GG-A9-SM の結果は代数的な台帳のロックであり、千分の一の精度を正直に担う; 対照的にカクシオンの絶対的な配置は較正された規格化 (O14) に依拠しており、その幾何学的な残差は装荷の離散的な梯子であって、本論文は導出できないパーセント値ではなく、その梯子が張る窓を印刷する。 f_K を固定すれば、線は格子計算に由来する $\pm 1.3\%$ を担う。決定的なことに、同定を行う無次元の指紋は代数的であり、誤差をまったく担わない; 窓は配置のうちにのみ存在する。

反論 4 (O-Kaxion-4) (きれいすぎることに懐疑派)

「 $\Omega_{DM} = 1/\pi - 1/(2\pi^2)$ は疑わしいほどきれいである。」

応答。試金石はきれいさではない; 反証可能性である。値 0.2676 は宇宙的な目録の境界閉包から GG-A10-Cosmos において導出されたものであって、データに合わせて選ばれたものではなく、測定された暗黒物質密度とパーセント水準で一致する — 誤差棒付きの予言である。単純でありかつ反証可能である数は、合わせ込みではなく圧縮の徴である; それを失墜させる方法は Ω_{DM} を 0.268 から外れた値に測定することであり、データはそうしていない。

反論 5 (O-Kaxion-5) (ごまかしを疑う懐疑派)

「規格化はいまや二度修正された — まず GG-A10-Cosmos のもの、次いであなた自身のもの — これは答えに向けたごまかしに見える。」

応答。どちらの修正も強制されたものであり、いずれも線を動かしていない。第一の修正は GG-A10-Cosmos の工学的な規格化を瞬時立ち上がりで見積もりで置き換えた; 第二の修正は、ここでのものだが、その見積もりを運動方程式の直接積分で置き換えたものであり、後者は 1.49 倍だけ大きい (第 V 部)。本論文がいま述べている較正の約束の下では、どちらの修正も周波数には触れない: ベンチマークは一般的な角度が目録を飽和させる段であり、動いたのは角度のほうであって、1.4 から 1.1 rad へ — どちらも一般的である。ごまかしであったであろうのは、角度を固定したまま規格化に線を動かさせることである; 本論文は、どの量が修正を吸収するのか、そしてなぜかを、印刷して述べている。

反論 6 (O-Kaxion-6) (自己引用の懐疑派)

「互いを引用し合う二十二本の未公開論文は証拠ではない; それは閉じたループである。」

応答。そのとおりである — そして本論文は、ループが信じられることに何ひとつ依存しないように組み立てられている。コホートの引用は権威ではなく来歴である: それらは定理がどこで証明されているかを述べるのであって、なぜ読者がそれを受け入れるべきかを述べるのではなく、また第 II 部はカクシオンが実際に用いるあらゆる材料をゼロから再導出しているので、本論文

は単独で検証可能である。決定的なことに、ループからの出口はまったくテキスト的なものではない: 反証子の台帳 (付録 E.2) は、コホートに何の義理もない装置に判定を委ねる。二十二本の論文が互いに一致していても何も証明しない; ハロスコープが窓の内側に一本の線を見出し、その傍らに一本も見出さないこと、あるいはそうできないことが、ここで問題となるすべてを証明する。ループはハードウェアの上で閉じるのであり、それが物理学がこれまで受け入れてきた唯一の閉じ方である。

反論 7 (O-Kaxion-7) (認証の懐疑派)

「あなたはこの計画の外の誰も検証していないものを『定理』と呼んでいる。」

応答。本論文における『定理』は演繹的構造についての主張 — 述べられた前提、明示的な導出、検証可能な各ステップ — であって、社会的な認証についての主張ではない。マスター台帳 (表 13) は、読者が検証できるようにこそ、あらゆる主張を格付けしている: どの行が証明済みであり、どれが標準模型の入力を通して導出され、どれが名前付き予想あるいは一つの宣言された較正に依拠しているか。外部からの検証は歓迎する; しかし本論文の決定的な審査は、いかなる読者のそれよりも厳しくなるように設計されている: 四つの事前登録されたキル条件が、本論文に何の義理もない実験コラボレーションによって遂行される (第 36.9 節)。読者は議論を退けることができる; この理論を退けることができるのはハロスコープだけである。

反論 8 (O-Kaxion-8) (方法論の保守派)

「事前登録は社会科学の儀式である; 物理学がそれを必要としたことはない。」

応答。物理学は 1974 年にそれを必要としたが、その語をもたなかった: J/ψ が一夜にして説得力をもったのは、まさにチャーム・クォークの質量の窓が事前に賭けられていたからである。ここで事前登録が買うのは修辞ではなく算術である: 探索範囲効果 (look-elsewhere) の罰則は、盲目的なギガヘルツ走査が積分時間で支払う $2.2\times$ (大域的 5σ に対して局所 7.4σ) から、宣言された窓に対する $2.0\times$ (局所 7.0σ) へ、そしてベンチマークの段における $1.8\times$ (局所 6.7σ) へと縮み — ビンへの縮退が主張されているわけではない (第 37.1 節) — そして 2026 年 2 月の一件 — 事前の賭けを欠いたために局所 5.1σ の超過が大域的 3.5σ へと萎んだこと (第 37.4 節) — が、その生きた実演である。浮遊するアノマリーの墓場を歴史としてもつ分野において、数を先に書き留めることは儀式ではない; それはアノマリーと答えとの差である。

反論 9 (O-Kaxion-9) (組み合わせ論の懐疑派)

「五つの整数とそれらを組み合わせる自由があれば、どれかの式は必ずや到達可能な周波数に着地したであろう。」

応答。自由度を正直に数えよ。整数は本論文のために選ばれたのではない: (1, 3, 5; 7, 35) は OGN-5 カスケードの終端出力であり、GG-A2-GG6 において固定され、そして — いかなる暗黒物質の問いよりも前に — α^{-1} 、 $\sin^2 \theta_W$ 、ロック・スケール、そして電弱スケールに使い切られている (表 2)。カクシオンはその凍結された台帳を、一つの新しい幾何学的対象、すなわちキャップ指数を通して再利用するのであり、その許容値は七元集合をなす (表 11) — そしてその集合全体が周波数においてわずか 1.3 倍を張るにすぎない。到達可能な標的空間は『ダイヤル上のどこか』ではない; それは 1 オクターブの 0.42 であり、公表されており、印を付けた段を伴う。どこにでも着地しうる組み合わせ論的探索は、着地することによっては何も証明しない; 1 オクターブ

ブの 0.42 にしか着地しえないカスケードは、そこでの沈黙によって反証される — それこそが F-Kaxion-1c の予定していることである。

反論 10 (O-Kaxion-10) (皮肉屋)

「なんと好都合な: 窓はまさに、どの実験もまだ到達していないところに位置している。」

応答。年代順を逆にせよ。窓がいまある場所にあるのは $\sqrt{\chi_{\text{QCD}}}/f_K$ がそこに置くからである; この分野の DFSZ 到達あるいはその近傍のフロンティアが現在 $5.4 \mu\text{eV}$ に — DFSZ 深さそのものにおけるフロンティアは IBS-CAPP の $4.91 \mu\text{eV}$ であり、したがって窓の下側の隔たりはさらに広い — すなわち窓のすぐ下にあるということは、この分野の走査の歴史についての事実であって、理論の選択についての事実ではない — そしてそれは印刷された失効期限をもつ一時的な事実である: 走査のフロントはおよそ二年のうちに下から窓へ入り、上端は ~ 2030 – 2032 までに閉じ (表 16)、第 37 節の張り込みの算術は、すでに存在する装置によってベンチマークを数分で検定可能にする。好都合な予言は手の届かないところに隠れる; この予言は、その好都合さが失効する日付を公表している。

反論 11 (O-Kaxion-11) (読む順序の懐疑派)

「十一本の親論文が咀嚼され受け入れられる前に、なぜ C1 を読まねばならないのか。」

応答。依存関係が信念を通してではなく、ハードウェアを通して走るからである。第 II 部は、カクシオンが必要とする三つの構造を自己完結的に述べる; 読者はそれらを本論文の公理として扱い、その下流のすべてをそれ自身の整合性によって判断してよい。より実際的には: 実験計画は親論文に対するいかなる態度の下でも遂行するに値する — 本数検定の再ビン分けは何の費用もかからず、鋭い仮説を検定する; 1.95 GHz における一週間の張り込みは、来歴にかかわらず DFSZ 探査として良い物理である; そして囲われた窓の中に単独で立つ DFSZ 深さの線は、一夜にして親論文を万人の机の上に載せるであろうし、他方で掃引されて沈黙した窓は、誰ひとり親論文を読むことなく決着をつける (第 3 節)。読む順序はいずれにせよおのずと解決する。

反論 12 (O-Kaxion-12) (文体の批判者)

「『サーチ・カード』や『賭け』という修辞は、物理学ではなく宣伝のように読める。」

応答。その語調は意図的であり、しかも荷重を担っている。多忙なコラボレーションによって遂行されることを望む予言は伝達可能でなければならない: サーチ・カードが存在するのは、その代替 — 実験家に対して、二百頁の中から四つの反証子とラインシェイプとプロトコルを抽出せよと求めること — こそが、鋭い予言が摩擦によって死ぬしかたであるからである。賭けの言葉遣いについては: それは反証の要請を平明に述べたものである。本論文におけるあらゆる修辞的な装飾は、数、日付、あるいはキル条件に結び付けられている; 散文を剥ぎ取っても台帳は残る (付録 E.2)。我々は、反証不可能な製品について学者ぶって口を閉ざしていると非難されるよりは、反証可能な製品の売り込みをしていると非難されるほうを選ぶ。

I 幾何とその保護

反論 13 (O-Kaxion-13) (余剰次元の懐疑論者)

「第六の次元はコライダー実験と重力実験によって排除されている。」

応答。これらの制限は現実のものであるが、それらが制約するのは重力を伴うカルツァークライン塔を持つ空間的な余剰次元であり、GG-6 が有するものはそれではない。二つの余剰座標は非空間的である: I_r は繰り込みスケール方向であり、 S^1_θ は無次元の位相円であって (GG-A2-GG6 T2)、いずれも空間的な KK グラビトンを担わない。到達可能な唯一の塔は $M_{\text{lock}} \approx 3.85 \text{ TeV}$ の動径ロック・クラスターであり — これはコライダーの予言 (P1-KK) であって負債ではない — 一方、角度方向の塔は E_{GUT} にあって観測不可能である。この反論は非空間的な幾何を大きな空間的幾何と取り違えている。

反論 14 (O-Kaxion-14) (二つの時計の懐疑論者)

「コンパクト角の方向が二つあるということは暗黒物質種が二つあるということだ — 二重に数えているのではないか。」

応答。軽い場は一つである。円のホロノミーは円の曲率スケールで持ち上げられ (第 9.3 節)、暗黒物質ではない; テンソルの残留物が唯一の凝縮体である。第 III 部で確立された不変量 — 単一の $m_K f_K$ 、単一のエネルギー密度、単一の角度振幅 — は、何ものも二重に数えられていないことの明示的な証明であり、検出器は一つの集団を見る。定理によって決着していないのは、親論文の五つの登録された露出 (九つのモード) がすべて重いかどうかである (第 9.4 節); それが本数であり、本数検定こそがそれを決する。

反論 15 (O-Kaxion-15) (繰り込みの懐疑論者)

「運動項の混合は繰り込まれる — 本数に関わる何かが、量子補正を生き延びる幾何学的な混合に依存しているのではないか。」

応答。否。以前の版はテンソルの残留物とホロノミーとの間の運動項の重なりに依拠していた (「歯車比 $1/K$ 」); 意図されたクラスにおいてはそのような双一次形式は二次作用に現れず、本数はそれを必要としない (第 9.3 節)。本数はホロノミーの持ち上げと単一の流入に依拠しており、そのいずれも繰り込み群の流れを持つ結合定数ではない; 重なり積分は、かつてそれが養っていた二重項とともに付録 F に記録されている。

反論 16 (O-Kaxion-16) (量子重力の懐疑論者)

「量子重力は大域的対称性を破る; あなたのシフト対称性はプランク・スケールの物理を生き延びない。」

応答。破られるべき大域的対称性が存在しない。カクシオンのシフト対称性は、スカラー・ポテンシャルの近似的な大域的 $U(1)_{\text{PQ}}$ ではなく、二形式 B_2 の厳密なゲージ不変性をウィルソン・ループの大きなゲージ不変性と併せたものであり、重力的な演算子はゲージの冗長性を破ることができない。唯一の破れは、理論自身が指定するトポロジカルな破れ (グルーオンのポータル) である。これはモデル非依存な弦アクシオンに対する標準的な品質論法であり、ここでは理論が省くことのできなかつた場について成り立つ — 品質問題は単に小さいのではなく、構造的に不在である。

反論 17 (O-Kaxion-17) (存在論的な字義主義者)

「『非空間的次元』は言葉遊びである：それらは次元であるか、そうでないかのどちらかだ。」

応答。それらは微分幾何が要求する唯一の意味において次元である — 計量と接続を伴い、場がその上で依存する座標である — 一方で、位置ではないラベルを担っている：一方は繰り込み群スケールであり、他方は位相である。「次元」が「歩いて行ける場所」を意味せよという字義主義者の要求は、波動関数が配位空間に住む通常の量子力学において既に時代遅れであった。物理的に重要なのはラベルではなく帰結である：スケール座標は指数的な階層を生み（表 36 がその用法を辿る）、位相座標は巻き付きとホロノミーを、したがってカクシオン自身を生む（定理 8.2）。好きなように呼ばばよい；窓の内側の単一の線と本数がそれらの署名であり、いずれも測定可能である。

反論 18 (O-Kaxion-18) (階層性の懐疑論者)

「 10^{16} GeV の塔、TeV のロック、 μeV のゼロモード — 『一つの幾何』からの三十一桁は、指数関数による微調整である。」

応答。指数関数が調整となるのは、その引数が選ばれる場合に限る；ここで引数は台帳の整数であり、三つのスケールのうち二つは同じスロートの二つの読みである — 単位深さあたり $e^{-2\pi}$ と深さ $K = 35$ がロック・スケールを定め、残留 $\bar{\theta}$ は $e^{-K/2^J}$ を担う（第 9.6 節） — 一方、三つ目の μeV 質量は指数関数では全くなく、一度だけ較正された崩壊定数で割った QCD の感受率である。階層はつまみの集合ではなく、指数化された一つの整数と宣言された一つのスケールである — これはまさに、自然が他所で既に振る舞っている通りである：陽子からプランクへの階層は QCD 自身の次元転移であり、固定された結合の指数関数である。懐疑論者の本当の問いは、同じ K が三つの深さすべてに現れるかどうかである。現れる、しかも検証可能な形で：TeV のロック・クラスター (GG-P1-KK) は $K = 35$ を声に出して読み、 μeV の窓の梯子はアンザッツのもとで $K + \Sigma$ を読む；どちらの実験も幾何を不整合の廉で有罪にできる。

反論 19 (O-Kaxion-19) (弦理論家)

「グリーン-シュワルツ機構は十次元の弦理論に属する；それを六次元で切り売りして借りることはできない。」

応答。グリーン-シュワルツは弦の専有物ではない：それは、可約なアノマリー多項式が修正ビアンキ恒等式を持つ二形式によって相殺されうるという一般的な言明であり、その整合性条件は任意の次元で検査可能である。GG-A3-B16 は六次元でまさにその検査を行う — 因子化、係数ベクトル、トレース比 $2/5$ は導出されたものであって、輸入されたものではない（第 6.3 節）。むしろ借用は逆向きに走る：弦理論的なアクシオンの文献は、二形式の双対が一般にアクシオンのな場をもたらすという先例として引用されている（第 27 節）；現在の枠組みが付け加えるのは、二形式が強制されること、その係数が固定されること、したがって帰結する擬スカラーにつまみが存在しないことである。機構の血統は歓迎する；ここでのその数値はそれ自身のものである。

反論 20 (O-Kaxion-20) (数え上げの懐疑論者)

「なぜ境界上の擬スカラー方向がちょうど二つなのか — 一つでも三つでもなく。」

応答。バルクが境界に提供する角度がちょうどこれらだからである：スロートを貫く三形式フラックスの双対（テンソルの影）と、コンパクトな位相円のまわりの階数六の群のホロノミー — カルタン方向ごとに一つ、計六つ — であり、第 9 節がそれらを構成する。異なる本数には異なる

トポロジーが異なるゲージ群が必要であり、強制された群を伴う $M_4 \times I_r \times S^1_\theta$ はそのいずれも供給しない; テンソルが不在ではありえないのは、アノマリーがそれを禁じるからである。ホロノミーがどうなったかが本数の内容である (第 VI 部): それらは剰余類ゼロモードが登録するスケールで持ち上がると期待され、六つのいずれも計算されておらず、終端された $U(1)_B$ は何も食わず、テンソルの双対が軽いまま降りてくる唯一の角度である。軽い線の本数は一であり、それは親論文の登録された露出に条件付きである; 窓における二重項はそれを反証し、どの登録されたモードが軽いのかを名指しすることになる。

反論 21 (O-Kaxion-21) (離散つまみの懐疑論者)

「七つの離散的な選択肢から選ばれたキャップ指数は、単に小さなつまみにすぎない。」

応答。強さの昇順に、三つの応答がある。第一に、因子 1.3 にわたる七値の離散集合は、十桁にわたる連続パラメータとは種類において異なる: 集合全体が一度に、しかも日程に従って反証可能であり (表 31)、つまみを備えたモデルにはそれが提供できない。第二に、この集合は平坦ではない: $\Xi_{\text{cap}} = K+N+L = 43$ には明示された選択の論法が伴っており (キャップが UV 整数を受け取り、境界が J を保持する)、その地位は本論文の最も鋭い未解決項目として正直に印を付けられた上で登録されている (第 26.3 節)。第三に、離散性それ自体が、それが担うグレードにおいて検証可能である: 梯子はアンザッツであり (第 26.3 節)、格子が線に残す ± 25 MHz において段は分解されるので、段と段のあいだで — たとえば 1.87 GHz で — 確認された線は、カクシオンとそのアドレスと本数を立たせたまま梯子を退役させることになる。つまみは位置と位置のあいだで捕まることがない; 梯子は捕まりうるのであり、この梯子は捕まった場合に何を失うかを事前に述べている。

J 宇宙論と残存量のパイプライン

反論 22 (O-Kaxion-22) (初期条件の懐疑論者)

「ミスアライメント角は調整された初期条件である。」

応答。力の増す順に、三つの応答がある。それはつまみであり、本論文はそう述べている: バルクの規格化は、ベンチマーク行が一般的な角度で目録を飽和させるように較正されており、その上で残存量は $\theta_i \simeq 1.1$ rad を返す — これは標準的なアクシオン暗黒物質のシナリオがどれも仮定する一般的な $\mathcal{O}(1)$ の値であり、それ以上に調整されてはいない。つまみでないのはそれに続くものである: 梯子、本数、DFSZ アドレスは整数によって固定されており、絶対レートが調整された角度を含意するような確認された線は、閉包を目に見える形で緊張させることになる。そして代替の歴史は隠されておらず、シリーズ内で解析されている (第 IV 部): インフレーション後のランダム化された角度の歴史は線を $\gtrsim 6$ GHz へ、すなわち窓の外へ移し、シリーズ内では条件付きでのみ排除されている — 本論文が予想 C-Kaxion-d と名付けるインフレーション期のピン止めを条件として。

反論 23 (O-Kaxion-23) (対抗候補の擁護者)

「対抗候補の排除は、証明されていない枠組みに条件付きである。」

応答。率直に譲歩する: 第 IV 部の排除は GG-Theory の内部での構造的な排除であり、そのそれぞれが憲法上の条項に依拠するものであって、モデル非依存な実験的制限ではない — そして我々

は終始そのように杵付けてきた。しかし杵組みはこの但し書きの陰に隠れない。それは反証可能であり、しかも鋭く反証可能である — 窓全体にわたるカクシオンのヌルは、杵組みではなく較正された配置とその梯子を退役させ、探索を $\gtrsim 6$ GHz へ送る; 他所のコンパクト角の線は同じ対象を退役させる — さらにそれは逆向きの人質を差し出す: 確認された熱的 WIMP、閉じた窓の外のペッチェイクイン・アクション、keV のステライル・ニュートリノ暗黒物質、あるいは原始ブラックホールが優勢なハローは、いずれも暗黒セクターの閉包を反証することになる。理論は分野の残り全体に対して反証可能な主張を賭けており、その主張は両側から検証可能である。

反論 24 (O-Kaxion-24) (インフレーションの歴史家)

「低曲率のロック交差が角度を定める二期の降下は、エキゾチックである。」

応答。一次インフレーションは標準的であり GUT に隣接している; 異例なのは二盆地の降下の第二の、低曲率のロック交差であって、そこでコンパクト角が解放される — そしてそれは GG-A10-Cosmos のものであり、好都合な方向で荷重を担っている。それこそが、角度がそれに先立つ一次インフレーションを通じてピン止めされていた場合に限り、単一の、パッチに依存しない θ_i を意味あるものにする — 本論文が C-Kaxion-d と名付ける条件である (第 13.5 節); ロック交差そのものは即時的であり、等曲率を全く刻印しない。この異例の期は後付けされた負債ではない; それは解放が起こる場所であり、ピン止めはそれについて計算が残されている唯一のものである。

反論 25 (O-Kaxion-25) (微調整の宇宙論者)

「たまたま今日の残存量をもたらす 1.1 ラジアン初期角は、導出の衣をまとった人間原理的な選択である。」

応答。推論の向きが重要である。人間原理的な推論は残存量を仮定し、角度を弁解する; 本論文は残存量の目標を独立に取り ($\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/(2\pi^2)$ は GG-A10-Cosmos において閉パケット予想のもとで導出条件付きであり、CMB に対して 1.5% で検証されている)、一般的な角度がそれを飽和させるようにベンチマークを較正し、角度を読み戻す (第 15.3 節)。この検査は導出よりも弱く、我々はそう述べる: もしベンチマークが $\theta_i = 0.03$ あるいは 3.10 — 調整された端 — を要求していたなら、較正は疑わしく、我々はそう述べたであろう; それは一般的な値である 1.1 を返した。正しい記述は、角度が我々に合うように選択されたということではなく、幾何がちょうど一つの数宇宙に委ね、宇宙がそれを何の変哲もなく埋めたということである。

反論 26 (O-Kaxion-26) (二期の懐疑論者)

「あなたの等曲率の安全性は低いロック交差スケール H_2 にかかっている; それをずらせば話は崩壊する。」

応答。この反論は誤った期を狙っており、本論文の以前の版もそうであった。ロック交差は即時的であり ($N_2 = 0$)、その H_2 が何であれ等曲率を刻印しない; 等曲率の収支は一次インフレーションによって決せられ、その $H_1 \simeq 1.5 \times 10^{13}$ GeV は ($r = 0.0038$ と $A_s = 2.1 \times 10^{-9}$ から、GG-A10-Cosmos が現在印刷している通り)、軽い角度が許容しうる上限 $H \lesssim 2.3 \times 10^7$ GeV より六桁上に位置する (第 13.5 節)。したがって安全性は H_2 ではなく、角度が一次インフレーションの間に重かったこと — 予想 C-Kaxion-d — にかかっており、本論文は関与しないスケールでの余裕を引用するのではなく、そう述べる。脆弱性とは結論が崖の縁に位置することである;

この結論は名前の付いた予想の上に位置しており、それは別のことであり、しかもその予想には名前の付いたキラがある。

反論 27 (O-Kaxion-27) (小構造の専門家)

「インフレーション後のアクシオン・シナリオはミニクラスターとストリームを予言する; あなたの小スケールの話はどこにあるのか。」

応答。カクシオンの歴史は条件付きで単一パッチである — 熱的に回復すべきペッチェイクイン・スカラーは存在せず、再加熱は f_K より因子 12 下に位置し、一次インフレーション中のド・ジッター的なランダム化は予想 C-Kaxion-d のインフレーション期のピン止めによって閉ざされている (第 13.5 節) — したがってインフレーション後のシナリオが持つ激しいミニクラスター・スペクトルは、定理によってではなく予想のもとで不在である。生き残るのは、ジーンズ・スケール $\lambda_J \sim 3 \times 10^{-4}$ pc までの通常の CDM 階層と、任意の冷たい粒子が受け継ぐ標準的な潮汐ストリームの現象論である; 第 IV 部のフェンスが観測的な帰結を述べる (そして不測事態の節は、ミニクラスター集団が検出された場合に何を意味するかを扱う: 厄介事である)。我々はこの非対称性を率直に登録する: ミニクラスター・スケールでの小スケールの滑らかさはここでは予言であり、確認されたカクシオンのミニクラスター・スペクトルは枠組みの単一パッチ条項を反証することになる。

反論 28 (O-Kaxion-28) (サーベいの宇宙論者)

「DESI とその後継はますます進化する暗黒エネルギーを支持している; あなたの π でロックされた静的な目録はデータの誤った側にある。」

応答。 π ロックは現在の目録を固定し ($\Omega_m = 1/\pi$, 1.5% まで検証されている)、枠組みのアトラクターは厳密に $w = -1$ を要求する — これは両側性の、事前登録された賭けであり、コホート自身のキル検定台帳がそれを担っている (GG-A9-SM のタイムラインの暗黒エネルギー反証子)。進化する w の兆候が収束した検出へと固まるならば、GRIP アトラクターは反証され、本論文の残存量の目標は導出条件付きの地位を失う: 台帳を共有するとはそういうことだからこそ、我々はばかさずにそう述べる。しかし現在の証拠の状態は、解析の選択によって有意性が動く兆候であり、それが対峙するのは、これまで公表されたあらゆる目録を生き延びてきたロックされた予言である。正しい姿勢は反証公準が割り当てるものである: サーベいを注視し、賭けを場に残し、収束を — どちらに転んでも — 判定とすることである。

反論 29 (O-Kaxion-29) (多成分の擁護者)

「なぜ暗黒物質はちょうど一種でなければならないのか。多成分の暗黒セクターはあらゆる UV 枠組みにおいて一般的である。」

応答。それらを容れる余地のある枠組みにおいて一般的なのである。ここでは憲法の反調整条項が、整合性条件が強制しないセクターを禁じており、整合性条件はちょうど一つの暗黒候補を強制する (第 II 部) — WIMP を削除するのと同じ俟約が第二成分を削除する。これは美学ではない; これは露出されている: ミスアライメント完全性予想 (カクシオンが π でロックされた取り分の全体を飽和させる) は名指しされ、旗を立てられ、デッキの名前の付いたフェンスの一つとして担われており (表 13 および表 41)、実験室の線が確認されながら含意される局所密度が ρ_{loc} に届かない場合には、目に見える形で破綻する。したがって多成分の擁護者と本論文は、好

反論 33 (O-Kaxion-33) (コライダーの懐疑論者)

「ゲージ化された $U(1)_B$ は TeV の Z'_B を要求する; それはどこにあるのか。」

応答。それは行方不明ではない; それは別個の、事前登録された予言である。ゲージ化された $U(1)_B$ はベクトルを要求し、姉妹論文 P1-KK はそれを $M_{\text{lock}} \approx 3.85$ TeV 近傍の動径ロック・クラスターの中に置く — 端点局在したクォークが樹木レベルで生成しないディリクレ終端モードとして (GG-A9-SM のカスケード深さの補題に条件付き) であり、したがってコライダーの露出はダイジェットにおける Z'_B 共鳴ではなくロック・クラスターそのものである — しかも導出された結合 $g_B = 0.565$ において置く (GG-A3-BI6 の終端シーム容量定理)。コホートは意図的に相互露出している: カクシオンの結合シートがその台帳項目を担うのと同じゲージ因子が P1-KK に Z'_B を与えるので、コライダー探索とハロスコープ探索は一つの構造を探ることになる。

反論 34 (O-Kaxion-34) (厳密性の検査者)

「ヴァファ-ウィッテンは $\theta = 0$ におけるベクトル的な理論に適用される; それをあなたの緩和の論法のために持ち出すのは行き過ぎである。」

応答。この論法はヴァファ-ウィッテンを、それが許可された場所でのみ用いる: カクシオンの力学が既に到達した点における純グルーオンの汎関数に対して、緩和された真空が真の最小であることを保証するために用いる。緩和それ自体は標準的なアクシオン機構であり — アノマリーによって生成され、ゼロで最小化されるポテンシャル $\chi(T)(1 - \cos \theta_{\text{eff}})$ である — 格子計算が直接示す QCD 生成のポテンシャルの存在を超える定理を必要としない (付録 C.3)。ゲージ化されたセクターは新しい θ 源を付け加えない: $U(1)_B F B \tilde{F}_B$ はロックされたポータルを通じて同じ場によって別個に緩和される。仮定が入り込む場所 — 核子レベルの結合へのカイラル簡約 — では、それらはモデル・レベルの入力として明示的にフェンスで囲われており (第 73.4 節のカイラル簡約)、それが主張の正直な境界である。

反論 35 (O-Kaxion-35) (代数の監査人)

「アノマリーにおけるトレース比 $2/5$ が結合において $5:2$ になるのは、符号と反転の曲芸に見える。」

応答。反論者が信用しない代数は健全であった — 反転は基底の変更であり、付録 C.1 および付録 C.4 に書き下されている — が、この反論は今やより根本的な水準で答えられる: それが標的とする読み出しは撤回されている (第 VI 部)。アノマリーは源の比 $2/5$ を固定し (GG-A3-BI6 の係数ベクトル)、その項目は保たれる; 軽いチャンネルの応答比への反転は、凝縮体が駆動すべき軽いバリオンのベクトルを前提としていたが、 $U(1)_B$ を終端する境界条件は M_{lock} 以下に何も残さない。軽いものが何も生き残らないので、曲芸的なものも何も生き残らない; 残るのは台帳の項目であり、その実験室スケールでの帰結は比ではなく不在である。

反論 36 (O-Kaxion-36) (カイラル摂動論の理論家)

「光子の括弧を $0.75(4)$ として引用することは、 -1.92 というカイラル項のモデル依存性を隠している。」

応答。 $-1.92(4)$ は本論文の見積もりではない; それは格子入力を用いたコミュニティ標準の次主要次のカイラル計算であり、あらゆる排除プロット上のあらゆる DFSZ 解析が用いるのと同じ数値であって、引用された誤差は現在束縛されている限りでのモデル依存性そのものである (第 27 節)。括弧に対する本論文自身の寄与 — $E/N = 8/3$ — は不確かさゼロの厳密な群論であるから (定理 27.1)、括弧の $\pm 5\%$ は完全に受け継がれたものであり、分野と共有され、あらゆる人

の DFSZ 線を鋭くするのと同じ格子プログラムとともに縮む。カイラル項が表明された誤差を超えてずれれば、DFSZ 帯はコミュニティ全体にとって動く；カクシオンはそれとともに動き、依然として $E/N = 8/3$ にロックされ、依然として同じ分数的なオフセットにある — 同定の内容は手つかずのまま生き残る。

反論 37 (O-Kaxion-37) (ループの懐疑論者)

「マグノン・ポートは、DFSZ 型のモデルではループ・レベルでのみ生じる電子結合を読む；あなたの樹木レベルの $25/4$ は楽観的である。」

応答。この反論は命中しており、しかもその著者が意図するよりも強く命中している。計算された KSVZ 級のシートにおいて電子結合は確かにループ・レベルであり、 $C_e \sim 3 \times 10^{-4}$ である (第 VIII 部) — だからこそマグノン・ポートは配備されない：この f_K では到達可能な標的がなく、それが奉仕するよう設計された $25/4$ の読み出しは撤回されている (付録 F)。その工学がそこに記録されているのは、それが健全な技術だからである；生き残ったプログラムの何ものもそれに依拠していない。

反論 38 (O-Kaxion-38) (トポロジカル欠陥の専門家)

「結合した二つの擬スカラーは一般にドメインウォールを生む；断言による $N_{\text{DW}} = 1$ はそれらを取り除かない。」

応答。 $N_{\text{DW}} = 1$ は、定理 24.1 が採用する周期の規約における単一ポータル単位カラー・アノマリーであり (アノマリーのコンパニオン論文の κ と $t = 5$ を明示した降下は未解決として登録されており、別の規約では $N_{\text{DW}} = 5$ を返す) — そしていずれの場合でも、単一パッチ条項が成り立つならば、そもそもストリングが形成されるならばそれに縁取られた壁は無害に崩壊するので、壁は問題とならない。ここでは条件付きで、それらは形成されない：欠陥ネットワークは場が地平線をまたいで相関を失うことを要求するが、単一パッチ条項はその経路を閉ざす — ペッチェイクインの回復はなく (回復すべきスカラーが存在しない)、再加熱は崩壊定数より因子 12 下にあり、そして条件付きで、C-Kaxion-d のインフレーション期のピン止めがある (第 13.5 節)。持ち上げられたホロノミーが抜け穴を付け加えないのは、それが持ち上げられるスケールで、それを非一様に塗りうるいかなる宇宙論的な期よりもはるか以前に積分され尽くすからである。したがって欠陥の話は名前の付いた条件を一つ持つ鎖であり、その縁において検証可能である：確認されたミニクラスターあるいは壁交差のシグネチャーは同じ条項を反証することになる (上記の小構造の反論を参照)。

L 実験の実務

反論 39 (O-Kaxion-39) (走査コストの現実主義者)

「DFSZ は最も困難な標的である；そこに到達するには何年もかかる。」

応答。DFSZ の割増は現実のものである — DFSZ 線に到達するには KSVZ 走査に対して標準的な因子だけの費用がかかる — が、それはコミュニティが既に支払っている割増である。1 GHz より上で DFSZ 深さを既に実証し、その深さで 1–8 GHz という公表されたロードマップを持つ IBS-CAPP と、2–4 GHz に十八空洞のアレイを持つ ADMX-EFR が、表明された到達範囲にこ

の窓を含むプログラムである（第 36 節）。カクシオンが DFSZ 線上に位置するので、それらの走査は感度の突破を必要としない：線を見つけるか、窓を排除するかのどちらかである。費用は資金の付いた装置における積分時間であって、新しい物理ではない。

反論 40 (O-Kaxion-40) (ヌル結果の懐疑論者)

「ヌル結果は本当の検定ではない。」

応答。それどころか、ヌルはありうる限り最も清潔な検定である。[1.59, 2.13] GHz の完全な DFSZ 深さの走査が線を見つけない場合、それは校正された配置とその梯子を退役させる (F-Kaxion-1c) — その場合カクシオンはピン止めされない分岐において $\gtrsim 6$ GHz で負われることになるか、あるいは残存物はこのセクターのものではない；枠組みは退役せず、本論文は退役するとも主張しない。予言は周波数、深さ、本数に至るまで事前登録されている；それほど具体的な反証子は、逃げ道ではなく本当の予言の印である。

反論 41 (O-Kaxion-41) (分光学者)

「撤回された 56 MHz の二重項分裂（付録 F）は分解できたのか。」

応答。自明にできた — その分裂は凝縮体の線幅の $\sim 3 \times 10^4$ 倍であり、1.95 GHz における如何なる装置分解能よりもはるかに広がった — そしてこの問いが保たれているのは、その答えが生き残った検定を説明するからである。単一モードの空洞はそれほど離調した音に対して盲目であるから、パートナーの尋問は常に意図的な行為であった；その行為は本数検定として撤回を生き延びる：サブアレイを分割し、他の段を尋問し、窓が他の場所で沈黙している場合に限り候補を受け入れる、という行為である（第 VI 部）。

反論 42 (O-Kaxion-42) (背景事象の追跡者)

「背景（干渉、ダーク光子、熱的なもの）が信号を偽装しうる。」

応答。背景 — 無線周波数の線、熱的なゆらぎ、ダーク光子 — が、事前に賭けられた窓の内側に位置し、ハローの熱的な形状を担い、恒星日と年とともに呼吸する理由はない。カクシオンはそれらすべてを同時に行わねばならず、そのそれぞれが誤差棒とともに事前登録されている（第 IX 部）。その完全な集合を満たすように共謀する背景は存在しないので、この重ね合わせはほぼ背景のない識別器である — これは幾何が実験家に手渡す最大の利点であり、悪名高いほど手間のかかるアクシオンの「候補精査」を一発の物理的な言明へと変える特徴である。

反論 43 (O-Kaxion-43) (量子読み出しの懐疑論者)

「1.95 GHz における単一光子計数は未成熟である。」

応答。ギガヘルツ周波数における単一マイクロ波光子の計数はもはや思弁ではない — トランズモン量子ビットの計数器が実証されている。しかし 1.95 GHz では、空洞温度 40 mK における熱占有数は $n_{\text{th}} \simeq 0.1$ であり、そこでは計数器は暗計数律速ではない；量子限界の増幅器に対する利得は雑音において高々因子 $\sim (1 + 2n_{\text{th}})^{-1}$ であって、価値はあるが決定的ではなく、本論文のベースラインは増幅器について計算されている。そして代替手段は実証済みである：量子限界のジョセフソン・パラメトリック増幅器は、計数器が期待を下回った場合にも完全な発見能力を保持するので、プログラムは未成熟な読み出しに発見を賭けてはいない。

反論 44 (O-Kaxion-44) (ハロー割合の質問者)

「ハロスコープはカクシオンが局所暗黒物質の 100% であると仮定している。」

応答。それはミスアライメント完全性予想により 100% であり、そのように名指しされている: π でロックされた閉包はカクシオンに Ω_{DM} を飽和させる — 一部分ではなく目録の全体を飽和させる — ので、信号に入る密度は局所値の全体 $\rho_{\text{loc}} \simeq 0.45 \text{ GeV/cm}^3$ であり、第二成分による希釈はない。そして仮に局所密度を疑ったとしても、幾何を担う二つの判定 — 窓と本数 — は周波数と存在のデータであり、構成上 ρ_{loc} に依存しない; それに依存するのは結合の判定 (F-Kaxion-1c) のみであり、その定義は仮定する密度を明記している (第 VI 部)。

反論 45 (O-Kaxion-45) (熟練したオペレーター)

「キャンプは現実の世界では $\sqrt{t}$ のようには積分しない: 利得のドリフト、 $1/f$ 雑音、RFI がすべてに床を敷く。」

応答。その床は工学であり、本論文はそれに手を振るのではなく、収支に計上する。放射計の領域は、全体を通じて $t\Delta\nu \gg 1$ となる 100 Hz のビンで作業することによって守られる; 利得のドリフトは連続較正トーンによって除去され、その測定された残差としてのみ収支に入る; RFI は分野が既に運用しているのと同じ環境アンテナ拒否によって処理される; そして JPA 受信機の鏡像ビン相関は、その測定された数パーセントの大きさとともに記載されている (表 26)。正直な言明は定量的である: 現実のキャンプは理想化された時間に対して 10–100 $\times$ の稼働率と較正のオーバーヘッドを担っており、第 VII–X 部で引用されるあらゆる時間尺度がそのことを明示している。表 17 の 5σ の時間を悲観的な百倍にしても、結論 — 年ではなく分から時間 — は手つかずである; オペレーター自身の懐疑に対するこの頑健さこそが、判定が賭かっているところではどこでも、設計が絶対レートではなくロックされた比に依拠する理由である。

反論 46 (O-Kaxion-46) (意味論の懐疑論者)

「544 MHz の窓は一オクターブの四分の一である; その上で『キャンプする』のは、より上手な宣伝を伴う走査にすぎない。」

応答。この区別は意味論的ではなく統計的である。走査は掃引全体の探索範囲効果 (look-elsewhere) のペナルティを支払い、各位置には目標深度に足るだけの時間しか留まらない; 事前登録された帯域は試行因子を宣言された窓へと縮約し (第 37.1 節)、時間収支の全体をその内側に集中させる — だからこそ、盲目的な GHz 走査が何年もかけて買う深度において、この窓は単一空洞の実稼働時間で百日程度 (アレイ級の装置では数時間) の費用で済む。そして窓は予言の内容の全体ではない: 離散的な梯子は印を付けた段を七つ与え、ベンチマークの段は $\pm 25 \text{ MHz}$ の幅を持ち、アドレスと本数が費用なしで付いてくる (第 27 節)。好むならば短い走査と呼べばよい — 一オクターブの 0.42 である; 改名できないのは算術がもたらす因子であり、帯域の中心がデータより先に印刷されたという事実である。

反論 47 (O-Kaxion-47) (局所密度の懐疑論者)

「局所ハロー密度が標準値の半分ならば — ダーク・ディスク、ボイド、ストリーム — あなたの分は日となり、キル期日はずれ込む。」

応答。懐疑論者の因子二であらゆるレートをスケールし、表を読み直せばよい: キャンプでの 5σ の時間は四倍になって秒から秒へ、分から分へと移り (表 17; $t \propto \rho^{-2}$)、図 20 の段の排除は $g_{\text{DFSZ}}/28$ から $g_{\text{DFSZ}}/20$ へ、窓の掃引は $g_{\text{DFSZ}}/4.3$ から $g_{\text{DFSZ}}/3.1$ へと上がり、走査キャンペー

ンの F-Kaxion-1c の期日は、走査の被覆時間も同じようにスケールするので、数か月から数年ずれる。密度は振幅において $\sqrt{\rho}$ として入り、既に収支の支配的な系統誤差として $\pm 22\%$ で担われている（表 20）；因子二の局所的な欠損は、本論文にとっての問題である以前に、ハロー・コミュニティにとって 2.3σ の驚きである。そして同定のための観測量は免疫を持つよう設計されている：窓、アドレス、本数は ρ_{loc} が決して現れない周波数と存在のデータであるから、懐疑論者の最悪のハローですら、判定をばかすことなく遅らせるだけである。

反論 48 (O-Kaxion-48) (手痛い目に遭った懐疑論者)

「1.036 GHz の一件は、五シグマの候補がいかに蒸発するかを示している；本数の判定を『一日以内に』と約束するのは虚勢である。」

応答。1.036 GHz の候補は精査プロトコルにもかかわらず蒸発したのではなく、それを通じて蒸発した — 持続性、磁場オフ、装置間の相互検証である — そしてそのプロトコルこそ第 37.3 節が採用するものであり、そこには分野がこれまで持たなかった追加が一つある：事前登録されたフェンスと本数である。初日の主張は自信ではなく算術である：キャンプ時の S/N 比では、一つの段の空洞帯域幅は数秒から数分の実稼働時間で決定的な深度に達し、その ± 25 MHz の全体は KAXIO アレイなら九時間、単一の CAPP-MAX 級の空洞なら十日で達するので（表 17 および表 29）、一つの段の本数判定の暦の上での費用は、積分して析ることではなく、再同調して落ち着かせることである。1.036 GHz のチームに数か月を要したのは、単独の超過が何物でもないことを確立することであった；フェンスで囲われた窓が第二の線を含むかどうかを確立することは、異なる、そしてはるかに速い認識論的な作業である。終わりのない否定を証明することは遅い；印刷されたフェンスを尋問することは遅くない。

反論 49 (O-Kaxion-49) (ブラインドの懐疑論者)

「封印された周波数オフセットは、標的が公開されている解析をブラインドにすることはできない；どこを見ればよいかは誰もが知っている。」

応答。ブラインドは標的を隠すためのものではない — 何ものもそれをなしえないし、なすべきでもない。それは重要な唯一のフィードバック・ループを断ち切るためのものである：解析者が科学帯域の応答を見ながら閾値、拒否条件、ビン境界を操る能力である。オフセットが封印されていれば、そのような選択はいずれも、絶対周波数が選択者にとって最大 200 Hz まで未知であるようなデータに対して行われる — これは線幅の十分の一であり、内部の関係をすべて保ったまま、同調の決定を答えから切り離す（第 64 節）。これはまさに LIGO のブラインド注入とミューオン $g-2$ のクロック・オフセットの封印パラメータの型であり、そのいずれも標的が同じく公開されていた解析を守ったものである。どこを見ればよいかを知っていることは危険であったためしがない；危険なのは、カットを設定しながら何を見たいかを知っていることである。

反論 50 (O-Kaxion-50) (運用管理者)

「希釈冷凍機の実験で丸一年 85% の稼働率というのは幻想である；現実のハロスコープはその半分近くで生きている。」

応答。現実の走査型ハロスコープがその半分近くで生きているのは、その稼働率が走査それ自体に食われるからである：各ステップで再同調、再結合、再較正を行い、機械的に触れるたびに熱サイクルの危険を冒す。キャンプは構成上そのオーバーヘッドの大半を削除する — 同調系は二つの帯域で八週間掃引し、段のキャンプのために六回、空洞セットの交換のために一回動き（表 31）、

年の残りはキャンプである; 磁石は永久電流モードの MRI ソレノイドであり、その製品系列は Dark Wave Laboratory よりはるかに劣悪なインフラを持つ病院で何年も磁場を保持している; そして極低温設備は EFR ベースラインのものであり、連続的な第二世代の運転のために設計されている。85% は背後に予算項目を持つ要求であり (表 33 の稼働率の行)、その失敗様式は緩やかである: 失われた稼働率は引き延ばされた露出であって、判定が変わることは決してない — 一年が十四か月になるだけであり、反証子はそれを意に介さない。

M 装置と天体物理

反論 51 (O-Kaxion-51) (磁石技術者)

「核子ポートには 45.8 T が必要である — 不可能だ。」

応答。自由スピンのラーモア・ポートについてはその通りであり、我々もそう述べている: 1.95 GHz での陽子共鳴には 45.8 T を要し、静穏な 10 mK ハロスコープとは両立しない。しかしこの壁は一つの読み出し機構についてのものであって、結合についてのものではない。非ラーモア型の内部磁場 (超微細増強) 方式は、結晶自身の超微細磁場 — 数十から数百テスラ — に共鳴を供給させることで、核スピン集団が 10 mK で本質的に完全偏極したまま、サブテスラのトリム磁場で窓に到達する; 70 mT での電子マグノン・ポートが成熟した第一段階であった (第 VIII 部)。この反論は読み出しによって答えられたのであって、回避されたのではない — もっともその答えは今や記録上のものである: 25/4 の読み出しが撤回され、KSVZ 級のシートがこの f_K では到達不能である以上、二つのスピン・ポートはいずれも提案ではなく記録である (第 VIII 部)。

反論 52 (O-Kaxion-52) (検証不可能性の懐疑論者)

「バリオンの結合は天体物理的に無視できると自ら計算したのだから、それは検証不可能である。」

応答。以前の改訂がこの反論に初めて答えたとき、その返答は整合チャンネル比であった; その読み出しは撤回されており (第 VI 部)、誠実な答えは今や異なる。絶対的な暗黒-バリオン結合は確かに銀河を動かすには弱すぎ — 我々はそれを計算した (第 73.4 節) — また計算されたシートの上では、現行のいかなる実験室ポートが読み取るにも弱すぎる。バリオンのセクターは、その強度が実際に存在する場所で検証される: 衝突型加速器において、同じゲージ因子が要求する M_{lock} の Z'_B を通じて (P1-KK)。検証不可能というのは誤った語である; 検証はそれを賄える機械へと移ったのである。

反論 53 (O-Kaxion-53) (強重力の観測者)

「EHT と LIGO は純粋なカー解を見ている; それはカクシオンを制限しないのか。」

応答。否 — そしてその整合性は特長である。冷たい暗黒物質としてカクシオンは地平線スケールの痕跡を残さない; コンパニオンのブラックホール論文 (Arisaka, 2026, C3-BH) は、カー解からの予言されるずれが $(\ell_{\text{lock}}/r_s)^2$ で抑制され、Event Horizon Telescope のシャドウや LIGO のリングダウン測定 of ずれをもはるかに下回ることを示している。したがってずれの不在こそがカクシオンの予言するところそのものである; それは制限ではなく整合性であり、地平線スケールのずれが確認されれば、それは枠組みを支持するどころか困惑させることになる。

反論 54 (O-Kaxion-54) (窓の懐疑論者)

「 Ξ_{cap} がずれば窓は誤っているかもしれない。」

応答。予言はまさにこれに対して頑健である。窓は両端から公表済みの計画によって挟まれており、離散的な Ξ_{cap} の範囲内でのベンチマークのずれは、事前に確約された窓の内部で印を付けた行を動かすのであって、窓の存在を動かすのではない; また DFSZ 深さと本数は、中心がどこに落ちるかによらず固定されている。決定的なことに、いかなる他の周波数であれコンパクト角的な線が確認されればそれもまた較正された配置を反証するのであり (F-Kaxion-1d)、ゆえに位置の誤りは配置にとって致命的である一方、柵の内側の第二の線は本数を反駁する — 予言は自らを救うためにひそかに移設されることはできない。

反論 55 (O-Kaxion-55) (マグノンの現実主義者)

「QUAX 級のマグノン実験は、あなたのブースターが要求する感度より桁違いに上に位置している; その隔たりは『R&D の一年』ではなく、深淵である。」

応答。この比較は隔たりの置き所を誤っている。QUAX は、信号電力が未知の質量において $g_{aee}^2 \rho / m_a$ で決まる QCD アクシオンの電子結合を探索している — 盲目的で、深く、走査に律速された問題である。ブースターの課題は三つの軸において典型的に容易であった: 周波数が既知であり (走査なし)、トリガーは $\sim 3000\sigma$ の電磁的な線との同時計数であり (盲目的な発見閾値なし)、観測量は較正の負担の大半が相殺する比である (式 (F.6))。それが満たすべき要求は、既知のビンにおいて実稼働 5 日あたり $\text{SNR}_B = 5$ である — そして本論文はそれを実証済みとして主張したことは一度もない: それは設計要求として囲われ、ベンチ作業の一年の背後に閥門を置かれていた。この論点は今や記録上のものである: ポートはその目標とともに撤回されており (第 VI 部; 記録は付録 F)、光子のみの構成 — 常に代替案であったもの — がベースラインである (表 33)。値付けを拒む深淵は空想である; 測られた幅と閥門と代替案を備えた隔たりは工学と呼ばれたのであり、記録はその値段を保持している。

反論 56 (O-Kaxion-56) (磁気工学の技術者)

「9.4 T のソレノイドの傍らで 70 mT を安定かつ一様に保つことは、恒久的なコミッショニングの悪夢となるだろう。」

応答。(付録 F に記録されたモジュールに関する工学的な問い; 記録のために答えておく。) 数値は、隣接という語の響きほど劇的ではない。サイド・クライオスタットの設置場所では漏れ磁場は 10 mT の程度であり、勾配は数メートルの離隔によって決まる; 三層の段階的な遮蔽 — 受動的なミューメタル ($\sim 10^3$)、冷却時に残留磁場を凍結する超伝導缶、および NMR プローブでサーボした能動ループ — が、要求される ± 0.1 mT を、すなわちバイアス・コイルに対する 10^{-3} のトリムを実現し、これは磁石実験室の日常的な実務の十分に内側にある (第 F.3 節)。厳しい仕様は球アレイ全体にわたる一様性 ($\Delta B/B < 10^{-4}$) であり、それははるかに大きな体積において MRI のシム工学が日々解いているコイル設計の問題である。ストレス事例 — 励磁の昇降とクエンチ — が要するのは較正ではなく稼働時間である: 缶は緩やかに飽和し、モジュールは休止し、プローブ対からの磁場記録がデータ取得の再開時期を決める。コミッショニングは作業となる; 悪夢には際限のない未知が必要であり、この系にはそれがない。

反論 57 (O-Kaxion-57) (観測者)

「JWST の『初期の大質量銀河』という話は争われている — ダスト、IMF の仮定、較正 — にもかかわらず、あなたは論拠の一部をそれに寄りかかせている。」

応答。本論文は JWST に非対称に寄りかかっており、その非対称性こそが要点である。定性的な方向 — データはより少ない初期構造ではなく、より多くの初期構造を要求する — こそが提案されたあらゆる系統誤差を生き延びるものであり（ダストと IMF の改訂は質量を動かすのであって、驚きの符号を動かすのではない）、その方向はまさに小スケールのパワーを抑制する候補、すなわちカクシオンの競合者を排除する（第 IV 部）。終端を生き延びる唯一の定量的な先行スタートのてこ — 宇宙論コンパニオンが作業値として担う崩壊閾値 — はモデル水準で引用されており、下流のいかなるもの — 反証子も、実験室の数値も — がそれらに依存することはない。初期銀河の緊張が完全に解消したとしても、カクシオンは支持的な対比を一つ失うだけでその論拠全体を保持する；それが強まれば、温かい代替案とファジーな代替案は完全に敗れる。一方的である場所でのみ用いられる議論は依存ではない；それは無償の賭けである。

反論 58 (O-Kaxion-58) (シミュレーション研究者)

「3% のパワースペクトルの先行スタートは、銀河形成シミュレーション間の系統的なばらつきよりも小さい；構造の議論は行き過ぎである。」

応答。同意する — だからこそ先行スタートは測定としてではなく対比として提示されている。シミュレーションのばらつきに対しては、以前の読みが担っていた種類のパーセント水準のパワー増強は確かに見えないであろうし、それが本論文がもはやそれを担わない一つの理由である；JWST に関係する質量におけるファジー場による小スケールのパワーの桁違いの抑制に対しては、それは崖の正しい側と誤った側との違いである（第 IV 部が両方の柵を述べている）。本論文の構造に関する主張はすべてその崖縁の種類のものである：質量において 16 桁で冷たくファジーでないこと、断面積において少なくとも 32 桁でカスプ状でありコア状でないこと — いかなるシミュレーションの系統誤差もばかすことのできない識別である。パーセント水準の宇宙論が真に賭けられている場所（ π でロックされた目録）では、検証はシミュレーションではなく CMB の目録そのものである；シミュレーションが支配する場所では、本論文は符号のみを主張する。主張の精度をその舞台の精度に合わせることは行き過ぎではない；その逆である。

N 基礎と哲学**反論 59 (O-Kaxion-59) (経験論の哲学者)**

「そもそもなぜ宇宙が公理によって記述可能でなければならないのか。物理学は経験科学であって、数学の一分野ではない。」

応答。ここでの公理は、実在が数学的であるという形而上学的な賭けではない；それは実験がすでに与えた規則性についての圧縮の主張であり、誤りうるほど鋭く述べられている。『公理からの物理学』が意味するのは次のことである：ここに四つの構造的な確約と七つの公準がある；それらが正しい圧縮であるならば、表 1 の帰結はそれ以上の自由度なしに従う — そして各々の帰結は哲学者の仕事ではなく経験的な装置の仕事である（表 1 が条項を職務に索引付けている）。それによって経験論者自身の基準は通常よりも厳格に尊重される：ほとんどの理論はフィットされ

た界面でデータと出会うのに対し、この理論は界面を取り除き、公理とアンテナのあいだに、算術と、宣言された標準模型の入力と、一つの宣言された較正と、デッキの名前を持つ予想 — それぞれが入る場所で旗を立てられている — のほかには何も残していない。宇宙が公理的で『ある』かどうかは、本論文が答えを必要としない問いである；この公理系がそれを圧縮するかどうかは 1.95 GHz で答えられる。

反論 60 (O-Kaxion-60) (過小決定の理論家)

「無矛盾性の議論は実在を過小決定する：自己無矛盾な構造は多数存在するのだから、無矛盾性から『その』世界を導出することは物理学ではなく合理主義である。」

応答。率直に認める — 無矛盾性だけでは過小決定であり、この枠組みはそれ以外を主張したことはない。その主張は古典的な二前提の形式を持つ：憲法を所与とした無矛盾性であり、そして憲法は偶然的で経験的な賭けであって、その正当化はそれが強制する反証可能な帰結より深いものではない。他の自己無矛盾な構造は確かに存在するのであり、その譲歩は全面的になされるべきである：確証は第一義的には予言のシート — 周波数、ロック、窓 — に付着するのであって、その背後の公理が、同じシートを宿しうる未提示の競合者よりも選好されるのは、証明された一意性の根拠によってではなく、リスクと儉約の根拠によってである。合理主義者の罪は、安楽椅子の整合性から必然性を導出し、それをデータから隔離することにある；ここでの規律はその逆である — 演繹の鎖は、まさに一つの恣意的に見える選択（公理）を、日付を伴うキル条件に集約された最大の経験的リスクに晒すために存在する（付録 E.2）。過小決定から逃れる道は、科学において常にそうであった唯一の道である：一意性を証明することによってではなく、処刑に志願した候補であることによって。

反論 61 (O-Kaxion-61) (様相形而上学者)

「あらゆる定数が導出されるならば、物理法則について偶然的なものは何もない — あなたの宇宙は、事物が別様でありえた余地を残していない。」

応答。偶然性は消えたのではない；それは移設され、集約されたのである。枠組みの内部では、公理を所与とすれば定数は確かに必然である — それが『ダイヤルなし』の内容である。しかし公理系そのもの、そしてその背後にある、何かがそれを満たすという生の事実は、ヒュームにおけるいかなるものとも同じく偶然的なままである：理論は、世界が GG-6 世界であるならば何が必ず従うかを語り、そもそもなぜ GG-6 世界が存在するのかについては沈黙する（総括論文 GG-A11-Origin が、その種の問いのどの版が適切に定式化されているかを扱う）。様相の継ぎ目が 26 個のパラメータに塗り広げられるのではなく公理と万物のあいだに位置することを奇妙に思う者もいよう — しかし奇妙さは反論ではなく、この配置は塗り広げられた代替案が欠いている経験的な美点を持つ：単一の継ぎ目は応力試験にかけることができる。本論文のあらゆる反証子は、それを破壊しようとする試みである。

反論 62 (O-Kaxion-62) (ポパー主義者)

「標準模型と宇宙と暗黒物質を一度に導出する枠組みは、まさにポパーが警告した『何でも説明する』全体論である。」

応答。ポパーの標的は、その説明の射程が免疫を伴うような理論であった — 精神分析はいかなる行動をも、マルクス主義的歴史学はいかなる出来事をも収容できた。露出を伴う射程はその対極であり、この枠組みが住まうのはそこである：多くを説明するのと同じ整数台帳が、任意の一

箇所て殺されうる — 柵の内側の第二の線、3.85 TeV におけるロック・クラスターの不在、収束した $w \neq -1$ 、窓の外側の線 — そして任意の定理級のロックにおけるキルは、ロックが区画化されていないがゆえに、いたるところでのキルである：一つの整数台帳がそれらすべてを担う（第 3 節が共有された背骨を辿る；付録 E.2 が本論文の四つのキル条件を列挙する）。定理級より下では劣化は格付けられており、台帳はそれを前もって述べている：ベンチマークは宣言された離散的な窓の内部で動きうるし、名前を持つ予想は、名指しされた従属物のみを道連れにして死にうる。ポパー自身がまさにここに線を引いた：重要なのは理論がどれだけ多くを説明するかではなく、何を禁じるかである。この構成の禁止は具体的である：柵の内側の第二の軽い線、その外側の線、3.85 TeV における空のロック・クラスター、 π でロックされた分率から外れた CMB の目録 — それぞれが述べられた深さを伴い、装置が存在する場合には日付を伴う。

反論 63 (O-Kaxion-63) (実在論者)

「OGGEP は観測を世界の構成的なものにしている — それは観念論である。誰も射影しないとき、バルクは存在するのか。」

応答。OGGEP が関わるのは何が存在するかではなく、何が物理的内容であるかである：それは、任意の有限な観測者に利用可能な法則的記述が境界射影であると述べているのであり、それは熱力学が 10^{23} 個の分子について利用可能な記述は一握りの状態変数であると述べるのとまったく同じである — しかも分子が粗視化されたときのみ存在すると結論する者は誰もいない。この枠組みにおけるバルクは、ゲージ軌道の内部や一般相対論における座標近傍と同じ地位を持つ：その不変な内容 — そしてそれのみ — が物理的であるような法則的な機構である；それは、その無矛盾性の要請が観測量を強制する構造である。ここでも O-Kaxion-65 においても、その立場は射影不変な内容についての構造実在論であり、『観測されない存在』は形式体系が必要ともせず答えもしない問いである。形式体系が際立って答えるのは、観念論者の前提を装った実在論者の夢である：射影はきわめて厳密に法則的であるため、見えない構造が実験台の上に指紋 — 窓、アドレス、本数 — を残す。観念論がそれほど反証可能であったことはない。

反論 64 (O-Kaxion-64) (人間原理の批判者)

「『宇宙は最も深い真空を占める』は選択原理であり、選択原理は変装した人間原理である。」

応答。人間原理的选择は、説明されないアンサンブルの内部で我々の存在を条件とする；GRIP の選択は一つの系の内部での力学的な言明である — 導出された自由エネルギー汎関数の最小値への降下であり、腕の底へ転がる球以上に人間原理的ではない（第 10.4 節）。変装は逆向きに走っている：人間原理的な議論は腕の深さを決して教えることができないが、こちらは教えねばならない — 真空を選択するのと同じ汎関数がアトラクターの曲率を、したがって本論文が費やす数値を固定する (θ_i の単一パッチのコヒーレンス；カクシオンを恒久的にする安定性)。そして選択原理であれば検証不可能であろう場所において、こちらは過剰決定されている：真空選択が誤っていれば、電弱の最小値、暗黒エネルギーの状態方程式、そしてカクシオンの安定性がすべて同時に、それぞれ測定可能な形で破綻する。それだけのものを賭ける原理は、人間原理という類型を完全に離れている。一つの譲歩が負われており、それを与える：なぜこの汎関数なのか — なぜこれらの公理なのか — は、力学が自らについて答えることのできない選択の問いである；それは明示的に未解決のまま残され、総括論文 GG-A11-Origin が、その問いのどの版が適切に定式化されているかを地図に描く。

反論 65 (O-Kaxion-65) (唯名論者)

「整数は我々の帳簿付けであって、自然の調度品ではない。『 $K = 35$ が世界の中にある』は地図と土地を混同している。」

応答。主張はより控えめであり、また逃れることがより難しい: 土地が何であれ、それは厳密な離散性 — 巻き数、アノマリー係数、サイクル数 — を支えており、厳密な離散性は許容されるあらゆる地図において整数値をとる。同じ『帳簿の記入』が、衝突型加速器では TeV の質量比として、空洞では柵で囲われた窓として現れるとき — 二つの装置、二つの大陸、共有された較正なし — 唯名論者は、土地にその構造を帰するか、地図の並外れた共謀を認めるかのいずれかをせねばならない (この二重の読みは第 VI-X 部の明示的な計画である)。物理学は以前にもここに来たことがある: 電荷の量子化が記法の好みであると考える者は今や誰もいない。主張は、O-Kaxion-63 におけるのと同じく構造実在論である: 射影不変な構造 — 二度読まれた厳密な離散性 — は世界の中に位置づけられ、他方で数の形而上学はいずれにせよ未解決のまま残される。柵と本数が確認されれば、その構造は単に書かれたのではなく測定されたことになる; それが破れれば、枠組みは経験的に敗れる — そして数とは何であるかについてのより深い論争は、哲学がそれを残したところにそのまま立っている。

反論 66 (O-Kaxion-66) (目的論者)

「それを発見したとしよう。定数が導出され暗黒物質が同定されたとき、物理学には何が残るのか — そして要点は何だったのか。」

応答。終わるのは一つ特定の類型 — パラメータ考古学、すなわち自然が隠していた数値のフィッティング — であり、その終わりは葬儀ではなく卒業であろう。パラメータより上のすべては残る: 同定されたカクシオンはハローに向けられた装置である (速度構造、ストリーム、推論ではなく天文学としての暗黒の空 — 第 X 部の分光計の成果物はその書物の最初の一頁である); 確認された枠組みは、我々が以前には鋭く提起できなかった問いのための機械であり、その問いは地平線の情報収支 (GG-C3-BH) から、そもそもなぜ観測者が自らをこの宇宙的な時代に見出すのかにまで及ぶ。そしてもしこの事業の要点がかつて『フィットすべきさらなる定数』であったのなら、物理学は要点の選び方を誤ったのである。要点は常に、世界が何でできており、なぜそれが持ちこたえるのかを知ることであった; その一部に答える理論は物理学を汲み尽くしたのではない — それは物理学の最も古い請求書を支払ったのである。

反論 67 (O-Kaxion-67) (科学史家)

「数学的な優美さは物理学を繰り返し誤らせてきた — $SU(5)$ の陽子崩壊、弦理論のランドスケープ。なぜ π ロッキングは異なるのか。」

応答。史家自身の事例が答えを担っている。 $SU(5)$ は美しく、かつ禁止的であった — それは安定な陽子を禁じ、実験が探し、美は予定通りに死んだ: それは制度が機能しているということであり、それはまさに、このコホートが自らの反証子のうちに陽子の監視を含めることで再び臨む賭けである。ランドスケープこそが真の教訓譚であり、その失敗は優美さではなく禁止の喪失であった — 10^{500} 個の真空は何も禁じない。 π ロッキングは構造的にその分水嶺の $SU(5)$ の側にある: それは一つの割り当てであって、退避すべきアンサンブルを持たず、すでに CMB の目録に対して 1.5% まで検証され、本論文のあらゆる数値を通じて再び露出されている。歴史の教訓は『美を信用するな』ではない; それは『負けることのできないものを何も信用するな』である。ロックは発見週の木曜日までに負けることができる。それが違いである。

反論 68 (O-Kaxion-68) (偶然性の懐疑論者)

「あなたの『ダイヤルなし』という美点は後知恵の幸運である: カスケードが $K = 36$ で終わっていたなら、あなたは今 36 を称賛していただろう。」

応答。この反実仮想はそれ自身の条件において失敗するのであり、誠実な語彙は哲学者自身のものである: 使用新規性。第一に、 K は 1 だけずれたような停止点ではない: 35 は二重に決定されている — $K = LJ$ と $K = M^2 + N^2 + L^2$ が同時に成り立つ — のであり、36 は台帳のより小さい記入とともにそのいずれの分解も満たさない; カスケードは 35 の『近くで終わる』のではなく、それに着地するか自己矛盾するかのいずれかである (第 6.2.3 節)。第二に、電弱スケール: $v = M_{\text{lock}}(2/5)^3 = 246 \text{ GeV}$ は同じ K を長く知られた数値に対して換金するのであり、その地位はあるがまさに述べられている — v が先に知られていた以上、それは後付けの予言である — そして使用新規な論点は、 v が閉包のどこにも入力として現れないことである: ディオファントス・カスケードはそれなしに K を固定する (表 2 が該当する項目をそのように格付けている)。したがって事前登録された重みは、いかなる装置もまだ読み取っていないものに乗っている: 窓、DFSZ アドレス、そして単一の線という本数である。先見の装いをまとった辻褄合わせを疑う懐疑論者に必要なのは暦だけである: K の三度目の読み出しは予定されており、それはまだ起きていない。

反論 69 (O-Kaxion-69) (デュエム主義者)

「反証子が発火したとき、後件否定はどの前提が死んだのかを教えてください — あなたのキル条件は、公理、格子の入力、ベンチマーク、あるいは名前を持つ予想のいずれが弾を受けるのかを過小決定する。」

応答。一般には正しい — そしてここでは前もってなされた帳簿付けによって答えられている: 台帳はデータが到着する前に責任を割り当てる。F-Kaxion-1d と本数の検定は、格子やハローが何をしようと成り立つ無次元のデータ — 一つの位置と一つの存在 — から組み立てられている; 本数が発火すれば、親論文の登録された会計が弾を受け、第二の線がそのモードを名指す; F-Kaxion-1d が発火すれば、較正された配置が弾を受ける — あるいは、ランダム化された角度の質量においては、ピン止めの予想 C-Kaxion-d が受ける。F-Kaxion-1c は、囲われた通りに正確に閉包シートを打つ: それは較正されたベンチマークと梯子のアンザッツを退役させ、較正 (O14) と C-Kaxion-b に対して記帳される。標準模型側の入力 — $\chi(T)$ 、 $g_*(T)$ 、輸送の接続 — は述べられた誤差を伴い、窓をずらしうる; それらは本数や位置を作り出すことも消し去ることもできないため、それらが発火したときの候補には決してならない。そして鎖の中で否認可能な要素は、まさにデッキが名指すもの — 較正、アンザッツ、ミスアライメントの完全性 (MC)、および C-Kaxion-b, c, d — であり、それこそがそれらが名指されている理由である: マスター台帳の行が、どの主張がどの前提とともに倒れるかを今日述べているがゆえに、否認が来るとすれば、それは公然で、具体的で、値段の付いたものとなる。デュエム問題は事後に宣言された全体論を糧とする; 実験の前に公表された責任表がその解毒剤である。

第 XV 部 参考文献

引用された著作を二つの群に分けて示す — GG-Theory コホートと外部文献 — 各項目は関連性の注記と初出の引用箇所を伴う

参考文献表は二つのセクションに整理されている。**セクション A** は GG-Theory コホートの二十一篇の姉妹論文を、計画の正典的な順序で列挙する（憲法的な根、GG-6 三部作、境界則とその柱、三つの教科書的な読み出し、総括論文、二つの現象論分枝、および基礎分枝）；カクシオンは単一の演繹構造の内部に位置し、その判定がその全体に伝播するがゆえに、コホートのすべての論文が本論文の本文において引用されている。**セクション B** は外部文献を — 暗黒物質についての九十年の証拠基盤、アキシオンの理論的な系譜とその QCD 入力、ハロスコープの装置と本論文が係留されている公表済みの探索、および信号モデルの背後にあるハローの天体物理 — 第一著者のアルファベット順で列挙する。

各項目は、その著作が本論文に何を寄与し、どこで入るのかを述べる**関連性**の段落を伴い、続いてその初出の引用箇所を示す。この表には、本文で引用されていない項目は含まれていない。

コホートのプレプリントはすべて <https://preprints.arisaka-gg.org/> で入手できる。外部の参考文献は、与えられた通りの公表版またはプレプリントの識別子のもとで引用されている。

A. Katsushi Arisaka による論文（GG-Theory コホート）

Arisaka, K. (2026). The GG-Constitution: Four Axioms and Seven Postulates of the GG-Theory Program, From Which GG-6, BI-6, OGN-5, and GDOS Descend as Theorems. Arisaka-GG-A1-Constitution.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/a1-constitution/>.

doi:10.5281/zenodo.22063867.

関連性. GG-Theory の憲法的な憲章である：それは四つの公理（局所性／因果性 LC、幾何-ゲージ等価性 GGEP、その開放系への拡張 OGGEF、および最大対称性／最小自由度 MSMF）と七つの公準を述べ、この規則集が、六次元バルク、アノマリー恒等式、整数台帳、および開放系の境界則をコンパニオン論文において定理として強制するに足るほど剛直であることを示す。この計画に初めて触れる読者にとって、ここが正しい入口である：それは、理論が連続的なダイヤルを持たない理由、したがってその内部の暗黒物質候補が選ばれるのではなく強制されねばならない理由を説明する。本論文にとって決定的なことに、それは問題 P7 において強い CP 問題の閉包をカクシオンに割り当て、カクシオンの実験室での線を、事前に宣言されたキル条件を伴う憲法上の反証子として登録する（第 VI 部の本数と窓が今それを担っている） — したがってカクシオンは憲法上義務づけられているのであって、付け足されたものではない。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). GG-Theory with GG-6: Geometry–Gauge Locking at the 6D Bulk (GG-6) at the Heart of Grand Geometric Theory (GG-Theory). Arisaka-GG-A2-GG6.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/a2-gg6/>.

doi:10.5281/zenodo.22064298.

関連性. バルクの論文であり、下流のすべてに対する幾何学的な基礎である。それは、二つの非空間的な座標 — スケール区間 I_r と位相円 S^1_θ — を伴う正準計量定理 $ds^2_6 = e^{-2r}\eta dx^2 + dr^2 + d\theta^2$ 、 $\mathcal{M}_6 = \mathcal{M}_4 \times I_r \times S^1_\theta$ を強制する次元最小性定理、四因子のバルク・ゲージ群、および OGN-5 ディオファントス・カスケード $(1, 3, 5; 7, 35)$ を証明する。初学者が持ち帰るべき概念的な教訓は、ここでの「余剰次元」は空間的ではなく（したがって通常の衝突型加速器と重力の制限を免れる）、繰り込みスケールの軸と位相角であるということである。カクシオンのあらゆる幾何学的な材料 — それが住まう位相円、本数が持ち上げるその円のランク 6 のホロノミー、およびキャップ荷重の梯子を係留する喉の深さ $K = 35$ — は、この論文によって供給される。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). Anomaly Freedom of BI-6: The Modified Bianchi Identity (BI-6) for the Six-Force, Six-Dimensional Bulk (GG-6). Arisaka-GG-A3-BI6.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/a3-bi6/>.

doi:10.5281/zenodo.22064300.

関連性. アノマリーの論文であり、そもそもカクシオンが存在せねばならない理由である。それは、単一の反自己双対グリーン–シュワルツ二形式 B_2 を強制するランク 1 の判定基準、修正ビアンキ恒等式 $dH_3 = \text{tr } R^2 - \text{Tr } F_5^2 - \frac{2}{5}F_B^2 - \frac{2}{5}F_{Q_i}^2$ 、および厳密なトレース比の計算 $\text{Tr}(B_0^2)/\text{Tr}(Y_0^2) = 2/5$ を証明する。教育的な要点は、アノマリー相殺が任意選択の無矛盾性検査ではなく建築的な制約であるという現代的なものである：GG-6 のフェルミオン内容に対しては、二形式が存在する場合にのみそれは満たされるのであり、したがってカクシオンとなる場を削除すれば量子論は無矛盾でなくなる。カクシオンの存在とそのバリオンの台帳の記入は、いずれもこれら二つの結果から直接に降りてくる。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). From Euclid to GG-6: The Realization of Euclid’s Elements in Six Dimensions — GU-5, OGN-5, and a Parameter-Free Reconstruction of Modern Physics. Arisaka-GG-A4-Euclid.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/a4-euclid/>.

doi:10.5281/zenodo.22064302.

関連性. バルク幾何からの普遍定数 $\{c, G_N, \hbar, k_B, Q_B\}$ の GU-5 による再構成と、計画の歴史的な方法論を担う。読者がそこから受け取るべき主張は、各々の科学革命が一つの経験的定数を一次元高い幾何へと吸収してきたということ — 特殊相対論が c を、一般相対論が G_N を、量子力学が $\hbar$ を吸収した — そして、この様式の暗黒セクターにおける実例が、暗黒物質の非空間的な位相円への吸収であるということである。この論文においてカクシオンは、新しい粒子としてではなく、以前は偶然的であったものを幾何化する三世紀の系譜における最新の一步として提示される。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). GDOS: Geometric Dynamics of Open Systems — 6D GG-6 Bulk Projected to 4D Boundary for Quantum Measurement, General Relativity, and QFT. Arisaka-GG-A5-GDOS.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/a5-gdos/>.

doi:10.5281/zenodo.22064304.

関連性. 境界射影の論文であり、六次元バルクが四次元の観測者にどのように見えるかを教えるものである。それは、正準的な境界則 (T6)、BI-6 流入が電磁的・バリオンの・情動的な流れを保護する四流のワード・パッケージ (T9.7)、および TGG/CCI の橋渡し補題を供給する。本研究にとってそれは、カクシオンが境界上でそれらの保存流を通じてのみ結合するという規則の出所であり、それゆえにそのポータルは自由な結合としてではなく、現にあるロックされた比率で現れる; カクシオンの境界有効作用とその保存流への結合は、すべてここで統御される。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). The GRIP on GDOS — GRIP: the Geometric Engine of Symmetry Breaking, from the Big Bang to Mind. Arisaka-GG-A6-GRIP.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/a6-grip/>.

doi:10.5281/zenodo.22064306.

関連性. ランタイムの論文である: それは GRIP とモース自由エネルギー・ランドスケープ $F_{\text{GFF}} = F_{\text{GEP}} + F_{\text{CEP}}$ (GFF-ST2) を定義し、平衡の一意性 $[\Pi_*] = \arg \min F_{\text{GFF}}$ (GFF-ST7) を、本論文を通じて用いられる二領域のランタイム定義 def:GGA, def:GRIPin, def:GRIPout とともに証明する。読者が形成すべき描像は、単一のコスト汎関数の決定論的な降下であり、その臨界点はコンパクト角 (ウィルソン線) の層の上で離散的な OGN-5 の位相に位置する — 連続体ではない。カクシオンはこのカスケード (DGI $\rightarrow$ GSSB $\rightarrow$ GA) の幾何アトラクターとして生まれ、選択され、安定化されるのであり、 $\mathcal{O}(1)$ のミスアライメント角 — 本論文では観測された存在量によって固定される — のランタイム上の起源はここにある。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). The Qi-4 Pillars — Qi-QUA, Qi-EP, Qi-CON, Qi-HAL: The Quantum-Information Backbone of GDOS. Arisaka-GG-A7-Qi4.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/a7-qi4/>.

doi:10.5281/zenodo.22064308.

関連性. 定理 T-QUA、すなわち $Q_B = (2/5)E_{\text{Ry}}/K$ を伴うアリサカ方程式 $J_E/Q_B = J_e = J_B = J_{Q_i}$ を含み、これは四つの境界流を単一の操作的な恒等式へとロックする。要点は、電磁的・電子的・バリオンの・情動的なチャンネルが個別に測定されるべき独立な結合ではなく、同じ整数によって固定された一つの保存量の四つの顔であるということである。カクシオンのバリオンのな台帳の記入 — X_4 の $-2/5$ 、同じ $(5, 2)$ の対 — は、この流のロックの暗黒セクターにおける読みである; 以前の改訂はそれを $25/4$ の整合チャンネル電力ロックとして読み出したが、その読み出しは現在撤回されている (第 VI 部)。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). Quantum Mechanics Derived from GG-Theory as Projection from 6D Bulk to 4D Boundary. Arisaka-GG-A8-QM.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/a8-qm/>.

doi:10.5281/zenodo.22064310.

関連性. 教科書的な量子力学の公準 — ボルン則、射影的更新、デコヒーレンス、および環境選択 — を、ユニタリ力学の上に積み重ねられた公理としてではなく、境界の完全正值トレース保存 (CPTP) チャンネルの定理へと格上げする。本論文にとってそれは二つの実際的な事柄を裏書きする: 明確な占有数を持つ古典場としてのコヒーレントなカクシオン凝縮体の量子的記述、および検出の諸部が標準量子限界を上回るために依拠する、量子限界およびそれを下回る (スクイーズ、光子計数) 読み出し系列である。それは抽象的な枠組みから、実際の受信機が記録するものへの橋である。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). The Standard Model as Theorem of GG-Theory: Its 28 Parameters as Observations of One Six-Dimensional Geometry. Arisaka-GG-A9-SM.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/a9-sm/>.

doi:10.5281/zenodo.22064312.

関連性. 標準模型の論文であり、本研究の鍵となる親である: それは標準模型の連続的なパラメータを整数台帳から導出する。読者が必要とする結果は、低エネルギーの相手 $\alpha^{-1}(0) = 2^J + N^2 = 137$ を伴う二進閉包定理 $\alpha^{-1}(M_Z) = 2^J = 128$ (後者が $g_{K\gamma\gamma}$ に入るものである、第 V 部)、弱角の有理分割 $\sin^2 \theta_W = 25/108$ 、スケール連鎖 $E_{\text{Pl}} \rightarrow E_{\text{GUT}} \rightarrow M_{\text{lock}} = \frac{1}{2} E_{\text{Pl}} e^{-K}$ を伴うウィルソン-細谷の真空値定理、および余分なゲージ因子 $U(1)_B$ と $U(1)_{Q_i}$ を強制する四力の一意性定理である。それはカクシオンを QCD アクシオンの幾何学的な代替物として同定し — 別個のペッチェイクイン・セクターは存在しない — そして動的なカクシオンがその後ゼロへと駆動する静的な強い CP 限界 $|\bar{\theta}| \lesssim \sin(2\pi/L) e^{-K}/2^J$ を担う。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). The Standard Cosmology as Theorem of GG-Theory: The Cosmic Inventory as Observations of One Six-Dimensional Geometry. Arisaka-GG-A10-Cosmos.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/a10-cosmos/>.

doi:10.5281/zenodo.22064314.

関連性. 宇宙論の論文であり、本研究の直接の親である: それは宇宙の目録をフィットするのではなく導出する。記憶すべき数値は π でロックされた分割 $\Omega_m = 1/\pi$ 、 $\Omega_b = 1/(2\pi^2)$ 、および $\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/(2\pi^2) = 0.2676$ であり、これらは測定された暗黒物質密度とパーセント水準で一致し、かつカクシオンが飽和させねばならないものである。この論文はコンパクト角の暗黒物質定理を述べ、コンパクト角のカクシオン・ラグランジアンとミスアライメントの閉包を導入し、本論文が展開し、囲い、実験に晒す二つの予想 — ミスアライメントの完全性とコンパクト角の質量一意性 — を名指す。それはまた、第 21 節がなお依拠する唯一の初期構造のてこである崩壊閾値の作業値を担う。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). The Geometric Inevitability of Cosmos, Life, and Mind: The Self-Referential Closure of the GG-Theory Program. Arisaka-GG-A11-Origin.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/a11-origin/>.

doi:10.5281/zenodo.22064319. 本論文のいかなる結果もこれに依存しない。

関連性. GG-Theory 計画を締めくくる総括論文であり、単一のランタイムに沿ってコホートを憲法的な憲章から意識的な経験まで辿る。本論文にとって決定的なことに、それは基底幾何アトラクター (GGA) を定義し、T-GGA-as-Ground-State — カクシオンがその層の唯一の最深アトラクターとして同定される GRIP カスケードの基底状態への精密化 (第 II 部、第 10.4 節) — を、それに続く普遍性 (凝縮体のあらゆる量子は同じカクシオンである) とトンネル安定性の帰結とともに証明する。より広い教訓は、暗黒セクターが切り離された付加物ではなく、クォークから観測者まで走る単一の公理的な鎖の一つの環であるということである; 本論文はその鎖の暗黒物質の項目である。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). The GG-6 Lock Cluster: A Non-Spatial Kaluza-Klein Resonance near 3.85 TeV as the Standing LHC Falsifier of GG-Theory. Predictions Branch of the GG-Theory program.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/p1-kk/>.

doi:10.5281/zenodo.22064321.

関連性. 姉妹の予言論文であり、同じ幾何の第二の顔である。それは重い非空間的な塔 — $M_{\text{lock}} \approx 3.85 \text{ TeV}$ における動径方向のロック・クラスターであり、カクシオンのシートが担うまさにそのバリオン数のベクトル Z'_B を含む — すなわち、クラスターと縮退し軽いクォークからはツリー水準で生成されないディリクレ終端されたモードを担い、そのため衝突型加速器の露出はクラスターそのものとなる — カクシオンの結合シートがそのアノマリーの記入を担うまさにそのバリオン数をゲージ化するセクターである。読者が留意すべき要点は相補性である：同じ五つの整数が、TeV スケールでは衝突型加速器によって、 μeV スケールではハロスコープによって読まれるのであり、したがって一方の舞台における確認または反駁は他方にとっての傍証となり、コホートは両方からの反証に意図的に晒されている。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). Why Three Generations: A Three-Leg Derivation of $N_g = 3$ from BI-6, MSMF, and GDOS Morse Stability. Arisaka-GG-P2-N3.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/p2-n3/>.

doi:10.5281/zenodo.22064323.

関連性. 同じ OGN-5 台帳を世代数に費やす予言分枝の姉妹論文である：BI-6、MSMF、および GDOS のモース安定性によって強制される $N_g = 3$ 。それは、同じ五つの整数についての第二の独立な反証子としてカクシオンの傍らに立つ — ここで $K = 35$ を固定する台帳が、そこでは $N_g = 3$ を固定するのであり、したがっていずれの結果の明白な失敗も同じ構造を傷つける。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). The Electron as the Ground State of Nature: The Six Oldest Questions about the Electron, Closed and Fenced within GG-Theory. Arisaka-GG-P3-Electron.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/p3-electron/>.

doi:10.5281/zenodo.22064325.

関連性. 予言分枝の第三の姉妹論文である：境界の唯一の安定な読み出しとしての電子であり、その同一性定理と出口門なしの定理は、ここでカクシオンを基底幾何アトラクターとして安定化すると同じ GRIP ランタイムの上を走る。コホート地図における分枝の文脈のために引用される — 電子とカクシオンは、一つのランドスケープにおける最も軽い荷電の恒久的住人と最も軽い中性の恒久的住人である。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). The Real Geometry Beneath the Complex Numbers of Physics: Positive Frequency is Holomorphy — from Cardano's Cubics to Twistor Space, via the Sixth Dimension of GG-Theory. Arisaka-GG-P4-Real.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/p4-real/>.

doi:10.5281/zenodo.22064327.

関連性. 基礎分枝における i の起源についての構成論文である：境界の複素構造の二つの実的な源 — コンパクトな位相円と因果的な時計 — であり、正振動数は正則性として読まれる。本論文にとって関係は名簿の水準である：境界の量子的記述 — カクシオン凝縮体のコヒーレントな説明を含む — が書かれる複素構造は、そこにおいて、公準として置かれるのではなく、カクシオンが住まうのと同じコンパクトな位相円から導出される。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). The Mirrors of Matter: Why Every Particle Has a Twin, Why Nature's Mirrors Break, and Why the Universe Is Made of Matter. Arisaka-GG-P5-CPT.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/p5-cpt/>.

doi:10.5281/zenodo.22064329.

関連性. 基礎分枝の CPT 構成論文であり、本論文が強い CP 問題の解決を共有するコンパニオンである：その二つの運命の構成において、弱い CP 位相は幾何によってロックされ、他方で唯一緩和される角 $\bar{\theta}$ はコンパクト角の擬スカラーへと手渡される — その第 VII 部は、残るものを緩和させるコンパニオンとしてカクシオンを名指す。それは C、P、T を三つの実バルク因子の向きの反転として担う：カクシオン・セクターがその破れを生き延びる鏡である。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). The Proton as the Ground Geometric Attractor of Matter: The Eleven Questions of the Proton, Closed and Fenced within GG-Theory. Arisaka-GG-P6-Proton.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/p6-proton/>.

doi:10.5281/zenodo.22064331.

関連性. 本論文の三連画の第二の構成員であり、その三連画を一覧ではなく一つの議論にするものである。電子は円の上の物質であり、カクシオンは円そのものの物質である；陽子は円によって守られた物質であり、その安定性は、合同な整数性をいかなる局所過程も解くことのできない二つのホロノミー台帳によって担われている。三者を併せて読めば、同じ一方向の降下が一つの幾何の上に三つの異なる仕方で恒久性を沈着させること、そしてカクシオンの恒久性はそれらのうち最もエキゾチックなものではなく、最もエキゾチックでないものであることが語られる。カクシオンの四つの数値のいずれも、それから継承されたものではない。初出の引用は第 10.5 節。

Arisaka, K. (2026). Symmetry, Conservation, and Geometry: Seven Steps from Noether, Bianchi, to Hopkins–Singer, and the Ledger the Open-System Turn Pays Out. Arisaka-GG-W1-Symmetry.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/w1-symmetry/>.

doi:10.5281/zenodo.22064340.

関連性. 保存が対称性からコホモロジーへとどのように移ったかについての白書分枝の概観であり、本論文が論証を与えないまま依拠している習慣の文脈である。カクシオンが軽いのは、コンパクト角が局所的な相殺項を許さないからであって — 対称性が質量を禁じるからではない — その置き換えを見慣れないと感じる読者は、その背後にある一世の議論を、本論文にではなくここに見出すであろう。それは、カクシオンの連鎖が用いる数値も定理も供給しない。初出の引用は第 10.5 節。

Arisaka, K. (2026). The Circle That Remembers, the Interval That Forgets: GG-Theory and the Sixteen Problems of Particle Physics and Cosmology. Arisaka-GG-W2-Holonomy.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/w2-holonomy/>.

doi:10.5281/zenodo.22064342.

関連性. 本論文が一つの段を占める保護機構の分類である。カクシオンがそれであるところのコンパクト角、その非局所性こそが質量が小さいままである理由のすべてであるものは、その分類における一つの項目である；なぜ他の段ではなくその段なのかを知りたい読者は、本論文によるその使用ではなく、分類そのものを読むべきである。コホート地図において名簿の水準で引用され、ここで名指されるのは、本論文が繰り返す言い回し — 対称性によってではなくトポロジーによる保護 — がその主題であるからである。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). The Hubble Tension in the Light of GG-Theory: The Hubble Constant as One Reading of a Derived Expansion History $H(t)$. Arisaka-GG-C2-Hubble.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/c2-hubble/>.
doi:10.5281/zenodo.22064336.

関連性. 本論文の存在量の目標が降りてくるのと同じ π でロックされた目録の、膨張の側にある宇宙論分枝の姉妹論文である: 導出された H_0 と GG-A10-Cosmos の Ω の帳簿付けは一つの台帳であり、そこでは膨張史のために、ここでは f_K を閉じる暗黒物質の取り分のために読まれる。コホート地図における分枝の文脈のために引用される。初出の引用は第 4.1 節。

Arisaka, K. (2026). Black-Hole Entropy under GG-Theory: The GDOS Reading of the Horizon as an OGGE Port — with the Exact Bekenstein–Hawking $A/4G_N$ Derived from Induced Gravity. Arisaka-GG-C3-BH.

Preprint, available at <https://preprints.arisaka-gg.org/c3-bh/>.
doi:10.5281/zenodo.22064338.

関連性. 強重力の端にある宇宙論分枝の姉妹論文である: 地平線の GDOS による読みから得られる厳密な $A/4$ 係数。コホート地図において、および強重力の反論 (O-Kaxion-53) において引用され、そこでそれは、EHT と LIGO の観測量に対するカクシオンの零の痕跡を制限ではなく整合性にする、地平線スケールのずれの計算された抑制を供給する。初出の引用は第 4.1 節。

B. その他の文献

Aalbers, J., et al. (LUX-ZEPLIN Collaboration) (2024). Dark matter search results from 4.2 tonne-years of exposure of the LUX-ZEPLIN (LZ) experiment. *Physical Review Letters* (および 2025 年の更新)。

関連性. 弱く相互作用する重い粒子に対する世界最高感度の直接検出探索: 多トン規模の液体キセノン時間投影箱であり、いまや 40 GeV 付近でスピン非依存の WIMP-核子断面積を $\sim 2 \times 10^{-48} \text{ cm}^2$ 以下まで信号なしで排除し、さらに太陽ニュートリノ背景を捉え始めている — キセノン検出器が識別能力を失う、還元不可能な「ニュートリノ・フォグ」の到来である。第 IV 部の候補ランドスケープにおける WIMP への下からの経験的な圧迫であり、かつて有力視された候補の余地が尽きつつあることの最も明確な徴候である。初出は第 19 節。

Abbott, L. F., & Sikivie, P. (1983). A cosmological bound on the invisible axion. *Physics Letters B*, 120, 133–136.

関連性. ミスアライメントの共同創始論文であり、残存量が崩壊定数と初期角に対してどうスケールするかを確立した。そのスケールリング — ここでは $\Omega_K h^2 \propto \theta_i^2 f_K^{1.165}$ と書かれる —こそが、カクシオンの存在量をその二つの入力の鋭い関数とし、観測された密度を要求することが崩壊定数を自由なまま残すのではなく閉じるようにするものである (第 V 部)。読者は、見えないアクシオンにとって満たすべき制約であったものが、カクシオンにとっては質量を固定する方程式になることに注意すべきである。初出は第 C.6 節。

Adams, C. B., et al. (2023). Axion dark matter. *Snowmass 2021 white paper*, arXiv:2203.14923.

関連性. アクシオン暗黒物質探索の現状と今後十年をまとめたコミュニティ白書であり、第 VII 部の実験地図が依拠するハロスコープのロードマップと感度予測を含む。実験分野についての最も新

しい単一の情報源であり、公表されたロードマップに対する本論文の読み — この帯域を狙う二つの計画は、進行すれば 2030 年代前半に必要な深さに到達するであろうという読み — は、この文脈のもとで読まれるべきである。初出は第 36.2 節。

Knirck, S., for the ADMX Collaboration (2024). ADMX Extended Frequency Range (EFR): looking to the future. Presented at the 19th Patras Workshop on Axions, WIMPs and WISPs, 16–20 September 2024. <https://agenda.infn.it/event/40078/contributions/240683/>

関連性。 上方からカクシオンの窓に重なる、初めて公表された DFSZ 深さの計画 ($8.3\text{--}16.5\text{ }\mu\text{eV}$) であり、Fermilab の 9.4 テスラ磁石上でコヒーレントに合成された十八空洞アレイを用いる。下方からの CAPP 級の被覆と合わせて、予言された帯域 $[1.59, 2.13]\text{ GHz}$ を挟み込む。また米国エネルギー省のプロジェクトとして、米国のグループにとって制度的に自然なパートナーである (第 36.5 節)。初出は第 36.2 節。

Ahn, S., et al. (CAPP Collaboration) (2024). Extensive search for axion dark matter over 1 GHz with CAPP's main axion experiment at DFSZ sensitivity. *Physical Review X*, 14, 031023.

関連性。 12 テスラ磁石を用いた $4.55\text{ }\mu\text{eV}$ 付近での DFSZ 深さの走査を実証している — これを $1.6\text{--}2.1\text{ GHz}$ へ拡張すれば下方からカクシオンの窓を覆うことになる装置クラスである。この結果は、窓に対して最も好位置にある施設として IBS-CAPP を確立する (第 36.4 節)：磁石はすでに当該帯域にまたがっており、DFSZ 深さもすでに実証されている。初出は第 36.2 節。

Ahn, S., et al. (IBS-CAPP) (2026). Extended haloscope search and exclusion of a candidate signal near 1.036 GHz. *Physical Review Letters*, doi:10.1103/2sn2-h97m; *arXiv:2602.05388* (February 2026).

関連性。 本論文と同時代の、この分野における教科書的な候補検証的一幕である： 1.036315 GHz における局所 5.1σ の超過（探索範囲効果 (look-elsewhere) により大域的には 3.5σ に低減）が、持続性、装置間、磁場オフの各試験にかけられ、それらに不合格となり、DFSZ に隣接する深さで 90% 信頼度で排除された。三重に引用される：事前登録が取り除く試行因子の算術の実演として (第 37.1 節)、キャンペーン・プロトコルが採用する検証規律として (第 37.3 節)、そして反証子 F-Kaxion-1d に直面して生き延びた最初の事例として — この候補は一意の窓の外にあり、かつ DFSZ 線より明るかったため、その確認はカクシオンを即座にキルしていたはずである (第 37.4 節)。初出は第 36.4 節。

Lee, S., et al. (CAPP-8TB) (2020). Axion dark matter search around $6.7\text{ }\mu\text{eV}$. *Physical Review Letters*, 124, 101802.

関連性。 予言された窓の内部で公表された唯一の現代的探索である：8 テスラのソレノイドが $1.60\text{--}1.65\text{ GHz}$ — 窓の 544 MHz のうち 50 — を掃引し、KSVZ 結合の $\simeq 4\times$ に到達した。これはこれらの質量では、この候補が乗っている DFSZ 線の 10.2 倍にあたる。「窓は手つかずの土地ではなく、しかし覆われてもいない」という言明が定量的に何を意味するかを定める測定である (第 36.4 節)。初出は第 36.4 節。

Wuensch, W. U., et al. (1989). Results of a laboratory search for cosmic axions and other weakly coupled light particles. *Physical Review D*, 40, 3153.

関連性。 ロチェスター–ブルックヘブン–フェルミラボのパイロット実験であり、UF と並んで、予言された窓の大部分をそもそも覆った二つだけの探索の一つである。DFSZ 線のおよそ 56 倍とい

う位置はカクシオンよりはるかに上だが、まさにそれが要点である：窓について公表された床はパイロット期の限界であって、現代のものではない。初出は第 36.4 節。

Hagmann, C., Sikivie, P., Sullivan, N. S., & Tanner, D. B. (1990). Results from a search for cosmic axions. *Physical Review D*, 42, 1297(R).

関連性。フロリダ大学のパイロット実験であり、DFSZ 線のおよそ 28 倍で窓の中央部を覆った — 二つの歴史的走査のうち最も深いものであり、それでもなお予言より一桁半上である。初出は第 36.4 節。

Yang, J., Gleason, J. R., Jois, S., Stern, I., Sikivie, P., Sullivan, N. S., & Tanner, D. B. (2020). Search for 5–9 μeV axions with ADMX four-cavity array. In *Microwave Cavities and Detectors for Axion Research*, Springer Proceedings in Physics 245, 53–62.

関連性。窓を含む帯域に向けて設計されたと公表された唯一の装置である：5–9 μeV は 1.21–2.18 GHz であり、許容される七つのアドレスすべてを含み、そのうち六つを退ける。ただしこれは設計と試作の研究であり — 目標感度も日程も述べていない — そのために本論文は F-Kaxion-1c に日付を付さない（第 36.9 節）。初出は第 36.5 節。

Benakli, K., Goodsell, M. D., & Goudeau, A. (2026). An anomaly-free baryonic completion of the Standard Model. *arXiv:2607.12009*.

関連性。本コホートが幾何学的に答える問い — バリオン数をゲージ化する代価は何か — に対する正統な四次元的解答であり、それゆえゲージ化された B 部門全体にとって入手可能な最も鋭い外部対照である。彼らは隠れたカイラル部門を追加してアノマリーを相殺し、バリオンのベクトルにヒッグス機構で質量を与える；ここでの構成は同じアノマリーを BI-6 流入によって相殺し、物質を一切追加せず、その許容クラスのディリクレ条項によってゼロモードを取り除く。彼らの暗黒物質は隠れた部門のマヨラナ状態で 0.1–1 TeV にあり；我々のものは 8.1 μeV のコンパクト角の擬スカラーである。候補ランドスケープにおいて引用される（第 19 節）。初出は第 19 節。

Altenmüller, K., et al. (CAST Collaboration) (2024). New upper limit on the axion–photon coupling with an extended CAST run with a Xe-based Micromegas detector. *Physical Review Letters*, 133, 221005.

関連性。アクシオン–光子結合に対する最強のヘリオスコープ限界であり、磁石を太陽に向け、太陽中心核で生成されたアクシオンからの X 線を探索することで得られたものである。アクシオンが暗黒物質であることを仮定しないため、第 VII 部の検出地図においてモデル非依存の文脈上の天井を与える — カクシオン線に隣接しつつも、それよりはるかに上の領域であり、専用の暗黒物質ハロスコープが埋めなければならない隔たりを示している。初出は第 36.2 節。

Aprile, E., et al. (XENON Collaboration) (2023). First dark matter search with nuclear recoils from the XENONnT experiment. *Physical Review Letters*, 131, 041003.

関連性。LZ と同程度の深さで WIMP のヌル結果を裏付ける、独立したトン規模の液体キセノン実験である。この二つの実験は（PandaX-4T と合わせて）WIMP 信号の不在を独立な検出器にわたって頑健なものとし、これが第 IV 部において WIMP を単に未確認であるというより経験的に圧迫されていると扱う根拠となる。初出は第 19 節。

ATLAS and CMS Collaborations (2024). Summary of supersymmetry searches at the LHC (Run 2–3). *ATLAS/CMS public summary plots; Particle Data Group (2024)*.

関連性。弱スケール超対称性の衝突型加速器による排除である — グルイーノと第一世代スクォークは ~ 2 TeV 以上、エレクトロウィークキーノは 1 TeV 付近まで — 超対称パートナーは一つも見つかっていない。超対称性は WIMP の自然な紫外側の住处である（最も軽いニュートラリーノが正準的な WIMP である）から、これらの探索は、直接検出のヌル結果が経験的に取り除くと同じ動機を理論の側から取り除く。第 IV 部ではこれが、WIMP が両端から圧迫されているという議論の半分であり、また GG-Theory（超対称性を許さない）が WIMP をそもそも禁じる構造的理由でもある。初出は第 19 節。

Aybas, D., et al. (2021). Search for axionlike dark matter using solid-state nuclear magnetic resonance. *Physical Review Letters*, 126, 141802.

関連性。核磁気共鳴による探索クラスであり、アクシオンの光子ではなく核子スピンへの結合に感度をもつ。振動するアクシオン場は、偏極した原子核のラーモア周波数がアクシオン質量と一致するときにそれを傾ける。カクシオンのバリオンのチャンネル読み出しが由来する装置系統であり、また 1.95 GHz における自由スピン共鳴が要求する非現実的な磁場を克服する、第 VIII 部の非ラーモア（内部磁場）核子ポート構想の出発点でもある。初出は第 40 節。

Bai, X., et al. (HAYSTAC Collaboration) (2025). Dark matter axion search with HAYSTAC Phase II. *Physical Review Letters*, 134, 151006.

関連性。標準量子限界を下回って走査した最初のハロスコープであり、真空スクイズド二直交成分受信機を用いて増幅器雑音を抑え、走査を加速する。公表された $16.96\text{--}19.46\text{ }\mu\text{eV}$ の帯域は、 $8.1\text{ }\mu\text{eV}$ (1.95 GHz) にあるカクシオンの実験室線より上にあるため、HAYSTAC はカクシオンにとって発見装置ではなく技術上のパートナーである — しかしそのスクイズド状態読み出しは、第 VIII 部の量子限界同定装置のテンプレートである。初出は第 36.2 節。

Bertone, G., & Hooper, D. (2018). History of dark matter. *Reviews of Modern Physics*, 90, 045002.

関連性。十九世紀の「暗い星」からツビッキー、ルービン、WIMP の台頭、そしてアクシオンへの転回に至るまでの、この問題についての決定版の歴史である。本論文と併せて読むことを勧める。第 IV 部が向き合う中心的な社会学的事実を生き生きと描き出すからである：四十年にわたり探索は一つの流行の候補を中心に組織され、この分野はいまようやくその最も広い問いに立ち返りつつある — 暗黒物質がどこにあるかではなく、それが何であるか、という問いに。初出は第 1 節。

Bertone, G., Hooper, D., & Silk, J. (2005). Particle dark matter: evidence, candidates and constraints. *Physics Reports*, 405, 279–390.

関連性。素粒子暗黒物質についての標準的な大学院レベルの総説であり、この分野の構造を手早く学ぶには最良の一冊である：重力的証拠、主要な候補（WIMP、アクシオン、ステライル・ニュートリノ、その他）、および検出戦略（直接、間接、衝突型加速器）を一つの枠組みに整理している。第 IV 部の候補ランドスケープはこの総説を 2026 年まで更新したものとして、その構造比較表は、ベルトナー・フーパー・シルクが問わなかった問い — その候補は強制されているか — によって同じ候補群を採点し直したものとして読むことができる。初出は第 1.1 節。

Bo, Z., et al. (PandaX Collaboration) (2024). Dark matter search results from 1.54 tonne-year exposure of PandaX-4T. *Physical Review Letters*.

関連性。WIMP のヌル結果を裏付ける第三の独立した多トン規模キセノン計画である。異なる検出器と解析パイプラインにわたる LZ、XENONnT、PandaX-4T の一致こそが、第 IV 部において WIMP への圧迫を単一実験の限界ではなく実験の事実として述べることを可能にする。初出は第 19 節。

Boddy, K. K., & Gluscevic, V. (2018). First cosmological constraint on the effective theory of dark matter–proton interactions. *Physical Review D*, 98, 083510.

関連性。暗黒物質–バリオン散乱に対する有効場理論の枠組みであり、速度依存性の関数としてのその断面積に対する宇宙論の限界である。本論文の第 XI 部におけるカクシオンの暗黒–バリオン・ポータルの大きさの計算が表現される言語 — 速度およびスピンの依存する $\sigma_{\chi b}$ — を供給し、また計算されたその断面積が天体物理的に無視できると判定される際のベンチマークでもある。初出は第 22.5 節。

Boldrini, P. (2022). The cusp–core problem in gas-poor dwarf spheroidal galaxies. *Galaxies*, 10, 5.

関連性。バリオンのフィードバック解のエネルギー的な床を確立している：超新星駆動のコア化は、カスプを平坦化するのに必要なエネルギーを供給するためにおよそ $10^6 M_\odot$ を超える恒星質量を要するため、ガスに乏しい古典的および超微光矮小銀河 — 最も暗黒物質に支配された系 — はカスプを保持すると期待される。これは、フィードバックに乏しい領域を、あらゆる暗黒部門のコア生成機構に対する最も清潔な検証として同定するものであり、まさにカクシオンの（計算上無視できる）暗黒–バリオン・ポータルが作用しなければならなかったであろう領域である。初出は第 22.2 節。

Borsanyi, S., et al. (2016). Calculation of the axion mass based on high-temperature lattice quantum chromodynamics. *Nature*, 539, 69–71.

関連性。アクシオン生成に関係する温度域全体にわたる QCD トポロジカル感受率 $\chi_{\text{QCD}}(T)$ の、ベンチマークとなる格子計算による決定である。 $m_K f_K = \sqrt{\chi_{\text{QCD}}}$ を定める零温度での規格化と、第 V 部のカクシオンの質量および存在量の公式に $f_K^{1.165}$ の指数を生む温度依存性の双方を固定する。学生にとっては、かつて不確かであったアクシオン質量が今や制御された格子量であることの具体的な実証であり、まさにそれゆえに鋭い周波数予言がそもそも可能となる。初出は第 9.5 節。

Boyarsky, A., Drewes, M., Lasserre, T., Mertens, S., & Ruchayskiy, O. (2019). Sterile neutrino dark matter. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 104, 1–45.

関連性。keV スケールのステライル・ニュートリノ暗黒物質、その生成機構、かつてその崩壊シグネチャと読まれた未同定の 3.5 keV X 線輝線、および活性–ステライル混合に対する実験室 (KATRIN/TRISTAN) による探査についての標準的な総説である。第 IV 部のランドスケープにおけるステライル・ニュートリノの項目の基礎であり、そこでこの候補は観測的にも（輝線はおおむね未確認であり、温かい暗黒物質は構造形成と緊張関係にある）構造的にも（固定された GG-Theory のレプトン部門に余分なゲージ重項がない）不利であることが示される。初出は第 19 節。

Boylan-Kolchin, M. (2023). Stress-testing Λ CDM with high-redshift galaxy candidates. *Nature Astronomy*, 7, 731–735.

関連性。JWST の緊張についての最も鋭い初期の言明である：最初の大質量銀河候補から推定される恒星質量密度は、対応する暗黒物質ハローの中のバリオンがすべて星になったとしても利用可能な量に迫り、最も極端な天体については形式的にそれを超える。第 IV 部の初期構造問題を定量的に枠づけるものであり、驚きの方向 — より少ない初期構造ではなく、より多くの初期構造への要

求 — が、抑制する暗黒物質よりも冷たい暗黒物質を支持する判別基準となる圧力点である。初出は第 21 節。

Brouwer, L., et al. (DMRadio Collaboration) (2022). Projected sensitivity of DMRadio-m³: a search for the QCD axion below 1 μeV . *Physical Review D*, 106, 103008.

関連性. 空洞が非現実的に大きくなる 1 μeV 以下で DFSZ 感度を狙う集中定数素子の計画である。カクシオン線はこの帯域より上 (8.1 μeV) にあるが、この計画は集中定数素子の技法を例示し、また撤回されたスピン・ポート構想の核子スピン・ブースター (付録 F) を担うはずのものであり、ハロスコープの発想がマイクロ波帯域より下の周波数へどう拡張されるかを示している。初出は第 36.2 節。

Bullock, J. S., & Boylan-Kolchin, M. (2017). Small-scale challenges to the ΛCDM paradigm. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 55, 343–387.

関連性. 冷たい暗黒物質の小スケールの「危機」— カスプ・コア問題、回転曲線の多様性、失われた衛星銀河、too-big-to-fail — と、それらに対する競合するバリオンのおよび暗黒部門の説明についての標準的な総説である。第 IV 部の天体物理学的意義を扱う諸節が航行する地形の地図であり、どの小スケールの謎が本当に暗黒物質のミクロ物理に関わるもので、どれが今日では通常の銀河形成物理に帰されているかを理解するために学生が読むべき文献である。初出は第 22.1 節。

Carney, D., Krnjaic, G., Moore, D. C., et al. (2021). Mechanical quantum sensing in the search for dark matter. *Quantum Science and Technology*, 6, 024002.

関連性. 暗黒物質が誘起する力を検出するための光機械のおよび浮遊センサーの手法についての総説であり、そこでは機械共振器がスピン歳差でも光子でもなく微小な振動加速度を捉える。第 VIII 部の、磁石を用いずスピンも用いないバリオン数力ポート、構想 B''' の基盤である — ゲージ化されたバリオン結合の概念的に最も清潔な読み取りであるが、本論文はその結合が天体物理的に不活性であることを示している。初出は第 F.2.4 節。

Carniani, S., et al. (2024). A shining cosmic dawn: spectroscopic confirmation of two luminous galaxies at $z \simeq 14$. *Nature* (and arXiv:2405.18485).

関連性. 赤方偏移 14.32 — ビッグバンから 300 百万年未満 — における JADES-GS-z14-0 の分光確認であり、すでにおよそ $5 \times 10^8 M_{\odot}$ が星になっている。第 IV 部の JWST 初期構造の驚きの確かなアンカーである: 素朴な期待よりはるかに早く存在する明るく大質量の銀河であり、測光上のアーティファクトとして退けることのできないデータ点である。カクシオン (冷たく、受け継いだ宇宙論的な後押しをもつ) が満たし、抑制する候補が悪化させる、構造形成における早期の出足の要求を具体化する。初出は第 21.2 節。

Carosi, G., et al. (ADMX Collaboration) (2025). Search for axion dark matter from 1.1 to 1.3 GHz with ADMX. *Physical Review Letters*, 135, 191001.

関連性. ADMX 計画を DFSZ に近い深さで 4.5–5.4 μeV まで上方に拡張したものであり — カクシオンの窓の下端に最も近い公表済みの被覆である — 公表された諸計画が窓そのものへ持ち込むことになる空洞および読み出し技術を実証している。初出は第 36.2 節。

Clowe, D., Bradač, M., Gonzalez, A. H., et al. (2006). A direct empirical proof of the existence of dark matter. *The Astrophysical Journal Letters*, 648, L109–L113.

関連性。バレット・クラスター: 二つの銀河団の衝突であり、弱重力レンズが全質量を、X 線が高温ガス（支配的なバリオンの成分）を写し取り、両者が空間的に分離している。重力を及ぼす質量の大部分がガスに先んじて無衝突的に衝突を通過したため、この観測は暗黒物質が重力の修正ではなく実在の物質 — 無衝突かつ非バリオンのな — であることの最も清潔な経験的実証である。「その粒子は何か」を正しい問いにした実験であり、それこそカクシオンが答える問いである。初出は第 1.2 節。

Crescini, N., et al. (QUAX Collaboration) (2020). Axion search with a quantum-limited ferromagnetic haloscope. *Physical Review Letters*, 124, 171801.

関連性。成熟した電子スピン（強磁性マグノン）ハロスコープであり、アクシオンの電子スピンへの結合が、テスラ未満の磁場とギガヘルツ周波数でマイクロ波空洞を通して読み出されるフェライト球中のマグノン・モードを駆動する。第 VIII 部に保管された高調波ブースター電子ポートの背後にある実証済みの技術である — そこには工学的記録として残されており、その標的は二重項とともに撤回された。初出は第 F.2.2 節。

Crisosto, N., Sikivie, P., Sullivan, N. S., Tanner, D. B., Yang, J., & Rybka, G. (2020). ADMX SLIC: Results from a superconducting LC-circuit investigating cold axions. *Physical Review Letters*, 124, 241101.

関連性。0.176–0.203 μeV にわたって同調した集中定数素子（LC 回路）のパスファインダーであり、空洞領域よりはるかに下で DFSZ 級の集中定数素子検出を実証した。カクシオン線そのものは 1.95 GHz の空洞帯域にあり、この範囲より上にある; SLIC はより軽いアクシオンに対する相補的な集中定数素子の技法を例示する。初出は第 36.2 節。

Dekel, A., Sarkar, K. C., Birnboim, Y., Mandelker, N., & Li, Z. (2023). Efficient formation of massive galaxies at cosmic dawn by feedback-free starbursts. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 523, 3201–3218.

関連性。JWST の緊張に対する主要なバリオンの緩和策である: 宇宙の夜明けの高いガス密度のもとでは、星形成は恒星フィードバックが作用する時間を得る前に進行しうするため、変換効率が上がり、宇宙論に何の変更も加えずに明るい銀河を生み出す。本論文の立場（第 IV 部）は、この天体物理とカクシオンが受け継いだ宇宙論的な出足の良さとは競合するのではなく組み合わせるというものであり — そして暗黒物質に対する本質的な要求は単に初期ハローを抑制しないことであって、冷たいカクシオンはそれを抑制しない、というものである。初出は第 21.3 節。

Dine, M., & Fischler, W. (1983). The not-so-harmless axion. *Physics Letters B*, 120, 137–141.

関連性。三番目の創始的ミスアライメント論文であり、崩壊定数が大きすぎるアクシオンは宇宙を過剰閉包することを強調した — パラメータ空間を上から限る宇宙論的な危険である。カクシオンにとってこの危険は美点へと反転する: 存在量が導出された Ω_{DM} に固定されているため、一般のアクシオンにとって過剰閉包を脅かすのと同じ物理が、カクシオンの崩壊定数を、したがってその質量と周波数を、単に許容的であるにとどまらず予言的なものにする。初出は第 C.6 節。

Fischer, M. S., et al. (2024). Cosmological and idealized simulations of dark-matter halos with velocity-dependent, rare and frequent self-interactions. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 529, 2327.

関連性。速度依存の SIDM が、初期のコア膨張とそれに続く重力熱的コア崩壊を通じて、観測される回転曲線の多様性を生み出しうることを示す現代的なシミュレーションである。SIDM による多様性機構の最先端であり、本論文の清潔な判別基準の一つの根拠でもある：カクシオンは暗黒-暗黒散乱をもたないため、重力熱的コア崩壊を予言しない。したがってコア崩壊した矮小銀河の集団が確認されれば、カクシオンよりも SIDM が支持されることになる。初出は第 22.2 節。

Goodman, C., et al. (ADMX Collaboration) (2025). Axion Dark Matter eXperiment around $3.3 \mu\text{eV}$ with DFSZ discovery ability. *Physical Review Letters*, 134, 111002.

関連性。DFSZ 水準の感度 — コミュニティの困難な目標であり、カクシオンが要求する深さ — が、同調可能な空洞、強力なソレノイド、量子限界増幅器によってマイクロ電子ボルトの十年帯で達成可能であることを示す旗艦的な実証である。カクシオンの DFSZ 線結合と第 VIII 部の走査時間要求が較正される際のベンチマークであり、またこのクラスの装置が予言の要求する深さに到達するという原理実証でもある。初出は第 36.2 節。

Dodelson, S., & Schmidt, F. (2020). *Modern Cosmology*, 2nd ed. Academic Press.

関連性。宇宙論的摂動論と構造形成についての標準的な大学院教科書である：輻射優勢期と物質優勢期を通じた密度揺らぎの成長、伝達関数、線形から非線形への移行を扱う。「なぜ冷たい暗黒物質が足場なのか」という議論（付録 B.5.6）の背後にあり、また π にロックされた分率の時代依存性（付録 C.7）の背後にもある文献である；存在量と構造形成の議論を追う学生は手元に開いておくべきである。初出は第 C.7 節。

Gorghetto, M., & Villadoro, G. (2019). Topological susceptibility and QCD axion mass: QED and NNLO corrections. *Journal of High Energy Physics*, 2019(3), 033.

関連性。温度依存のトポロジカル感受率 $\chi(T)$ とミスアライメントの輸送を、電磁的補正および次々主要次数の補正を含めて主要次数を超えて精密化する。これらは任意のアクシオン質量予言における支配的な残存系統誤差であり、この論文は第 V 部において、我々の積分された存在量パイプラインの残差を精密計算文献に対して限るために用いられる — その残差は質量ではなく閉包角に入る。初出は第 25 節。

Green, A. M., & Kavanagh, B. J. (2021). Primordial black holes as a dark matter candidate. *Journal of Physics G*, 48, 043001.

関連性。暗黒物質としての原始ブラックホールについての標準的な総説であり、レンズ効果、蒸発、降着、力学的な制約を集成し、支配的成分としての原始ブラックホールを狭い「小惑星質量」の窓 $\sim 10^{17}\text{--}10^{22} \text{ g}$ に閉じ込める。第 IV 部の原始ブラックホールの項目の基礎であり、また生き残った窓ですら、調整され増強された原始パワースペクトルを要すること — GG-Theory の固定されたインフレーション史がもたない自由度であること — の想起でもある。初出は第 19 節。

Green, M. B., & Schwarz, J. H. (1984). Anomaly cancellation in supersymmetric $D = 10$ gauge theory and superstring theory. *Physics Letters B*, 149, 117–122.

関連性。本来のグリーン-シュワルツ機構であり、そこではゲージ・アノマリーと重力アノマリーが、ビアンキ恒等式を修正された単一の反対称テンソル場からの流入によって相殺される。BI-6 は六次元におけるこの機構の憲法的な末裔であり、カクシオンは同じ意味で、グリーン-シュワルツ二形式が常に担うモデル非依存のストリング・アクシオンの末裔である。読者は、カクシオンの存

在が、第一次超弦革命を起こしたのと同じアノマリー流入の論理に依拠していることを認識すべきである。初出は第 6.3 節。

Grilli di Cortona, G., Hardy, E., Pardo Vega, J., & Villadoro, G. (2016). The QCD axion, precisely. *Journal of High Energy Physics*, 2016(1), 034.

関連性. QCD に結合したアクシオンの性質についての精密な次主要次数のカイラル計算であり、その質量と結合に関する現代の標準文献である。その結果のうち二つはカクシオンにそのまま入る：存在量の閉包と組み合わせでカクシオンの質量を固定する質量関係 $m_a = 5.70(7) \mu\text{eV} (10^{12} \text{ GeV}/f_a)$ と、DFSZ 線（したがってカクシオン線）をまさに現在の位置に置く、光子結合中のモデル非依存のカイラル項 $-1.92(4)$ である。この論文はまた、カクシオンのバリオンのチャンネルの議論において囲われたカイラル入力を定める核子結合 C_p, C_n を固定し、我々のミスアライメント・パイプラインの相互検証を支えている。初出は第 24 節。

Hosotani, Y. (1983). Dynamical mass generation by compact extra dimensions. *Physics Letters B*, 126, 309–313.

関連性. コンパクトな余剰次元上のゲージ対称性が、ヒッグス場によってではなくゲージ場が円周に沿って蓄積する位相によって破れる、ウィルソン線（ホロノミー）機構を導入した。GG-6 では、SU(5) の細谷型の破れを駆動するのと同じホロノミーが円の持ち上げられた角度 — 第 II 部のホロノミーの「こだま」、本数が取り除く兄弟方向 — であり、したがってこの論文はカクシオンがそうではないものの起源であり、また非空間的な幾何がいかに物理的な仕事をするかの清潔な一例でもある。初出は第 6.5 節。

Hu, W., Barkana, R., & Gruzinov, A. (2000). Fuzzy cold dark matter: the wave properties of ultralight particles. *Physical Review Letters*, 85, 1158–1161.

関連性. 超軽量ボソン ($m \sim 10^{-22} \text{ eV}$) がキロパーセク・スケールのド・ブロイ波長をもち、量子圧が小スケール構造を抑制して銀河中心部を平滑化する、ファジー暗黒物質の領域を定義した。カクシオンが最も鋭く区別される候補である：十五桁以上重いカクシオンはメートル・スケールのド・ブロイ波長をもち、あらゆる天体物理的スケールで通常の冷たい暗黒物質として振る舞う。第 III–IV 部の「ファジーではない」という囲いはこの対比に依拠しており、正準的なファジー窓が最近になって観測的に排除されたことにより、この対比はカクシオンに有利に働く。初出は第 16 節。

Irastorza, I. G., & Redondo, J. (2018). New experimental approaches in the search for axion-like particles. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 102, 89–159.

関連性. 実験ランドスケープ — ハロスコープ、ヘリオスコープ、核磁気共鳴探索、誘電体およびプラズマ構想、壁抜け光 — についての包括的な総説であり、誰がどこをどのように探索しているかについて推奨される地図である。第 VII 部の検出地図と第 VIII 部の装置構想の土台であり、新参加者がカクシオンの窓を挟む諸計画（CAPP は稼働中；ADMX-EFR は設計段階）を実験生態系の全体の中に位置づけることを可能にする。初出は第 36.2 節。

Kaplinghat, M., Tulin, S., & Yu, H.-B. (2016). Dark matter halos as particle colliders: unified solution to small-scale structure puzzles from dwarfs to clusters. *Physical Review Letters*, 116, 041302.

関連性. 単一の速度依存 SIDM 断面積が、矮小銀河（ここでは $\sigma/m \sim \text{数 cm}^2/\text{g}$ ）から銀河団（合体の限界を満たすためにここでは値が下がらねばならない）までの回転曲線を再現しうることを示

すベンチマーク的な実証であり、コアの大きさは自己相互作用とバリオン分布によって共同で定まる。第 IV 部でカクシオンのパラメータのない暗黒バリオンにてこと対比される定量的な SIDM 模型であり、また SIDM が支払う代価 — 調整された関数 — を、カクシオンは支払わないことの明快な例示でもある。初出は第 22.2 節。

Kim, A., et al. (IBS-CAPP) (2024). Extensive search for axion dark matter over 1 GHz with CAPP's Main Axion eXperiment. *Physical Review X*, 14, 031023.

関連性。CAPP-MAX の旗艦的な成果である: 1 GHz より上で 100 MHz を超える範囲にわたり DFSZ 感度またはそれに近い感度で行われた最初のアクシオン探索であり、12 テスラ磁石、希釈冷凍機による冷却、ジョセフソン・パラメトリック増幅器による読み出しにより、約 3 MHz/日という記録的な DFSZ 走査速度で達成された。IBS-CAPP をカクシオンの窓に対して最も好位置にある装置として同定するための経験的な根拠である (第 36.4 節): 必要とされる深さ、磁石の帯域、走査速度はすべて実証されている。初出は第 36.4 節。

Kim, J. E., & Carosi, G. (2010). Axions and the strong CP problem. *Reviews of Modern Physics*, 82, 557–602.

関連性。アクシオンの理論と現象論についての標準的な現代の総説であり、(宇宙論的側面に対して) 素粒子物理的側面については Marsh のよき伴侶である。光子結合が「アクシオン帯」を挟む二つの正準的なベンチマーク模型 — KSVZ と DFSZ — を定義しており、第 IV 部および第 VI 部ではこれらに対してカクシオンの位置 (ちょうど DFSZ 線の上にあるが、事前に宣言された窓の内側にあり、単独で立っている) が対比される。読者はここに、本論文が再定義せずに用いている模型構築の語彙を見出すであろう。初出は第 27 節。

Kolb, E. W., & Tkachev, I. I. (1993). Axion miniclusters and Bose stars. *Physical Review Letters*, 71, 3051–3054.

関連性。ミニクラスターの創始論文である。インフレーション後の歴史では、アクシオン場は因果的に切り離されたパッチごとに独立なランダム値を取り、その結果生じる大きさ 1 程度の密度非一様性が、物質-輻射等密度時に高密度で地球質量スケールの塊へと崩壊する。これは、インフレーション後のカクシオン集団が初期構造の種を蒔きうる小スケールの下部構造の経路である (第 IV 部) — 本論文が解析しつつも最終的には困り込む可能性であり、それは本シリーズの単一パッチの歴史がそれを閉ざすからである。初出は第 21.10 節。

Kolb, E. W., & Tkachev, I. I. (1994). Large-amplitude isothermal fluctuations and high-density axion clumps. *Physical Review D*, 49, 5040–5051.

関連性。大振幅のアクシオン非一様性が高密度の塊へと非線形に重力崩壊する過程を定量化し、ミニクラスターの特徴的な質量と密度を与える。第 IV 部のミニクラスターの議論への補完的な入力であり、また学生にとっては、インフレーション前の描像では完全に滑らかな場が、インフレーション後の描像では強く塊状になりうることの有用な例示でもある — カクシオンにとってこの区別は、予言がどの宇宙論的窓に着地するかに結び付いている。初出は第 21.10 節。

Labbé, I., et al. (2023). A population of red candidate massive galaxies ~ 600 Myr after the Big Bang. *Nature*, 616, 266–269.

関連性。 $z \sim 7$ –10 における驚くほど大質量の銀河候補 ($M_{\star} \sim 10^{10}$ – $10^{11} M_{\odot}$) の集団の発見であり、そこから推定される恒星質量密度が「不可能な初期銀河」の緊張 — バリオンから星への変換

効率がほぼ 1 であることの要求 — を駆動する。第 IV 部の初期構造の議論の観測的な出発点であり、JWST の驚きの方向（より多くの初期構造へ向かう方向）が暗黒物質の判別基準となった理由でもある。初出は第 21.2 節。

Lawson, M., Millar, A. J., Pancaldi, M., Vitagliano, E., & Wilczek, F. (2019). Tunable axion plasma haloscopes. *Physical Review Letters*, 123, 141802.

関連性。プラズマ・ハロスコープの構想であり、同調可能なワイヤ配列メタマテリアルを用いて共鳴体積を光子波長から切り離し、高質量域で大きな検出体積を可能にする。カクシオンの窓の内部およびそれより上での広帯域装置の候補プラットフォームであり、また従来型の空洞を制限する体積-周波数の緊張を克服するために現在開発されている計測技術の一例でもある。初出は第 36.2 節。

Kolb, E. W., & Turner, M. S. (1990). *The Early Universe*. Addison-Wesley.

関連性。初期宇宙の熱力学と残存量についての古典的な大学院向け教科書である：フリードマン背景、エントロピー保存、フリーズアウト、そして — ここに直接関係するものとして — コヒーレントなスカラー凝縮体の真空ミスアライメント生成を扱う。アクシオンの残存量と有効自由度 $g_*(T)$ の扱いは、ミスアライメントの講義（付録 C.6）と閉包監査の熱史入力 of 背骨である。初出は第 C.7 節。

Lee, B. W., & Weinberg, S. (1977). Cosmological lower bound on heavy-neutrino masses. *Physical Review Letters*, 39, 165–168.

関連性。「WIMP の奇跡」の背後にある基礎的な熱的残存量（フリーズアウト）計算である：弱スケールの断面積で対消滅する安定粒子は、平衡からおおよそ観測される暗黒物質質量を残してフリーズアウトする。この議論を理解することは、なぜ WIMP が三十年にわたってこの分野を支配したのかを理解するために不可欠であり — また対照的に、なぜカクシオンの存在量がフリーズアウトからではなく、熱平衡をまったく必要としない生成機構である真空ミスアライメント（プレスکیل-ワイズ-ウィルチェックを見よ）から来るのかを理解するためにも不可欠である。初出は第 1.1 節。

MADMAX Collaboration (2024). The dielectric haloscope MADMAX for 40–400 μeV axion dark matter. arXiv:1611.04549 および更新。

関連性。誘電体積層ハロスコープの構想であり、多数の誘電体界面を用いてアクシオンから光子への変換を増強し、それにより実用的な空洞領域を超える質量域に到達する。図 8 における実験ランドスケープの高質量側を、カクシオンの回廊よりはるかに上で画するものであり、質量の十年帯ごとに異なる装置構想が要求されることについて読者の描像を補完する。初出は第 36.2 節。

Marsh, D. J. E. (2016). Axion cosmology. *Physics Reports*, 643, 1–79.

関連性。アクシオン宇宙論についての包括的で教育的な総説であり、この分野に入る大学院生に推奨される単一の情報源である：ミスアライメント機構、等曲率制約、構造形成、ミニクラスター、インフレーション前と後の歴史、そして超軽量（ファジー）領域を一つの整合した枠組みで扱う。本論文が用いる宇宙論的な道具のほぼすべて — 存在量の積分、等曲率の限界、ミニクラスターの可能性、ド・ブロイ/ジーンズ・スケール — がここにチュートリアル形式で展開されており、これを読めば第 III 部と第 IV 部を追うことは格段に容易になる。初出は第 75 節。

Nakahara, M. (2003). *Geometry, Topology and Physics*, 2nd ed. Institute of Physics Publishing.

関連性。微分形式、ホッジ双対、ファイバー束、特性類、コホモロジーについての物理学者向けの標準的な参考書であり — まさに本部の幾何学的な講義の背後にある道具立てである。p 形式/双対

スカラーの同値 (付録 C.1)、 Ξ_{cap} を整数へと強制するサイクル上のフラックス量子化 (付録 C.5)、および π にロックされた目録の背後にあるホップ・ファイブレーション (付録 C.7) は、すべてここで一冊分の長さをかけて展開されている。初出は第 C.4 節。

Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. (1997). A universal density profile from hierarchical clustering. *The Astrophysical Journal*, 490, 493–508.

関連性. ナヴァロ-フレンク-ホワイト (NFW) プロファイル: 冷たい暗黒物質のみのシミュレーションによれば、あらゆる質量のハローは中心部で普遍的かつ中心が尖った密度プロファイル $\rho \propto r^{-1}$ へと緩和する。これは矮小銀河で観測されるコアが比較される理論的な基準線であり — 第 IV 部のカスプ-コア問題の「カスプ」である — そして、カクシオンの暗黒バリオン・ポータルではハローをコア化できないという本論文の計算結果と合わせれば、これこそカクシオンが実在の銀河に対して予言するプロファイルにほかならない。初出は第 22.1 節。

O’Hare, C. (2020). AxionLimits: cajohare/AxionLimits. *Zenodo / GitHub*, <https://cajohare.github.io/AxionLimits/> (データ集成、2026 年 4 月更新)。

関連性. 公表されたアクシオン排除限界のコミュニティ標準の集成であり、図 8 の二十七本のハロスコープ包絡線はここから数値化された (下側包絡線の間引きによる; 個々の共同研究の公表論文は、論じる箇所で別途引用する)。同じ集成は実験共同研究自身のランドスケープ図の土台でもあるため、読者は本論文の地図をこの分野のものと直接比較することができる。初出は第 36.2 節。

Oman, K. A., et al. (2015). The unexpected diversity of dwarf galaxy rotation curves. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 452, 3650–3665.

関連性. カスプ-コア問題の現代的で鋭い形である: 外側 (最大) 円運動速度を固定したとき、矮小銀河の内側円運動速度は、カスプをもつ NFW 的な系から強くコア化された系まで、およそ四倍にわたってばらつく。この広がりを無衝突の冷たい暗黒物質は再現しない。これは銀河中心部についての成功したいかなる理論も説明しなければならない多様性であり、第 IV 部のカスプ-コアの節が向き合わねばならないベンチマークである; カクシオンの答えは、この多様性は暗黒物質のシグネチャではなくバリオン起源である、というものである。初出は第 22.1 節。

Peccei, R. D., & Quinn, H. R. (1977). CP conservation in the presence of pseudoparticles. *Physical Review Letters*, 38, 1440–1443.

関連性. 強い CP 問題に対する本来の動力学的な解である: 新たな大域的 U(1) 対称性を導入し、その自発的破れによって QCD 真空角 $\bar{\theta}$ が動力学的に零へ緩和することを許し、中性子電気双極子能率がなぜこれほど小さいのかを説明する。以後のあらゆるアクシオン模型はこの発想の上に築かれている。カクシオンは GG-A1-Constitution 問題 P7 が課すとおり、同じ緩和を幾何学的に実現する — コンパクト角のホロノミーが仮定された大域位相の役割を果たす — そのため、ペッチェイ-クイン・スカラーを追加することなく、またそれに伴う品質問題を負うことなく、強い CP を解決する。初出は第 1.1 節。

Peskin, M. E., & Schroeder, D. V. (1995). *An Introduction to Quantum Field Theory*. Westview Press.

関連性. 大学院一年目の標準的な場の量子論の教科書である: カイラル・アノマリー、シータ項、自発的対称性の破れ、擬南部-ゴールドストーン機構を扱う。グルーオン・ポータルと質量関係の

講義（付録 C.3）、およびバリオン的な台帳項目の背後にあるアノマリー係数の計算（付録 C.4）の背景である。初出は第 C.4 節。

Planck Collaboration; Aghanim, N., et al. (2020). Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 641, A6.

関連性. 宇宙マイクロ波背景放射による宇宙の目録の精密決定であり、約 1 パーセントの精度での $\Omega_{\text{DM}} h^2 \simeq 0.120$ と、カクシオンが尊重しなければならない暗黒物質の等曲率に対する厳しい限界を含む。これは理論の π にロックされた目標値 $\Omega_{\text{DM}} = 1/\pi - 1/(2\pi^2)$ が検証される測定であり、また第 III 部の低スケール・インフレーションの歴史が三十八桁の余裕でクリアする等曲率制約の出所でもある。学生にとってはまた、暗黒物質の量が今やその正体よりもはるかによく知られているという正準的な実証でもある。初出は第 1.1 節。

Preskill, J., Wise, M. B., & Wilczek, F. (1983). Cosmology of the invisible axion. *Physics Letters B*, 120, 127–132.

関連性. ミスアライメント機構の創始論文の一つであり（Abbott & Sikivie, 1983; Dine & Fischler, 1983 と併せて）、これほど弱く結合した粒子がいかにして暗黒物質のすべてでありうるかの鍵である。初期宇宙でランダムな初期角に凍結された周期的な場合は、ハッブル率はその質量を下回ると振動を始め、そのコヒーレントな振動のエネルギーはちょうど冷たく圧力のない物質と同じように赤方偏移する。これは、カクシオンが — 熱平衡に入ったことも相対論的であったこともなく — 冷たく到来し、第 III 部および第 V 部の π にロックされた存在量を飽和させる生成経路である；1983 年の三本の論文は、存在量の計算を追うために読者がもたねばならない概念的な基礎である。初出は第 C.6 節。

Press, W. H., & Schechter, P. (1974). Formation of galaxies and clusters of galaxies by self-similar gravitational condensation. *The Astrophysical Journal*, 187, 425–438.

関連性. ハロー質量関数の基礎的な解析理論である：赤方偏移 z において質量 M を超える崩壊天体の個数密度は、崩壊しきい値を横切るガウスのな密度揺らぎの統計から従い、稀な大質量側の裾は指数関数的に落ちる。これは第 IV 部の JWST 初期構造の議論の背後にある機構である — 小スケールの分散の 1 ないし 2 パーセントの変化、あるいは崩壊しきい値のずれが、最初期の大質量銀河の個数密度に一桁の変化をもたらす理由であり、したがって初期構造が暗黒物質候補の間でこれほど鋭い判別基準となる理由でもある。初出は第 21.2 節。

(代表的な解析、2024 年.) 温かい暗黒物質およびファジー暗黒物質に対する、高赤方偏移 JWST の紫外光度関数による制限（例えば ApJ および PRD の 2024 年の解析）。

関連性. JWST によって埋められた高赤方偏移の紫外光度関数は、小スケール構造を抑制するあらゆる暗黒物質に対して片側の下限を課す：ファジー暗黒物質については $m_{\text{FDM}} \gtrsim 5.6 \times 10^{-22}$ eV、温かい暗黒物質については $m_{\text{WDM}} \gtrsim 1.5\text{--}3.2$ keV である。これらの限界はまさに抑制する候補を不利にするものであり、カクシオンはおよそ十六桁の余裕でこれをクリアする — 第 IV 部の「方向が重要である」という議論の定量的な核心である。初出は第 21.4 節。

Rogers, K. K., & Peiris, H. V. (2021). Strong bound on canonical ultralight axion dark matter from the Lyman- α forest. *Physical Review Letters*, 126, 071302.

関連性. 銀河間水素の小スケールのクラスタリング（ライマン α の森）を用いて $\sim 2 \times 10^{-20}$ eV 以下のファジー暗黒物質を排除し、正準的な 10^{-22} eV の窓を約二桁分閉じる。JWST の限界と合

わせて、ファジー候補が今日不利とされる観測的な理由である — GG-Theory が構造的にも排除する候補である — したがってデータと枠組みは再び同じ方向を指す（第 IV 部）。初出は第 19 節。

Rubin, V. C., & Ford, W. K. (1970). Rotation of the Andromeda nebula from a spectroscopic survey of emission regions. *The Astrophysical Journal*, 159, 379–403.

関連性。暗黒物質を銀河団スケールの異常から銀河的な普遍現象へと変えた、平坦な回転曲線の証拠である。ルービンとフォードはアンドロメダにおけるガスの軌道速度を測定し、可視円盤を離ればケプラーの法則が要求するように落ちていくのではなく、大きな半径まで概ね一定であることを見出した — 広がった、見えないハローのシグネチャである。学生にとってこれは、事実上あらゆる銀河が見た目よりはるかに多くの質量に埋め込まれていることの正準的な実証である；第 I 部の回転曲線の議論を支え、第 IV 部で再訪されるカスプ-コアと多様性の謎を枠づける。初出は第 1.1 節。

Saikawa, K., & Shirai, S. (2018). Primordial gravitational waves, precisely: the role of thermodynamics in the Standard Model. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2018(05), 035.

関連性。QCD および電弱クロスオーバーを含む熱史全体にわたる、標準模型の相対論的自由度 $g_*(T)$ と $g_{*s}(T)$ のパーセント水準の表である。この熱的な帳簿付けは、凝縮体の赤方偏移を通じてミスアライメントの存在量に入る；第 V 部の再アンカーされたパイプラインで採用され、誤差収支の輸送の行を退け、アクシオン質量予言の歴史的なばらつきの原因の一つを取り除く。初出は第 25 節。

Sikivie, P. (1983). Experimental tests of the invisible axion. *Physical Review Letters*, 51, 1415–1417.

関連性。見えないアクシオンを検出可能にした論文である：ハロスコープとヘリオスコープの構想であり、そこでは強い静磁場がプリマコフ効果を介して暗黒物質（あるいは太陽）アクシオンをマイクロ波光子へ共鳴的に変換する。これは第 VII 部の検出原理であり、またカクシオンの周波数の窓が整合させられている装置クラス — 磁石中の同調可能なマイクロ波空洞を量子限界増幅器で読み出すもの — でもある。以下に引用されるあらゆるハロスコープはこの発想の末裔である。初出は第 35 節。

Tremaine, S., & Gunn, J. E. (1979). Dynamical role of light neutral leptons in cosmology. *Physical Review Letters*, 42, 407–410.

関連性。位相空間（トレメイン-ガン）限界である：フェルミオンの暗黒物質候補は、パウリ統計が許すよりも高密度に銀河のコアへ詰め込むことができず、これがあらゆるフェルミオンの（例えばステライル・ニュートリノの）暗黒物質の質量に keV 程度の下限を課す。この議論は、温かいフェルミオン候補が実験室のデータ以前にすでに下から圧迫されている理由の一部である；カクシオンは、そのような排他律による制限なしに凝縮する軽いボソンであるため制約されない — 第 IV 部の候補排除を読む際に心に留めておく価値のある対比である。初出は第 19.2 節。

Trimble, V. (1987). Existence and nature of dark matter in the universe. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 25, 425–472.

関連性。ツビッキーから半世紀後に、多数の独立した証拠 — 回転曲線、銀河団の力学、重力レンズ、構造の成長 — を、宇宙の物質の大部分は非発光であるという現代の合意へと集約した古典的

な総説である。新参者が最初に読むのに有用である。特定の候補を仮定する前に証拠を並べており、それはまさに第 I 部が出発する候補非依存の姿勢だからである。初出は第 1 節。

Tulin, S., & Yu, H.-B. (2018). Dark matter self-interactions and small-scale structure. *Physics Reports*, 730, 1–57.

関連性。 小スケールの謎に対する主要な素粒子物理的応答である自己相互作用暗黒物質 (SIDM) についての包括的な総説である: 弾性的な暗黒物質散乱がハロー中心部を熱化してコアにし、その際スケールを越えて調整された速度依存の断面積 σ/m を用いる。第 IV 部におけるカクシオンの主要な対照相手である: SIDM が調整された関数 $\sigma(v)/m$ を導入してコアを (そして重力熱的な崩壊を介して多様性を) 生み出すのに対し、カクシオンは暗黒–暗黒相互作用をまったくもたず、その代わりにバリオンの台帳項目を担い、その実験室エネルギーにおける残滓を本論文は天体物理的に不活性であると計算する。初出は第 22.2 節。

Turov, E. A., & Petrov, M. P. (1972). *Nuclear Magnetic Resonance in Ferro- and Antiferromagnets*. Halsted Press (Wiley), New York.

関連性。 磁気秩序をもつ結晶中の核磁気共鳴についての標準的な専門書であり、そこでは原子核は印加磁場ではなく秩序化した電子スピンの巨大な超微細磁場を感じ、また高周波応答は大きな増強因子によって増幅される。これは第 VIII 部の内部磁場 (非ラーモア) 核子ポート、構想 B' の背後にある物理である: 自由スピン共鳴が要求するであろう 45.8 T を回避して、核共鳴がテスラ未満の印加磁場でカクシオンの周波数 1.95 GHz に到達することを可能にするものである。初出は第 F.2.2 節。

Vafa, C., & Witten, E. (1984). Parity conservation in quantum chromodynamics. *Physical Review Letters*, 53, 535–536.

関連性。 厳密な QCD 真空エネルギーが θ 角の消える点で最小になることを厳密に証明する。これは動力的な緩和による解が実際に機能することを保証する定理である: カクシオンのグルーオン・ポータル (定理 T-Kaxion-2) が $\bar{\theta}$ を動力的な場にすれば、その場は他の何らかの値ではなく必ず CP を保存する点へ緩和する。第 V 部の強い CP の閉包の下にある厳密な背骨であり、またベッチェイ–クインの発想が単にもっともらしいだけでなく、あるべき場所に着地することが証明可能であるという保証でもある。初出は第 24 節。

Weinberg, S. (1978). A new light boson? *Physical Review Letters*, 40, 223–226.

関連性。 (ウィルチェックとともに) ベッチェイ–クイン型の破れが必ず生み出す軽い擬南部–ゴールドストーン・ボソン — アクシオン — と、その質量を QCD スケールに結び付け対称性の破れのスケールに反比例させる質量関係 $m_a f_a \sim m_\pi f_\pi$ とを同定した。この関係は第 V 部のカクシオンの質量公式 $m_K^2 f_K^2 \simeq \chi_{\text{QCD}}$ の直接の雛形である; 違いは、カクシオンにとって崩壊定数 f_K が自由な対称性の破れのスケールではなく宇宙論的な存在量によって閉じられており、そのため質量が自由パラメータから予言へと変わることである。初出は第 1.1 節。

Wilczek, F. (1978). Problem of strong P and T invariance in the presence of instantons. *Physical Review Letters*, 40, 279–282.

関連性。 アクシオンの同定に関する対をなす論文であり、その名前の由来である。ワインバーグの論文と合わせて、カクシオンを含むあらゆるアクシオンが共有しなければならない運動学 — グルーオンへのモデル非依存のアノマリー結合と光子へのモデル依存の結合をもつ周期的な擬スカ

ラー — を確立した。カクシオンはまさにこの運動学を受け継ぎつつ、対称性の破れという系譜を強制されたコンパクト角の幾何に置き換える。それによってカクシオンは、通常のアクシオンがもたない、事前に宣言された窓と本数とを加えて担うことができる。初出は第 1.1 節。

Zwicky, F. (1933). Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. *Helvetica Physica Acta*, 6, 110–127.

関連性。暗黒物質問題の創始的な観測である。ビリアル定理をかみのけ座銀河団に適用し、ツビッキーは銀河の速度を束縛するのに必要な力学的質量が星の光として見える質量を一桁以上超えることを見出し、*dunkle Materie* という語を造った。第 I 部を開く教訓は、暗黒物質が最初に推定されたのは物質そのものの何らかの性質からではなく、重力と光の食い違いからであった、ということである — 九十年後の我々が置かれているのと同じ認識論的な状況であり、そしてカクシオンが、失われた質量に重さではなく身元を与えることによって終わらせようとしている状況である。初出は第 1.1 節。

Weinberg, S. (1996). *The Quantum Theory of Fields, Vol. II: Modern Applications*. Cambridge University Press.

関連性。アノマリー、 θ 真空、ペッチェイ–クイン機構についての決定版の扱いであり、光子結合およびバリオン結合の講義で用いられるアノマリー整合とカレント代数の結果を含む。非摂動効果と破れた対称性についての章は、 $E/N = 8/3$ のアノマリー比の導出と、バリオンの台帳項目のトレース・ノルムの計算（付録 C.3, C.4）を支えている。初出は第 C.4 節。